

ВСЕСОЮЗНЫЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ
ИМЕНИ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

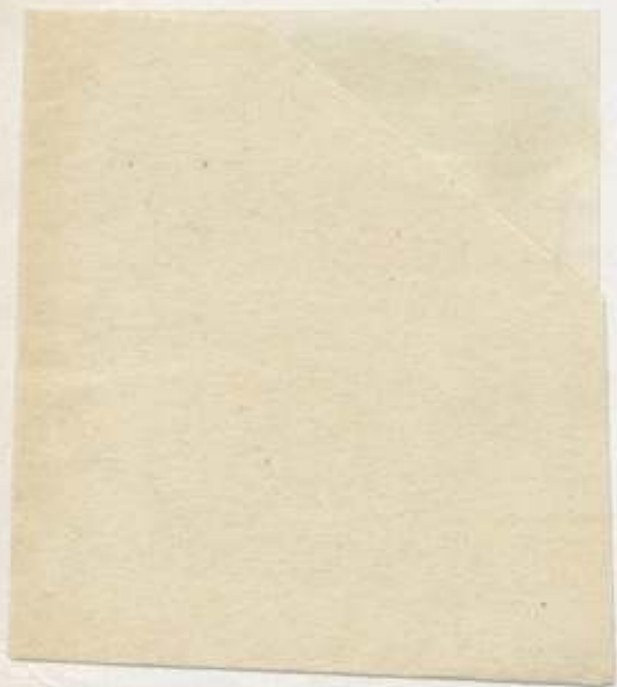
справ.

ИССЛЕДОВАНИЯ
В ОБЛАСТИ ИЗМЕРЕНИЙ
УГЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ
ДВИЖЕНИЯ

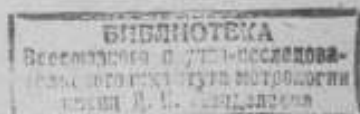
ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

Выпуск 206 (266)





ВСЕСОЮЗНЫЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ
ИМЕНИ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА



ИССЛЕДОВАНИЯ
В ОБЛАСТИ ИЗМЕРЕНИЙ
УГЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

Выпуск 206 (266)

Под редакцией В. А. Иванова



«ЭНЕРГИЯ»
ЛЕНИНГРАД · 1977

В настоящем сборнике обсуждаются проблемы метрологического обеспечения измерений угловых параметров движения, предлагаются методы измерения этих параметров и рассматриваются соответствующие теоретические вопросы.

В сборнике нашли отражение методы и средства измерений малых и сверхмалых угловых скоростей, средства градуировки и поверки угловых акселерометров.

Статьи, посвященные вопросам измерения угловых колебаний и вибраций, могут представить интерес также для специалистов, занимающихся измерением линейных вибраций.

Рассматриваются новые (электростатические) преобразователи параметров движения. Получены статические характеристики погрешностей приборов, динамика которых описывается уравнениями 2-го порядка со случайно изменяющимися параметрами.

УСТОЙЧИВОСТЬ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ СИММЕТРИЧНОГО РОТОРА
НА ПОДВИЖНОМ ОСНОВАНИИ

Платформы постоянной скорости широко применяются при поверке и градуировке акселерометров, гириахметров и других средств измерений параметров движения. Особенностью этих платформ являются значительные моменты инерции при сравнительно малых скоростях собственного вращения, а также слабое демпфирование, имеющее место, например, при наличии воздушного подвеса.

Проанализируем совместное влияние изменения жесткости подвеса, а также линейных и угловых колебаний фундамента на устойчивость поперечного движения слабодемпфированной платформы с целью определения ее параметров и условий работы, при которых погрешности воспроизведения угловых скоростей являются недопустимо большими.

Рассматриваемая задача относится к динамике вращающихся роторов [1, 2]. В настоящей работе исследуется устойчивость симметричного вращающегося ротора на подвижном основании. При этом принимается во внимание переменный во времени характер изменения упругости опор. Последнее может быть связано, например, с изменением давления в пневмосистеме.

На рис. 1 представлена кинематическая схема, а также системы координат, относительно которых задается движение ротора. Система $OXYZ$ жестко связана с основанием ротора, а ось Oz системы $Oxyz$ направлена вдоль оси ротора, которая принимается жесткой. Система $Oxyz$ не участвует во вращении ротора, ее положение относительно системы $OXYZ$ задается углами α и β . Для общности рассмотрения принято, что центр масс ротора не совпадает с точкой его подвеса.

Движение вертикального ротора по координатам α и β описывается системой уравнений (если следовать обозначениям [3])

$$\begin{aligned} J_2 \ddot{\alpha} - J_0 \Omega (-\dot{\beta} + \omega_1 - \omega_2 \alpha) + [k + ml(g + \omega_3)] \alpha &= ml\omega_1 + f_1; \\ J_0 \ddot{\beta} - J_0 \Omega (\dot{\alpha} + \omega_2 - \omega_3 \beta) + [k + ml(g + \omega_3)] \beta &= ml\omega_2 + f_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где J_0 и J_2 — осевой и экваториальный моменты инерции ротора; Ω — угловая скорость ротора относительно основания; ω_1 , ω_2 и ω_3 — составляющие угловой скорости основания ротора; ω_1 , ω_2 и ω_3 — составляющие линейного ускорения основания ротора; m — масса ротора; l — расстояние между центром масс и точкой подвеса ротора; g — ускорение силы тяжести; k — угловая жесткость подвеса; f_1 и f_2 — возмущающие моменты. При этом ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_1 , ω_2 , ω_3 , f_1 , f_2 , k являются функциями времени.

Для решения задачи достаточно изучить устойчивость однородной системы, соответствующей (1)

$$\begin{aligned} J_2 \ddot{\alpha} + J_0 \Omega \dot{\beta} + [J_0 \Omega \omega_3 + ml(g + \omega_3) + k] \alpha &= 0; \\ J_0 \ddot{\beta} - J_0 \Omega \dot{\alpha} + [J_0 \Omega \omega_2 + ml(g + \omega_3) + k] \beta &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

После введения комплексной переменной $x = \alpha - i\beta$ систему (2) запишем следующим образом:

$$\ddot{x} + i \frac{J_0}{J_3} \Omega \dot{x} + \left[\frac{ml}{J_3} (g + w_0) + \frac{J_0}{J_3} \Omega \omega_0 + \frac{k}{J_3} \right] x = 0 \quad (3)$$

Общее решение (3) имеет вид:

$$x = C_1 x_1 + C_2 x_2, \quad (4)$$

где x_1 и x_2 — частные линейно независимые решения (3); C_1 и C_2 — комплексные постоянные.

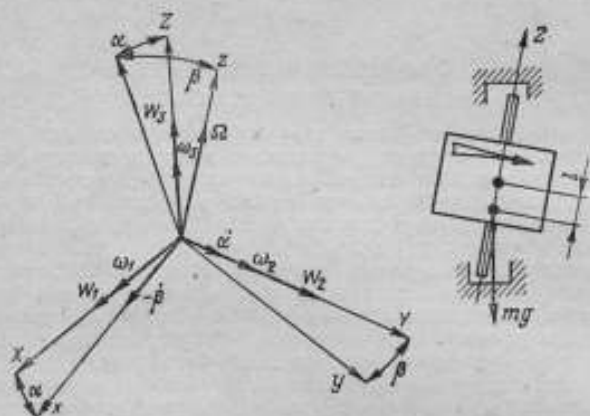


Рис. 1. Кинематическая схема

Если перейти к полярным координатам, исходя из соотношений $x = \rho \exp(-i\varphi)$; ($\alpha = \rho \cos \varphi$, $\beta = \rho \sin \varphi$), то из (4) получим:

$$x = C_1 \rho_1 (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) + C_2 \rho_2 (\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2). \quad (5)$$

Из (5) следует, что как действительная, так и мнимая части решения (4) устойчивы, если устойчивы ρ_1 и ρ_2 , соответствующие частным решениям x_1 и x_2 .

Частные решения будем искать при начальных условиях $t = t_0$, $\alpha(t_0)$, $\beta(t_0)$, $\dot{\alpha}(t_0)$, $\dot{\beta}(t_0)$, удовлетворяющих соотношению:

$$\frac{\dot{\alpha}(t_0) \beta(t_0) - \dot{\beta}(t_0) \alpha(t_0)}{\alpha^2(t_0) + \beta^2(t_0)} = -\frac{J_0}{2J_3} \Omega. \quad (6)$$

Умножив первое уравнение системы (2) на β , а второе — на $-\alpha$ и сложив их, получим уравнение в полных дифференциалах:

$$d(\dot{\alpha}\beta - \dot{\beta}\alpha) + \frac{J_0}{2J_3} \Omega d(\alpha^2 + \beta^2) = 0.$$

Первый интеграл этого уравнения относительно полярных координат ρ и φ имеет вид:

$$-\rho^2 \dot{\varphi} + \frac{J_0}{2J_3} \Omega \rho^2 = C \quad (C = \text{const})$$

При выполнении (6) получаем решение относительно φ

$$\varphi = \frac{J_0}{2J_3} \Omega t + C'; \quad C' = \arctg \frac{\beta(t_0)}{\alpha(t_0)}. \quad (7)$$

Умножив первое уравнение системы (2) на $\dot{\alpha}$, а второе на $\dot{\beta}$ и сложив их, получим:

$$d(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + \frac{1}{J_3} [ml(g + \omega_3) + J_0 \Omega \omega_3 + k] d(\alpha^2 + \beta^2) = 0. \quad (8)$$

Принимая во внимание (6) и (7), исходя из (8), после перехода к полярным координатам приходим к уравнению:

$$\ddot{\rho} + \left[\frac{n^2}{4} + n\rho \left(1 + \frac{\omega_3}{g} \right) + n\omega_3 + r^2 \right] \rho = 0, \quad (9)$$

где для краткости записи введены следующие обозначения:

$$n = \frac{J_0}{J_3} \Omega; \quad \rho = \frac{mlg}{J_0 \Omega}; \quad r^2 = \frac{k}{J_3}.$$

Здесь n и ρ — соответственно круговые частоты мутовочных и прецессионных колебаний ротора на подвижном основании, а в случае постоянства k во времени r — частота собственных колебаний невращающегося ротора на подвижном основании.

Теперь частные решения $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ системы (2) можно выразить через частные решения уравнения (9): например, при $\beta(t_0) = 0$

$$\alpha_1 = \rho_1 \cos \frac{J_0}{2J_3} \Omega t; \quad \alpha_2 = \rho_2 \cos \frac{J_0}{2J_3} \Omega t; \quad (10)$$

$$\beta_1 = \rho_1 \sin \frac{J_0}{2J_3} \Omega t; \quad \beta_2 = \rho_2 \sin \frac{J_0}{2J_3} \Omega t.$$

Таким образом, устойчивость вращающегося симметричного ротора на подвижном основании определяется устойчивостью решений линейного уравнения 2-го порядка (9) с вещественными коэффициентами. Устойчивость решений этого уравнения в значительной степени изучена [4]. Выраженная для движения ротора, описываемого системой (1), можно получить также исходя из частных решений (10).

Построим области устойчивости вращающегося ротора для случаев гармонического характера изменений ω_3, ω_3 и k .

1. Пусть $\omega_3 = \psi_0 \omega \cos \omega t$; $\omega_3 = I = 0$; $k = k_0 = \text{const}$. (ψ_0 — амплитуда угловых колебаний основания ротора; ω — круговая частота колебаний основания).

После замены независимой переменной $\tau = \frac{\omega t}{2}$ для (8) получаем стандартную форму записи уравнения Матье

$$\frac{d^2 \rho}{d\tau^2} + (h - 2\theta \cos 2\tau) \rho = 0,$$

где

$$h = \frac{n^2}{\omega^2} + 4 \frac{r_0^2}{\omega^2}; \quad \theta = -\frac{2\psi_0 n}{\omega}; \quad r_0^2 = \frac{k_0}{J_3}.$$

Преобразуем диаграмму Айнса — Стретта, характеризующую устойчивость решения уравнения Матвея на полуплоскости $h > 0$, θ , к плоскости Ψ_0 .

$$\frac{\omega}{n}$$

$$\frac{\omega}{n} = \sqrt{\frac{1+4q^2}{h}}; \quad \Psi_0 = \pm \frac{\theta}{2} \sqrt{\frac{1+4q^2}{h}}; \quad \left(q = \frac{r_0}{n}\right).$$

Параметрический резонанс имеет место при

$$\frac{\omega}{n} = \frac{1}{i} \sqrt{1+4q^2}, \quad (i = 1, 2, \dots).$$

Результаты преобразования полуплоскости θ , $h > 0$ представлены на рис. 2.

Устойчивая работа платформы может быть обеспечена также при $k = 0$ и $l \neq 0$. При этих условиях приходим к уравнению движения гиromaятника [3]. В этом случае платформа обладает свойством самогоризонтирования, однако из-за слабого демпфирования процессы самогоризонтирования оказываются растянутыми во времени. При $k = 0$; $l \neq 0$; $h \gg 4\rho$, $\omega_2 = \omega_3 = \omega \cos \omega t$, $\omega_3 = 0$ получим:

$$h = \frac{n^2}{\omega^2} + \frac{4\rho n}{\omega^2}; \quad \theta = -\frac{2\Psi_0 n}{\omega}$$

Диаграмма Айнса — Стретта преобразуется по формулам

$$\frac{\omega}{n} = \sqrt{\frac{1+4\frac{\rho}{n}}{h}}; \quad \Psi_0 = \pm \frac{\theta}{2} \sqrt{\frac{1+4\frac{\rho}{n}}{h}}$$

Параметрический резонанс имеет место при

$$\frac{\omega}{n} = \frac{1}{i} \sqrt{1+4\frac{\rho}{n}}, \quad (i = 1, 2, \dots).$$

2. Пусть $k = k_0 - \Delta k \cos \omega t$; $\omega_2 = \omega_3 = l = 0$, тогда

$$h = \frac{n^2}{\omega^2} + 4\frac{r_0^2}{\omega^2}; \quad \theta = \frac{2\Delta r^2}{\omega^2}$$

Преобразование полуплоскости h , θ ($h > 0$, $\theta > 0$) осуществляется следующим образом:

$$\frac{\omega}{n} = \sqrt{\frac{1+4q^2}{h}}; \quad \frac{\Delta r}{r_0} = \pm \sqrt{\frac{2\theta}{h} \left(1 + \frac{1}{4q^2}\right)}$$

Области устойчивости представлены на рис. 3.

Параметрический резонанс имеет место при

$$\frac{\omega}{n} = \frac{1}{i} \sqrt{1+4q}, \quad (i = 1, 2, \dots)$$

3. Пусть $\omega_2 = -\omega_3 \cos \omega t$; $\omega_3 = 0$, $r = r_0$, тогда

$$h = \frac{n^2}{\omega^2} + \frac{4\rho n}{\omega^2} + \frac{4r^2}{\omega^2}; \quad \theta = \frac{2n\rho\omega_0}{\omega^2 g}$$

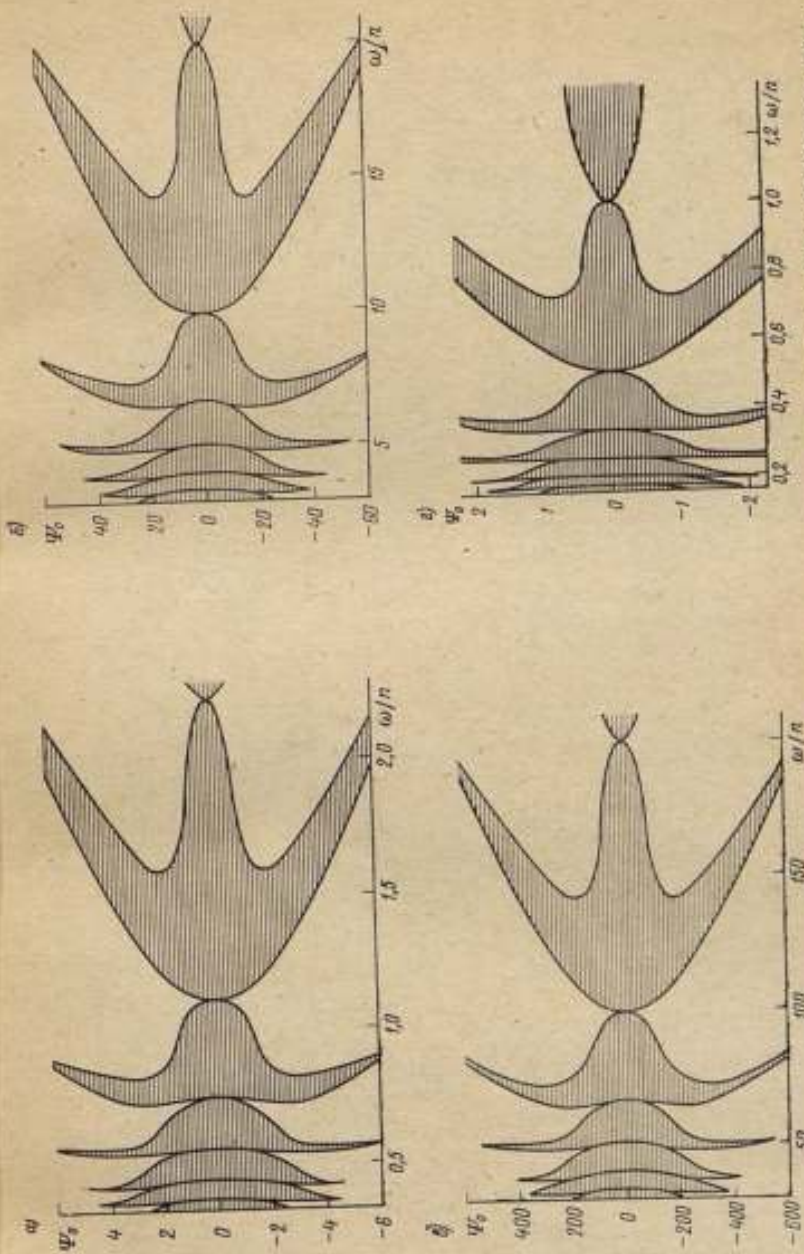


Рис. 2. Область устойчивости вращающегося ротора при гармонических колебаниях его основания; при φ , равном:

$a - 1$; $b - 10$; $\alpha - 100$; $z - 0,1$

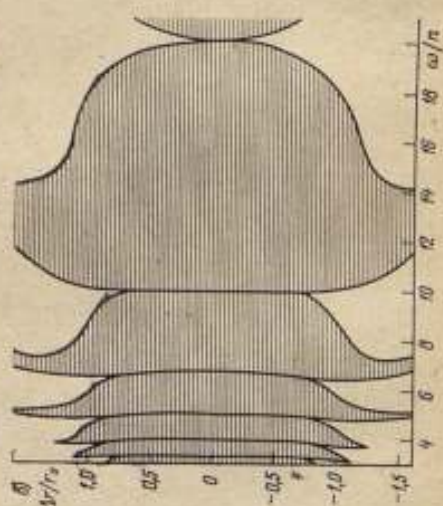
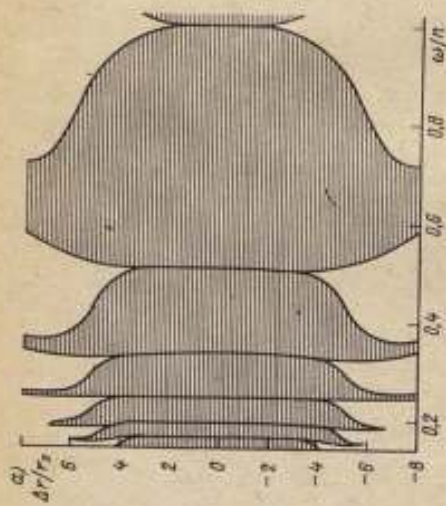
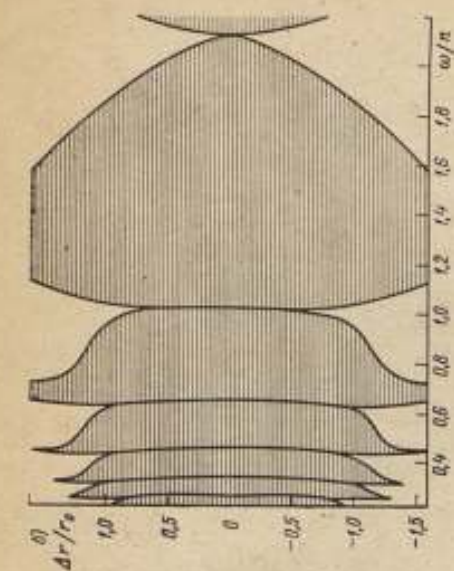


Рис. 3. Области устойчивости вращающегося ротора при гармоническом характере измерения жесткости подвеса q , равном:
 $a - 0,1$; $b - 1$; $c - 10$

Преобразование полуплоскости h , θ ($h > 0$, $\theta > 0$) осуществляется по формулам

$$\frac{\omega}{n} = \sqrt{\frac{1 + 4\frac{p}{n} + 4q^2}{h}}; \quad \frac{\omega_0}{g} = \pm \frac{2\theta}{h} \left(1 + \frac{1}{4\frac{p}{n}} + \frac{r_0^2}{pn} \right).$$

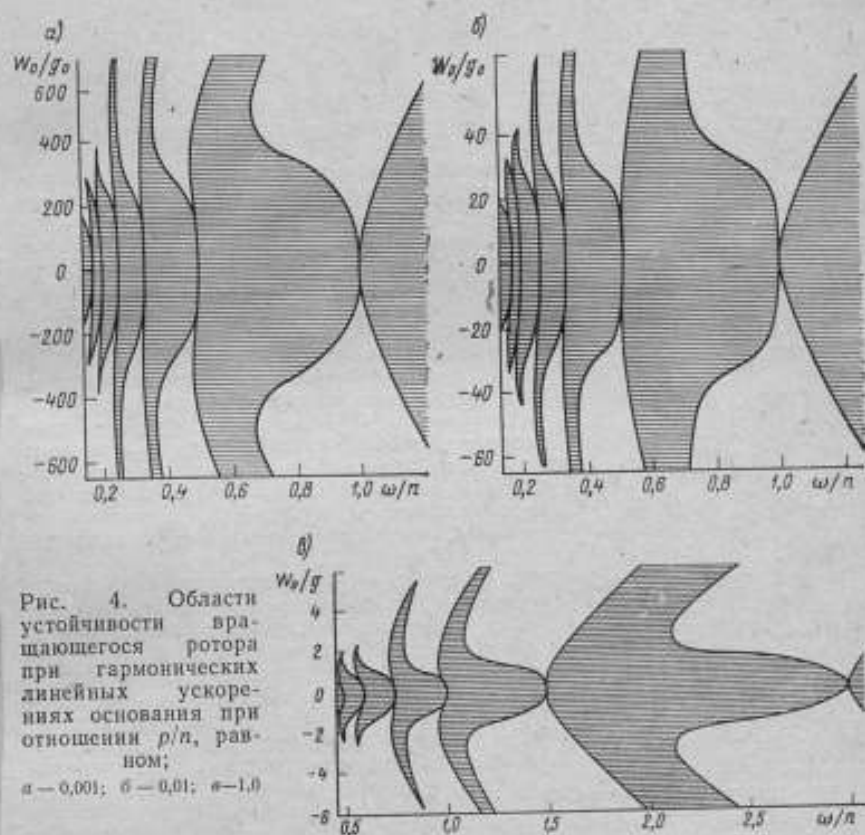


Рис. 4. Области устойчивости вращающегося ротора при гармонических линейных ускорениях основания при отношении p/n , равном;
а — 0,001; б — 0,01; в — 1,0

Области устойчивости для $r = q = 0$ (случай гиromаятника) представлены на рис. 4.

Параметрический резонанс имеет место при

$$\frac{\omega}{n} = \frac{1}{i} \sqrt{1 + 4q^2 + 4\frac{p}{n}}, \quad (i = 1, 2, \dots).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тонда А. Динамика роторов турбогенераторов. М.—Л., «Энергия», 1971, 214 с., с ил.
2. Динамика гибких роторов. Под редакцией Ф. М. Димментберга. М., «Наука», 1972 с. 18—23.

3. Ишлинский А. Ю. К теории гироскопического маятника. — «Прикладная математика и механика», т. XXI, вып. 1, изд. АН СССР, 1957, 42—47.
4. Джеффрис Г., Свирс Б. Методы математической физики, вып. 3. «Мир», 1970, с. 9—42.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.77

И. С. Чулкова, И. В. Павлов

ЛЭТИ

СТЕНД ДЛЯ ИСПЫТАНИЯ ПРИБОРОВ И УЗЛОВ СИСТЕМ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Для контрольных испытаний приборов и отдельных узлов систем инерциальной навигации и управления требуются стенды, позволяющие создавать высокостабильную медленную угловую скорость, соизмеримую со скоростью вращения Земли. Использование в качестве приводного устройства стенда синхронного двигателя с редуктором приводит к существенным колебаниям скорости на выходном валу вследствие переменных нагрузок и неизбежных зазоров в редукторе.

Схема предлагаемого стенда построена на использовании инерционных свойств гироскопического эффекта. В основу устройства стенда положен гироскоп с тремя степенями свободы. Выходной вал с вращающейся платформой стенда представляет собой жесткую конструкцию с наружной рамой подвеса гироскопа. Кинематическая схема стенда представлена на рис. 1.

С помощью преобразователя моментов 4 создается управляющее воздействие на гироскоп 1, которое обуславливает прецессионное движение гироскопа относительно наружной оси 5. Изменение значения управляющего момента позволяет варьировать выходную угловую скорость. В схеме стенда предусмотрена межрамочная коррекция (элементы 6, 7, 8) для компенсации постоянной составляющей нагрузочного момента.

Существенное различие в гироскопических устройствах по частоте собственных (нутационных) и вынужденных (прецессионных) движений позволяет при анализе движения гироскопа разделить

выходные координаты на две группы: χ -координаты прецессионного движения и γ -координаты нутационного движения.

Вследствие высоких требований к стабильности скорости вращения стенда необходимо учитывать влияние нутационных колебаний гироскопа [1]. Для количественной оценки проведено исследование технической устойчивости стенда при постоянно действующих переменных внешних силах. Значение нутационных колебаний определяется не самим нагрузочным моментом, а его производной. Это существенно затрудняет анализ, так как последняя, как правило, известна менее точно, чем момент. Поэтому для оценки значений координат исследование проводится методом [2], который позволяет косвенно оценивать значение нутационных колебаний в зависимости от внешнего нагрузочного момента и нелинейных членов уравнений движения.

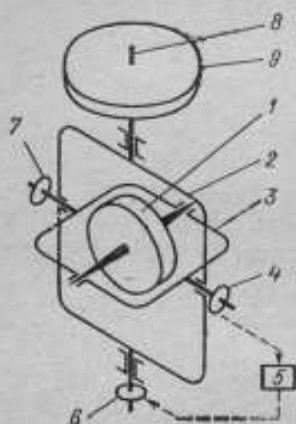


Рис. 1. Кинематическая схема стенда:

- 1 — гироскоп; 2, 3 — карданные кольца; 4 — преобразователь моментов; 5 — наружная ось карданова подвеса; 6 — преобразователь угла; 7 — усилитель; 8 — разгрузочный двигатель; 9 — вращающаяся платформа

Следуя принятой методике, запишем уравнение движения стэнда в нормальной форме Коши

$$\frac{dY}{dt} = aY + P_I, \quad (1)$$

где Y — выходные координаты стэнда; a — матрица, зависящая от параметров стэнда; P_I — внешнее возмущение и учетные нелинейности стэнда.

Произведем оценку каждой координаты сверху $|Y| < |Y_k|$. Здесь Y_k определяется выражением

$$Y_k = X_k + \sum_{l=1}^n \int_{t_0}^t Z_k^{(l)}(t, \tau) \bar{P}_l(\tau) d\tau,$$

где X_k — значение координаты, полученное в результате решения линейной части однородной системы; $\bar{P}_l(\tau)$ — наибольшие (амплитудные) значения P_l ; $Z_k^{(l)}(t, \tau)$ — параметр определяемый через коэффициенты квадратичной формы, построенной для системы

$$Z_k^{(l)}(t, \tau) = \sqrt{A_{ll}(\tau) \frac{M_k(\tau)}{A_k(\tau)}} e^{\varphi(t, \tau)}. \quad (2)$$

Учитывая, что испытательный стэнд представляет собой стационарную в динамическом смысле и асимптотически устойчивую систему, имеем

$$\varphi(t, \tau) < 0; \quad A_{ll}(\tau) = A_{ll}; \quad A_k(\tau) = A_k; \quad M_k(\tau) = M_k,$$

где A_{ll} — коэффициенты квадратичной формы, построенные методом Г. Н. Дубошина, Н. Г. Четаева.

Для рассматриваемой системы (стэнда) величины A_k и M_k находят с помощью следующих коэффициентов A_{ll} квадратичной формы;

$$A_{11} = \frac{1}{D} (D_{11}u_1 + D_{41}u_2 + D_{61}u_3);$$

$$A_{22} = \frac{1}{D} (D_{14}u_1 + D_{44}u_2 + D_{64}u_3);$$

$$A_{33} = \frac{1}{D} (D_{16}u_1 + D_{46}u_2 + D_{66}u_3);$$

$$A_{12} = \frac{1}{D} (D_{12}u_1 + D_{42}u_2 + D_{62}u_3);$$

$$A_{13} = \frac{1}{D} (D_{13}u_1 + D_{43}u_2 + D_{63}u_3);$$

$$A_{23} = \frac{1}{D} (D_{15}u_1 + D_{45}u_2 + D_{65}u_3).$$

Здесь D — определитель, который составлен из элементов матрицы системы (1) следующим образом:

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 2a_{21} & 2a_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{32} & a_{21} & a_{21} & 0 \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & 0 & a_{31} & a_{31} \\ 0 & 0 & 0 & 2a_{22} & 2a_{32} & 0 \\ 0 & a_{13} & 0 & a_{23} & a_{22} + a_{32} & a_{32} \\ 0 & 0 & 2a_{13} & 0 & 2a_{23} & 2a_{33} \end{vmatrix}$$

u_i ($i = 1, 2, 3$) — заданные функции времени, удовлетворяющие условиям $u_i > 0$ или $-u_i < 0$ для всех $t_0 < t < T$, в данном случае приняты постоянными $u_i = 1$; D_{ij} — алгебраические дополнения соответствующих элементов матрицы D ; A_n — дискриминант квадратичной формы

$$A_n = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{vmatrix}$$

M_k — миноры порядка $n-1$, соответствующие элементам главной диагонали дискриминанта A_n .

Повышение точности работы стенда может быть достигнуто за счет подбора его параметров, удовлетворяющих условию минимума коэффициен-

$$\text{тов } L_k^{(i)} = \sqrt{\frac{M_k}{A_n}} \text{ функции } Z_k^{(i)} = L_k^{(i)} e^{\varphi(t, \tau)}.$$

Необходимо учитывать, что испытуемый прибор жестко крепится на платформе стенда и тем самым изменяет момент инерции J_n гироскопического узла относительно выходной оси стенда, т. е. изменяет один из параметров стенда. Кроме того, при различных испытаниях задается различная скорость стенда ω . Вследствие этого представляет интерес исследование влияния этих факторов на динамику работы стенда. С этой целью находим наибольшее значение функций $L_k^{(i)}(\omega, J_n)$, зависящее как от момента инерции J_n , так и от программных значений скорости стенда ω в реальном диапазоне значений J_n и ω .

Экстремумы функции двух переменных можно определить по существующей методике, а граничные значения областей для ω и J_n — по техническим характеристикам стенда. В качестве примера рассмотрим исследование сечений функций $L_k^{(i)}(\omega, J_n)$ отдельно по параметрам ω и J_n для стенда со следующими характеристиками: кинетический момент гироскопа $H = 2,45 \text{ кгм}^2/\text{с}$; коэффициенты демпфирования $n_1 = n_2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кгм}^2/\text{с}$; коэффициент жесткости $k = 50 \text{ кгм}^2/\text{с}^2$; $b = J_{yx} + J_{nz} - J_{zx} = 16,3 \cdot 10^{-4} \text{ кгм}^2$; $a_1 = J_x + J_{ny} = 16,5 \cdot 10^{-4} \text{ кгм}^2$ (где J_x — экваториальный момент инерции гироскопа; J_{nx}, J_{ny}, J_{nz} — моменты инерции внутреннего карданова кольца вокруг соответствующих осей).

Элементы матрицы $a(1)$ соответственно равны:

$$\begin{aligned} a_{11} &= 0, & a_{12} &= 0, & a_{13} &= 1. \\ a_{21} &= -\frac{k}{J_n} = -5 \cdot 10^8 \text{ 1/с}^2; \\ a_{22} &= -\frac{n_2}{J_n} = -5 \cdot 10^6 \text{ 1/с}; \\ a_{23} &= -\frac{H}{J_n} = 24,5 \cdot 10^6 \text{ 1/с}; \\ a_{31} &= -\frac{b\omega}{a_1} = 1,01 \text{ 1/с}^2; \\ a_{32} &= -\frac{H}{a_1} = -1,48 \cdot 10^8 \text{ 1/с}; \\ a_{33} &= -\frac{n_1}{a_1} = -30,5 \text{ 1/с}. \end{aligned}$$

Исследование зависимости $L_k^{(l)}(J_n)$ проведено при сечении $\omega = 0,628$ л/с. Коэффициенты квадратичной формы в зависимости от J_n сокращенно с точностью до 0,1% могут быть записаны в следующем виде:

$$A_{11} = (3,18 \cdot 10^{-3} J_n^2 + 1,4 \cdot 10^{-4} J_n + 1,57) \frac{1}{J_n};$$

$$A_{22} = (6 \cdot 10^{-12} J_n^3 - 1,25 \cdot 10^{-6} J_n^2 - 6 \cdot 10^{-5} J_n - 7 \cdot 10^{-4}) \frac{1}{J_n};$$

$$A_{33} = (2,15 \cdot 10^{-12} J_n^2 + 2 \cdot 10^{-5} J_n + 7,81 \cdot 10^{-4}) \frac{1}{J_n};$$

$$A_{13} = (1,6 \cdot 10^{-11} J_n^2 + 2,42 \cdot 10^{-9} J_n + 6,7 \cdot 10^{-5}) \left(-\frac{1}{J_n}\right);$$

$$A_{12} = (1,57 \cdot 10^{-4} J_n^2 + 6,65 \cdot 10^{-3} J_n + 7 \cdot 10^{-2}) \frac{1}{J_n};$$

$$A_{23} = (1,6 \cdot 10^{-12} J_n^2 - 3,1 \cdot 10^{-7} J_n - 6,8 \cdot 10^{-6}) \left(-\frac{1}{J_n}\right).$$

Рис. 2. График зависимости параметра $L_2^{(2)}$ от момента инерции стэнда относительно наружной оси карданова подвеса



Экстремумы функций $L_k^{(l)}(J_n)$ определяются из условия $\frac{dL_k^{(l)}}{dJ_n} = 0$. Для слагаемого координаты $k = 2$, определяющей угловую скорость стэнда, и слагаемого $l = 2$ при наибольшем значении \bar{P}_l имеем

$$\frac{dL_2^{(2)}}{dJ_n} = \frac{-2,45 \cdot 10^{-3} J_n^3 - 2,3 \cdot 10^{-1} J_n^2 - 8,25 J_n - 104}{J_n^2 (3,5 \cdot 10^{-2} J_n + 1,64)} \quad (3)$$

Из выражения (3) видно, что для положительных значений J_n производная отрицательна, т. е. $L_2^{(2)}(J_n)$ монотонно убывает. Ее наибольшее значение будет при ненагруженном стэнде. График зависимости $L_2^{(2)}(J_n)$ представлен на рис. 2.

В зависимости от ω коэффициенты той же квадратичной формы для сечения $J_n = 10^6$ гсм² имеют следующие значения:

$$A_{11} = -21,8 + 0,23 \cdot 10^{-6} \omega^2;$$

$$A_{22} = 0,528 - 0,239 \cdot 10^{-6} \omega^2;$$

$$A_{33} = -0,085 + 0,236 \cdot 10^{-6} \omega^2;$$

$$A_{12} = -2,63 + 3,57 \cdot 10^{-4} \omega^2;$$

$$A_{13} = 0,83 - 0,117 \cdot 10^{-6} \omega^2;$$

$$A_{23} = -1,18 \cdot 10^{-4} - 0,47 \cdot 10^{-8} \omega^2.$$

Из приведенных значений видно, что коэффициенты квадратично-формы $A_{ij}(\omega)$ при $\omega \leq 1$ рад/с представляют собой с точностью до 0,01% постоянные величины, что обуславливает постоянство величины $L_k^{(i)}$ в диапазоне изменения скоростей вращения стэнда $\omega = \pm 1$ рад/с. Таким образом приведенная методика позволяет рассчитывать параметры стэнда и оценивать допустимые габаритные размеры и массу испытуемого оборудования

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карачаров К. А., Пилютик А. Г. Введение в техническую теорию устойчивости движения. М., Физматгиз, 1962, 243 с., с ил.
2. Павлов И. В., Чулкова И. С. О возможности создания привода постоянной скорости с помощью гироскопа. — Изв. ЛЭТИ, вып. 103, 1971 с. 110—113.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.77.088

Э. П. Агафонов, В. А. Иванов
А. С. Поваренков
ВНИИМ

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ МЕТОДОМ ФИКСИРОВАННОГО УГЛА

Среди дискретных методов измерения скоростей широкое распространение получил метод фиксированного угла (расстояния)*.

В случае угловых скоростей в соответствии с этим методом измеряется время $\Delta t = t_2 - t_1$ поворота на известный угол $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, а его угловая скорость определяется из выражения

$$\omega' = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (1)$$

Ниже получены оценки относительной погрешности измерений регулярной (систематической) и случайной составляющих скорости ω по этому методу, а также изучен вопрос об оптимальном выборе $\Delta\varphi$. Рассмотрим вначале погрешность измерений систематической составляющей.

Пусть угол поворота вала изменяется по закону

$$\varphi = \Phi(t),$$

где $\Phi(t)$ — достаточно гладкая функция, допускающая обращение

$$t = T(\varphi). \quad (2)$$

Разложение (2) в ряд Тейлора дает

$$t_2 - t_1 = \frac{dT}{d\varphi} \Delta\varphi + \frac{1}{2} \frac{d^2T}{d\varphi^2} (\Delta\varphi)^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3T}{d\varphi^3} (\Delta\varphi)^3 + \dots \quad (3)$$

* Иванов В. А., Липатов Л. С., Поваренков А. С., Семенова Г. Ф. Автоколлимационная система измерения малых угловых скоростей. — В сб. «Новые конструкции точных механизмов и приборов и технология их изготовления». Изд. ЛДНТП, 1974.

Вычисляя $\frac{dT}{d\varphi}$; $\frac{d^2T}{d\varphi^2}$; ...; $\frac{d^{(k)}T}{d\varphi^k}$, получим

$$t_2 - t_1 = \frac{\Delta\varphi}{\omega_0(t_1)} - \frac{\dot{\omega}(t_1)}{2\omega_0^3(t_1)} (\Delta\varphi)^2 + \frac{3\ddot{\omega}_0^2(t_1) - \omega_0(t_1)\ddot{\omega}_0(t_1)}{6\omega_0^5(t_1)} (\Delta\varphi)^3 + \dots$$

где

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_2 - \varphi_1; \\ \omega_0 &= \frac{d\Phi}{dt}; \quad \dot{\omega}_0 = \frac{d\omega_0}{dt}. \end{aligned} \quad (5)$$

Пусть на угловую скорость $\omega_0(t)$ накладывается малое возмущение $\bar{\omega}(t)$

$$\omega(t) = \omega_0(t) + \bar{\omega}(t). \quad (6)$$

Введем следующие обозначения:

$$\tau = t_2 - t_1; \quad (7)$$

$$R[\omega_0(t), \Delta\varphi] = \frac{\Delta\varphi}{\omega_0(t)} - \frac{\dot{\omega}_0(t)}{2\omega_0^3(t)} (\Delta\varphi)^2 + \frac{2\ddot{\omega}_0^2(t) - \omega_0(t)\ddot{\omega}_0(t)}{6\omega_0^5(t)}; \quad (8)$$

$$\bar{t}_2 - t_1 = R[\omega_0(t_1) + \bar{\omega}(t_1), \Delta\varphi]; \quad (9)$$

$$\bar{t}_1 - t_2 = R[\omega_0(t_2) + \bar{\omega}(t_2), -\Delta\varphi]; \quad (10)$$

\bar{t}_2 — момент времени пересечения метки φ_2 , если в момент времени прохождения метки $\varphi_1(t_1)$ угловая скорость получила возмущение $\bar{\omega}(t_1)$; \bar{t}_1 — момент времени пересечения метки φ_1 , если в момент прохождения метки $\varphi_2(t_2)$ угловая скорость $\omega_0(t_2)$ имеет возмущение $\bar{\omega}(t_2)$.

Найдем интервал времени прохождения угла с учетом возмущений. Из (8) — (10) имеем

$$\bar{t}_2 - \bar{t}_1 = R[\omega_0(t_1) + \bar{\omega}(t_1), \Delta\varphi] - R[\omega_0(t_2) + \bar{\omega}(t_2), -\Delta\varphi]. \quad (11)$$

В дальнейшем будем обозначать t_1 через \bar{t} , $\bar{t}_2 - \bar{t}_1 = \bar{\tau}$ и $\bar{t}_2 = \bar{t} + \bar{\tau}$. Учитывая (8) и (11), найдем

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= \left[\frac{1}{\omega_0(t) + \bar{\omega}(t)} + \frac{1}{\omega_0(t + \bar{\tau}) + \bar{\omega}(t + \bar{\tau})} - \frac{1}{\omega_0(t)} \right] \Delta\varphi - \\ &- \frac{1}{2} \left\{ \frac{\dot{\omega}_0(t) + \dot{\bar{\omega}}(t)}{[\omega_0(t) + \bar{\omega}(t)]^3} + \frac{\dot{\omega}_0(t + \bar{\tau}) + \dot{\bar{\omega}}(t + \bar{\tau})}{[\omega_0(t + \bar{\tau}) + \bar{\omega}(t + \bar{\tau})]^3} - \frac{\dot{\omega}_0(t)}{\omega_0^3(t)} \right\} (\Delta\varphi)^2 + \\ &+ \frac{1}{6} \left\{ \frac{3[\dot{\omega}_0(t) + \dot{\bar{\omega}}(t)]^2 - [\omega_0(t) + \bar{\omega}(t)][\ddot{\omega}_0(t)]}{[\omega_0(t + \bar{\tau}) + \bar{\omega}(t + \bar{\tau})]^3} + \right. \\ &+ \frac{3[\dot{\omega}_0(t + \bar{\tau}) + \dot{\bar{\omega}}(t + \bar{\tau})]^2 - [\omega_0(t + \bar{\tau}) + \bar{\omega}(t + \bar{\tau})][\ddot{\omega}_0(t + \bar{\tau}) + \dot{\bar{\omega}}(t + \bar{\tau})]}{[\omega_0(t + \bar{\tau}) + \bar{\omega}(t + \bar{\tau})]^3} - \\ &\left. - \frac{3\ddot{\omega}_0^2(t) - \omega_0(t)\ddot{\omega}_0(t)}{\omega_0^5(t)} \right\} (\Delta\varphi)^3 + \dots \end{aligned} \quad (12)$$

Пусть $\omega_0 = \cos \pi t$, $\bar{\omega}/\omega_0 < 1$.

Ограничиваясь тремя членами разложения (12) в ряд по степеням и пренебрегая членами степени выше 2-й, получим

$$\begin{aligned} \bar{\tau} = \frac{\Delta\varphi}{\omega_0} \left\{ 1 - \frac{\bar{\omega}(t) + \bar{\omega}(t+\tau)}{\omega_0} + \frac{\bar{\omega}^2(t) + \bar{\omega}^2(t+\tau)}{\omega_0^2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left[\dot{\bar{\omega}}(t) + \dot{\bar{\omega}}(t+\tau) - \frac{3[\bar{\omega}(t)\dot{\bar{\omega}}(t) + \bar{\omega}(t+\tau)\dot{\bar{\omega}}(t+\tau)]}{\omega_0^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{\Delta\varphi}{\omega_0^2} + \frac{1}{6} [3(\ddot{\bar{\omega}}^2(t) + \ddot{\bar{\omega}}^2(t+\tau)) - \omega_0[\ddot{\bar{\omega}}(t) + \ddot{\bar{\omega}}(t+\tau)] + \right. \\ \left. + 4[\bar{\omega}(t)\ddot{\bar{\omega}}(t) + \bar{\omega}(t+\tau)\ddot{\bar{\omega}}(t+\tau)] \frac{(\Delta\varphi)^2}{\omega_0^4} \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

или

$$\bar{\tau} = \frac{\Delta\varphi}{\omega_0} [1 - \bar{\delta}(t, \tau)], \quad (14)$$

где $\bar{\delta}(t, \tau)$ — относительная погрешность определения интервала $\bar{\tau}$, порожденная возмущением $\bar{\omega}(t)$.

Из (13) имеем

$$\begin{aligned} \bar{\delta}(t, \tau) = \frac{\bar{\omega}(t) + \bar{\omega}(t+\tau)}{\omega_0} - \frac{\bar{\omega}^2(t) + \bar{\omega}^2(t+\tau)}{\omega_0^2} + \\ + \frac{1}{2} \left[\dot{\bar{\omega}}(t) + \dot{\bar{\omega}}(t+\tau) - \frac{3[\bar{\omega}(t)\dot{\bar{\omega}}(t) + \bar{\omega}(t+\tau)\dot{\bar{\omega}}(t+\tau)]}{\omega_0} \right] \times \\ \times \frac{\Delta\varphi}{\omega_0^2} - \frac{1}{6} [3(\ddot{\bar{\omega}}^2(t) + \ddot{\bar{\omega}}^2(t+\tau)) - \omega_0[\ddot{\bar{\omega}}(t) + \ddot{\bar{\omega}}(t+\tau)] + \\ + 4[\bar{\omega}(t)\ddot{\bar{\omega}}(t) + \bar{\omega}(t+\tau)\ddot{\bar{\omega}}(t+\tau)] \frac{(\Delta\varphi)^2}{\omega_0^4}]. \quad (15) \end{aligned}$$

Перейдем к определению относительной погрешности $\bar{\gamma}(t, \tau)$ регулярного значения угловой скорости ω . Из (14) имеем

$$\frac{\omega'}{\omega_0} = \frac{1}{1 - \bar{\delta}(t, \tau)}, \quad (16)$$

где

$$\omega' = \frac{\Delta\varphi}{\bar{\tau}}. \quad (17)$$

Пренебрегая степенями $\bar{\delta}^2$ и выше в разложении (16), получим выражение для относительной погрешности $\bar{\gamma}(t, \tau)$ измерения регулярной составляющей ω_0 по формуле (1)

$$\bar{\gamma}(t, \tau) = \bar{\delta}(t, \tau) + \bar{\delta}^2(t, \tau) \quad (18)$$

или

$$\begin{aligned}
 \bar{y}(t, \tau) = & \frac{\bar{\omega}(t) + \bar{\omega}(t + \tau)}{\omega_0} + \frac{2\bar{\omega}(t)\bar{\omega}(t, \tau)}{\omega_0^2} + \frac{1}{2} \left\{ \dot{\bar{\omega}}(t) + \dot{\bar{\omega}}(t + \tau) + \right. \\
 & \left. + \frac{2[\dot{\bar{\omega}}(t)\bar{\omega}(t + \tau) + \dot{\bar{\omega}}(t + \tau)\bar{\omega}(t)] - [\bar{\omega}(t)\dot{\bar{\omega}}(t) + \bar{\omega}(t + \tau)\dot{\bar{\omega}}(t + \tau)]}{\omega_0} \right\} \times \\
 & \times \frac{\Delta\varphi}{\omega_0^2} + \frac{1}{12} [2\omega_0[\ddot{\bar{\omega}}(t) + \ddot{\bar{\omega}}(t + \tau)] - 3[\ddot{\bar{\omega}}(t) - \ddot{\bar{\omega}}(t + \tau)]^2 - \\
 & - 4[\ddot{\bar{\omega}}(t) - \ddot{\bar{\omega}}(t + \tau)][\dot{\bar{\omega}}(t) - \dot{\bar{\omega}}(t + \tau)]] \frac{(\Delta\varphi)^2}{\omega_0^4} + \\
 & + \frac{1}{6} [\dot{\bar{\omega}}(t) + \dot{\bar{\omega}}(t + \tau)][\ddot{\bar{\omega}}(t) + \ddot{\bar{\omega}}(t + \tau)] \frac{(\Delta\varphi)^3}{\omega_0^5} + \\
 & + \frac{1}{36} [\ddot{\bar{\omega}}(t) + \ddot{\bar{\omega}}(t + \tau)]^2 \frac{(\Delta\varphi)^4}{\omega_0^6}. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Соотношения (15) и (19) позволяют вычислить средние значения относительных погрешностей, а также их статистические характеристики, если возмущение $\bar{\omega}(t)$ носит случайный характер.

1. Пусть $\bar{\omega}(t)$ имеет вид:

$$\bar{\omega}(t) = a \sin bt. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (15) и (19), получим

$$\begin{aligned}
 \delta(t, \tau) = & \frac{a[\sin bt + \sin b(t + \tau)]}{\omega_0} - [\sin^2 bt + \sin b(t + \tau)] \frac{a^2}{\omega^2} + \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ ab[\cos bt + \cos b(t + \tau)] - \frac{3a^2b}{\omega} [\sin bt \cos bt + \sin b(t + \tau) \times \right. \\
 & \times \cos b(t + \tau)] \frac{\Delta\varphi}{\omega^2} - \frac{1}{6} [\omega_0 ab^2[\sin bt + \sin b(t + \tau)] + 3a^2b^2[\cos^2 bt + \\
 & + \cos^2 b(t + \tau)] - 4a^2b^2[\sin^2 bt + \sin^2 b(t + \tau)]] \frac{(\Delta\varphi)^2}{\omega^4} \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{y}(t, \tau) = & \sin b \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \cos \frac{b\tau}{2} + [\cos b\tau - \cos b(2t + \tau)] \frac{a^2}{\omega_0^2} + \\
 & + \frac{ab}{2} \left[2 \cos b \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \cos \frac{b\tau}{2} + \frac{2a}{\omega_0} \sin b(2t + \tau) \times \right. \\
 & \times \left(1 - \frac{1}{2} \cos b\tau \right) \left] \frac{\Delta\varphi}{\omega_0^2} + \frac{a^2b^2}{b} \left[\cos^2 b \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \left(4 - 7 \cos^2 \frac{b\tau}{2} \right) - \right. \\
 & - \frac{\omega_0}{a} \sin b \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \cos \frac{b\tau}{2} \left] \frac{(\Delta\varphi)^2}{\omega_0^4} - \frac{a^2b^2}{3} \cos^2 \frac{b\tau}{2} \times \\
 & \times \sin b(2t + \tau) \frac{(\Delta\varphi)^3}{\omega_0^5} + \frac{a^2b^4}{9} \sin^2 b \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \cos^2 \frac{b\tau}{2} \frac{(\Delta\varphi)^4}{\omega_0^6}. \quad (22)
 \end{aligned}$$

Функции $\bar{\delta}(t, \tau)$ и $\bar{\gamma}(t, \tau)$ периодичны по t .

Вычисляя среднее значение $\bar{\gamma}(t, \tau)$ за период $\frac{2\pi}{b}$, находим

$$\bar{\gamma}(\tau) = \frac{b}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{b}} \bar{\gamma}(t, \tau) dt = \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} \left[\frac{b \cos b\tau}{2\pi} + \right. \\ \left. + \frac{b^2}{12} \left(4 - 7 \cos^2 \frac{b\tau}{2} \right) \tau^2 + \frac{b^4}{18} \cos \frac{b\tau}{2} \tau^4 \right]. \quad (23)$$

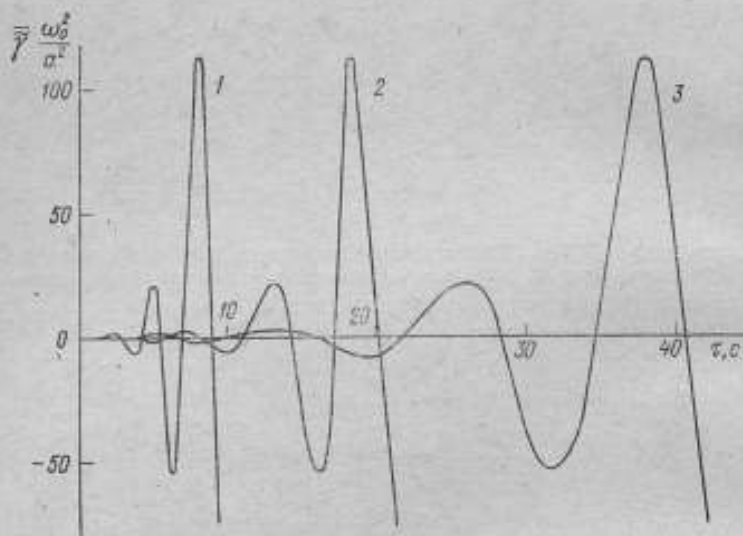


Рис. 1. Зависимость средней погрешности $\bar{\gamma}$ при гармоническом возмущении от величины τ при b , равном: 1—1; 2—2 и 3—5 Гц

На рис. 1 представлены результаты расчета усредненной за период погрешности $\bar{\gamma}$, взятой с коэффициентом $\frac{\omega_0^2}{\sigma^2}$ при гармоническом характере $\bar{\omega}$.

Соотношение (23) было получено с учетом того, что

$$\Delta\varphi = \omega_0\tau. \quad (24)$$

2. Пусть теперь $\bar{\omega}(t)$ — стационарный случайный процесс с $M[\bar{\omega}] = 0$ и корреляционной функцией вида $K(t_2 - t_1) = \sigma^2 r(S)$, $[r(0) = 1]$. Случайный процесс $\bar{\omega}(t)$ порождает случайные процессы \bar{t}_2 , \bar{t}_1 , $\bar{\tau}$, $\bar{\delta}$, $\bar{\gamma}$, определяемые отношениями (9), (10), (12), (15), (19). Вычислим математическое ожидание M и дисперсию D относительной погрешности $\bar{\gamma}$, полагая $r(S)$ достаточно гладкой. Из (19) имеем

$$M[\bar{\gamma}] = \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} \left[2r(\tau) + 2r'(\tau)\tau + \frac{r''(\tau) - r''(0)}{6} \tau^2 - \right. \\ \left. - \frac{r'''(\tau)}{3} \tau^3 - \frac{r^{(IV)}(0) + r^{(IV)}(\tau)}{18} \tau^4 \right]. \quad (25)$$

и

$$\begin{aligned}
 D[\tilde{\gamma}] = & \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} \left\{ r(0) + r(\tau) \left(1 - \frac{2\sigma^2}{\omega_0^2} r(\tau) \right) + 2r'(\tau) \times \right. \\
 & \times \left(1 - \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} r(\tau) \right) \tau + \left[(r''(\tau) + \left(1 - \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} r(\tau) \right) - \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} r'(\tau) \times \right. \\
 & \times (r''(\tau) - r''(0)) \frac{\tau^3}{3} + \left[(r'(\tau) + r'(0)) \left(1 - \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} r(\tau) \right) - \right. \\
 & \left. \left. - 24 \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} r'(\tau) \right] \frac{\tau^2}{6} + \left[(r^{(IV)}(\tau) + r^{(IV)}(0)) \left(1 - \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} r(\tau) \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{\sigma^2}{2\omega_0^2} (12r'(\tau)r'''(\tau) - (r''(\tau) - r''(0))^2) \right) \right] \times \frac{\tau^4}{18} \right\}. \quad (26)
 \end{aligned}$$

Таким образом, погрешность измерений угловой скорости методом фиксированного угла является функцией аргументов σ^2/ω_0^2 и $\tau = \Delta\varphi/\omega_0$. Соотношения (25) и (26) позволяют найти также математическое ожидание и дисперсию абсолютной погрешности измерения скорости:

$$M[\omega'] = M[\omega_0(1 + \tilde{\gamma})] = \omega_0(1 + M[\tilde{\gamma}]); \quad (27)$$

$$D[\omega'] = \omega_0^2 D[\tilde{\gamma}]. \quad (28)$$

Перейдем к погрешностям определения дисперсии случайной составляющей скорости. С учетом (28) имеем

$$D[\omega'] - D[\tilde{\omega}] = \omega_0^2 \left(D[\tilde{\gamma}] - \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} \right). \quad (29)$$

Оценим изменение погрешности при малых значениях τ . Полагая $\tau = 0$, имеем из (27) и (28)

$$M[\omega'] = \omega_0 \left(1 + \frac{2\sigma^2}{\omega_0^2} \right); \quad (30)$$

$$D[\omega'] = \sigma^2. \quad (31)$$

На рис. 2, 3, 4, 5 представлены зависимости $M[\tilde{\gamma}]$, $\sqrt{D[\tilde{\gamma}]}$, взятые соответственно с коэффициентами $\frac{\omega_0^2}{\sigma^2}$ и $\frac{\omega_0}{\sigma}$ для распространенных корреляционных функций вида

$$K(S) = \sigma^2 e^{-\alpha|S|} (1 + \alpha|S|) \quad (32)$$

и

$$K(S) = \sigma^2 e^{-\alpha|S|} \left(\cos \rho S + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta|S| \right). \quad (33)$$

В заключение получим статистические оценки для моментов пересечения начала и конца интервала $\varphi_2 - \varphi_1$. Введем следующие обозначения:

$$\Delta \tilde{t}_2 = \tilde{t}_2 - t_2 = R[\omega_0(t_1) + \tilde{\omega}(t_1), \Delta\varphi] - R[\omega_0(t_1), \Delta\varphi]; \quad (34)$$

$$\Delta \tilde{t}_1 = \tilde{t}_1 - t_1 = R[\omega_0(t), \Delta\varphi] + R[\omega_0(t + \tau) + \tilde{\omega}(t + \tau), -\Delta\varphi] \quad (35)$$

где $\Delta \bar{t}_2$ и $\Delta \bar{t}_1$ — «разброс» моментов пересечения начала и конца интервала $\varphi_1 - \varphi_2$. Из (8), (9), (10) имеем

$$\Delta \bar{t}_2 = \left[\frac{1}{\omega_0(t) + \bar{\omega}(t)} - \frac{1}{\omega_0(t)} \right] \Delta \varphi - \frac{1}{2} \left\{ \frac{\dot{\omega}_0(t) + \bar{\omega}(t)}{[\omega_0(t) + \bar{\omega}(t)]^2} - \frac{\dot{\omega}_0(t)}{\omega_0^3(t)} \right\} \times$$

$$\times (\Delta \varphi)^2 + \frac{1}{6} \left\{ \frac{3[\dot{\omega}_0(t) + \bar{\omega}(t)]^2 - [\omega_0(t) + \bar{\omega}(t)][\ddot{\omega}_0(t) + \bar{\omega}(t)]}{[\omega_0(t) + \bar{\omega}(t)]^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{3\dot{\omega}_0^2(t) - \omega_0(t)\ddot{\omega}_0(t)}{\omega_0^5(t)} \right\} (\Delta \varphi)^3, \quad (36)$$

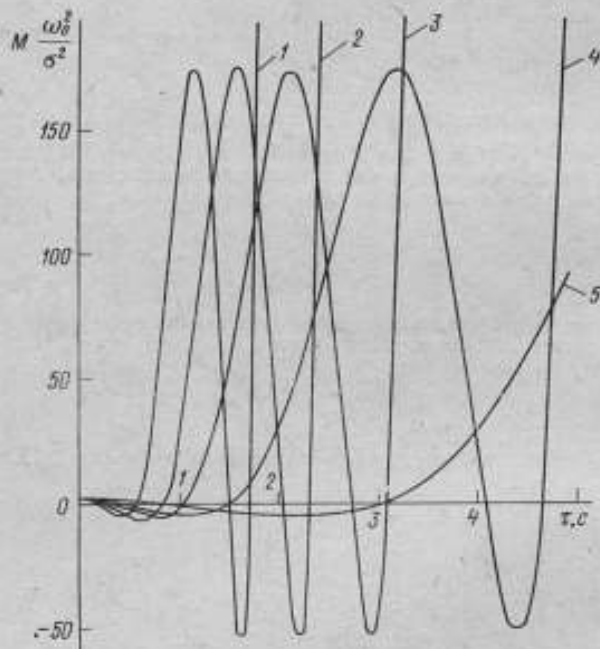


Рис. 2. Зависимость $M(\gamma)$ от величины для случайного процесса с корреляционной функцией $r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(\cos \beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta|\tau|)$ при β , равном: 1—5; 2—4, 3—3; 4—2 и 5—1 Гц

$$\Delta \bar{t}_1 = \left[\frac{1}{\omega_0(t)} - \frac{1}{\omega_0(t+\tau) + \bar{\omega}(t+\tau)} \right] \Delta \varphi - \frac{1}{2} \left[\frac{\dot{\omega}_0(t)}{\omega_0^3(t)} + \right.$$

$$\left. + \frac{\dot{\omega}_0(t+\tau) + \bar{\omega}(t+\tau)}{[\omega_0(t+\tau) + \bar{\omega}(t+\tau)]^2} \right] (\Delta \varphi)^2 + \frac{1}{6} \left\{ \frac{3\dot{\omega}_0^2(t) - \omega_0(t)\ddot{\omega}_0(t)}{\omega_0^5(t)} - \right.$$

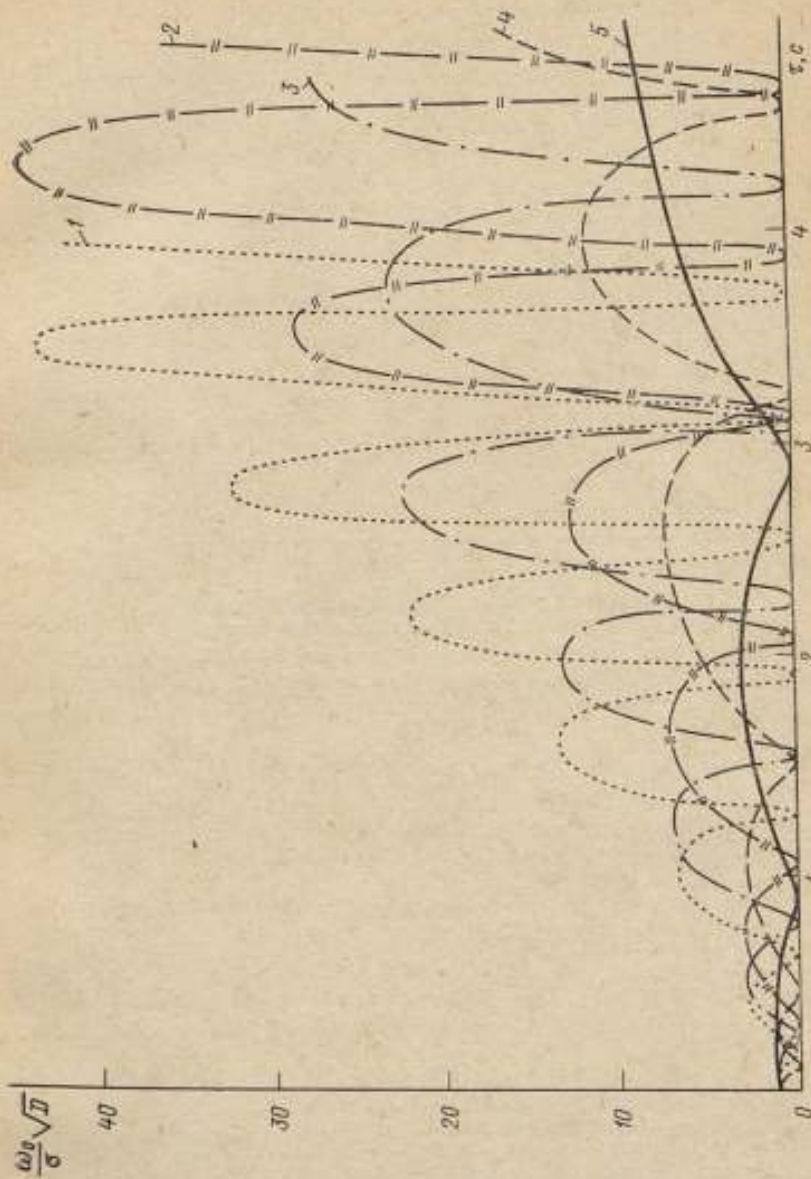


Рис. 3. Зависимость $D[\gamma]$ от величины τ для случайного процесса с корреляционной функцией $r(x) = e^{-\alpha|x|} (\cos \beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta\tau)$ при β , равном: 1—5; 2—4; 3—3, 4—2 и 5—5 Гц

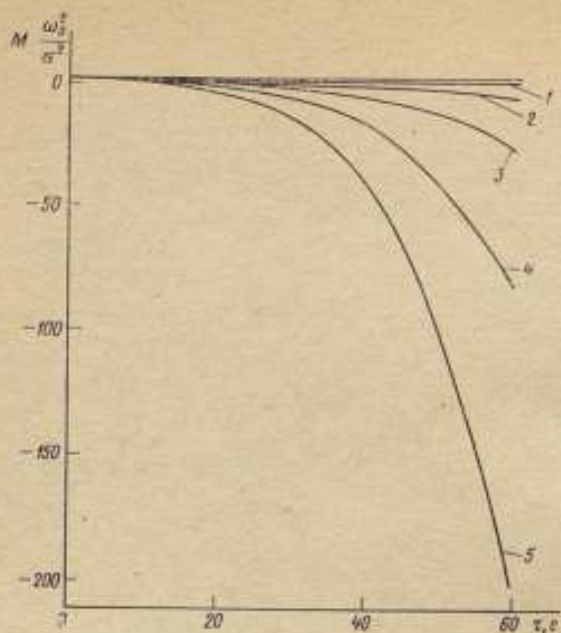


Рис. 4. Зависимость $M(\gamma)$ от величины τ для случайного процесса с корреляционной функцией $r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(1 + \alpha|\tau|)$ при α , равном: 1—0,002; 2—0,04; 3—0,06; 4—0,08 и 5—0,1 1/с

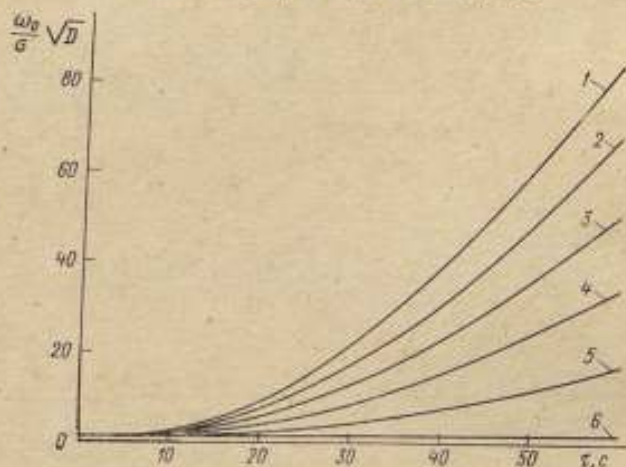


Рис. 5. Зависимость D от величины τ для случайного процесса с корреляционной функцией $r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}(1 + \alpha|\tau|)$ при α , равном 1—0,1; 2—0,08; 3—0,05; 4—0,04; 5—0,02 и 6—0,002 1/с

$$-\frac{3[\dot{\omega}_0(t+\tau) + \ddot{\omega}(t+\tau)]^2 - [\omega_0(t+\tau) + \ddot{\omega}(t+\tau)][\ddot{\omega}_0(t+\tau) + \ddot{\omega}(t+\tau)]}{[\omega_0(t+\tau) + \ddot{\omega}(t+\tau)]^3} \times (\Delta\varphi)^3. \quad (37)$$

Полагая $\omega_0(t) = \omega_0 = \text{const}$ и разлагая $\Delta\tilde{t}_1$, $\Delta\tilde{t}_2$ по степеням $\ddot{\omega}/\omega_0$, как и в случае (13), получим

$$\Delta\tilde{t}_1 = \frac{\Delta\varphi}{\omega_0} \left\{ -\frac{\ddot{\omega}(t)}{\omega_0} + \frac{\ddot{\omega}(t)}{\omega_0^2} - \frac{1}{2} \left[\frac{\ddot{\omega}(t)}{\omega_0} - \frac{3\ddot{\omega}(t)\ddot{\omega}(t)}{\omega_0^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{\Delta\varphi}{\omega_0} + \frac{1}{6} \frac{3\ddot{\omega}^2(t+\tau) - \omega_0\ddot{\omega}(t) + 4\ddot{\omega}(t)\ddot{\omega}(t)}{\omega_0^2} \left(\frac{\Delta\varphi}{\omega_0} \right)^2 \right\}; \quad (38)$$

$$\Delta\tilde{t}_2 = \frac{\Delta\varphi}{\omega_0} \left\{ \frac{\omega(t+\tau)}{\omega_0} - \frac{\ddot{\omega}^2(t+\tau)}{\omega_0^2} - \frac{1}{2} \left[\frac{\ddot{\omega}(t+\tau)}{\omega_0} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{3\ddot{\omega}(t+\tau)\ddot{\omega}(t+\tau)}{\omega_0^2} \right] \frac{\Delta\varphi}{\omega_0} - \frac{1}{6} \times \right. \\ \left. \times \frac{3\ddot{\omega}^2(t+\tau) - \omega_0\ddot{\omega}(t+\tau) + 4\ddot{\omega}(t+\tau)\ddot{\omega}(t+\tau)}{\omega_0^2} \left(\frac{\Delta\varphi}{\omega_0} \right)^2 \right\}. \quad (39)$$

Аналогично (25) вычислим математическое ожидание величин $\Delta\tilde{t}_2$ и $\Delta\tilde{t}_1$:

$$M[\Delta\tilde{t}_2] = \frac{\sigma^2}{\omega_0^2} \tau \left[1 + \frac{1}{6} r''(0) \tau^2 \right]; \quad (40)$$

$$[M[\Delta\tilde{t}_1] = -\frac{\sigma^2}{\omega_0^2} \tau \left[1 + \frac{1}{6} r''(0) \tau^2 \right]. \quad (41)$$

Из соотношений (40) и (41) следует, что с увеличением τ и σ^2/ω_0^2 средние значения $\Delta\tilde{t}_1$, $\Delta\tilde{t}_2$ увеличиваются, что объясняет рост $M[\gamma]$ и $D[\gamma]$ с увеличением τ и σ/ω_0^2 .

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.77.62—75.24

А. В. Павлова

ЛИАП

УСТАНОВКА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ УХОДА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

Точность работы гироскопических приборов и составляющих их элементов определяется их выходными параметрами, в частности, угловой скоростью ухода, которая должна находиться в пределах, установленных технической документацией. В процессе цехового контроля выходные параметры прибора могут быть приведены в заданные пределы с помощью специальных регулировочных устройств. Регулировка позволяет повышать

точность приборов за счет уменьшения возмущающих моментов, обусловленных силами трения в опорах карданова подвеса, статической неуравновешенностью, наличием зазоров в опорах и т. д. Однако при установлении последовательности регулировочных операций контролер-регулирующий основывается лишь на собственном опыте и интуиции.

Дополнительная обработка результатов контроля угловой скорости ухода гироскопического прибора по определенному алгоритму позволит автоматизировать выбор регулируемых параметров, а также установление последовательности регулировочных операций. Для этого контролируемый и регулируемый прибор устанавливается на поворотном опрокидывающемся столе [1], где ему придаются различные положения относительно земной системы координат. Контроль выходных параметров и обработка их по выбранному алгоритму производится на специальном пульте. Функциональная схема контрольно-регулирующей установки составляется по дифференциальным уравнениям движения в зависимости от типа прибора (курсовой гироскоп, гировертикаль и т. д.). Для примера рассмотрим дифференциальные уравнения движения астатического гироскопа с учетом момента статической неуравновешенности при смещении центра тяжести вдоль оси x на величину l и момента сил трения, направленного по оси y (рис. 1). Тогда прецессионные уравнения движения астатического гироскопа относительно наружной оси карданова подвеса для I рабочего положения прибора могут быть представлены в виде [2]

$$H\dot{\psi} = M_{ст.н} + M_{тр.} \quad (1)$$

а для II положения, необходимого для выбора регулируемых параметров, принимают вид

$$H\dot{\psi} = M_{тр.} \quad (2)$$

где H — кинетический момент гироскопа; $\dot{\psi}$ — угловая скорость движения относительно наружной оси прибора; $M_{ст.н}$ — момент статической неуравновешенности; $M_{тр.}$ — момент сил трения, действующий по оси y .

Последовательность операций по предлагаемой схеме следующая. Контролируемый прибор устанавливается на поворотном столе в рабочем положении. Напряжение U_1 , пропорциональное угловой скорости ухода гироскопа, подается на блок сравнения напряжений БСН1, где сравнивается с допустимым напряжением. В случае соблюдения неравенства

$$U_1 < U_{доп} \quad (3)$$

гироскопический прибор считается годным, о чем сигнализирует световая индикация на лицевой панели пульта, и контрольная операция считается оконченной.

При несоблюдении условия (3) включается индикация «не годен», что свидетельствует о выходе угловой скорости ухода гироскопического прибора за границы поля допуска. При этом через логическую схему H напряжение U_1 подается на запоминающее устройство ЗУ. Теперь следует приступить ко второму этапу контроля. С помощью поворотного стола прибору дается II положение относительно земных координат. Дальнейшая обработка результатов контроля осуществляется в соответствии с функциональной схемой, что позволяет на основании разности напряжений U_1 и U_2 (где U_2 — напряжение, пропорциональное угловой скорости ухода гироскопа во II положении) определить, какой из двух учтенных в дифференциальных уравнениях (1) и (2) возмущающих моментов явился причиной выхода угловой скорости ухода за допустимые пределы, и провести соответствующую регулировку. Блок-схема алгоритма контроля и регулировки приведена на рис. 2.

Рассмотренный метод построения функциональной схемы контроля принципиально позволяет решить задачу и в том случае, когда гироскоп подвергается влиянию большого числа возмущающих моментов. Для этого необходимо составить полные дифференциальные уравнения движения конкретного прибора. Затем испытывая прибор в различных положениях и авто-

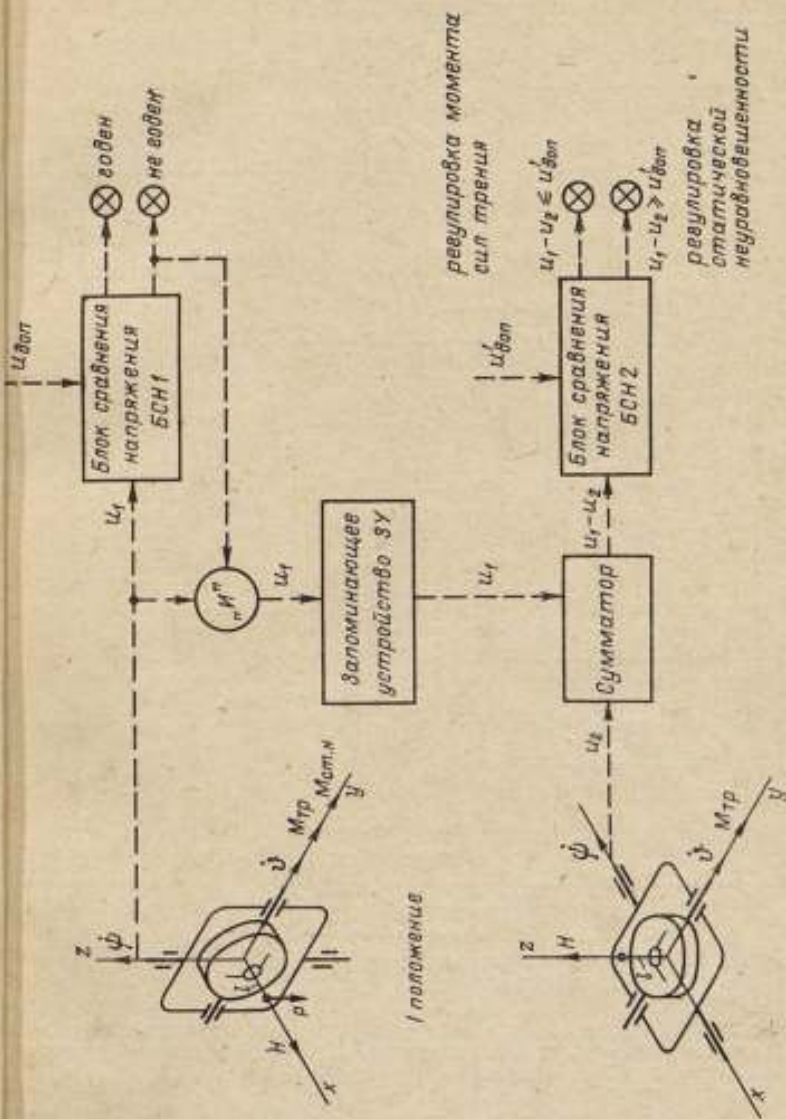


Рис. 1. Функциональная схема контрольно-регулирующей установки

матически решая систему алгебраических уравнений с неизвестными моментами возмущений, можно выявлять те элементы, которые вызвали недопустимые моменты, действующие по осям карданова подвеса, и посредством регулировки ввести выходные параметры в заданные пределы.

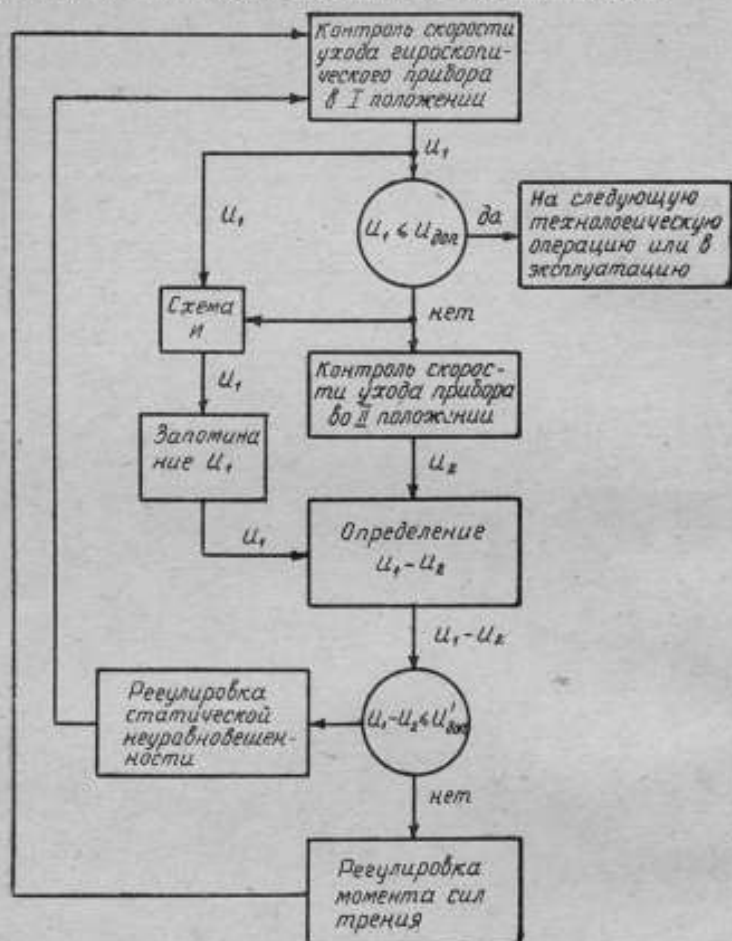


Рис. 2. Блок-схема алгоритма контроля и регулировки гироскопического прибора

Предложенный метод контрольно-регулирующих операций гироскопических приборов позволяет автоматизировать процесс контроля и проводить диагностику прибора в процессе изготовления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ригли У., Холлистер У., Денхард У. Теория, проектирование и испытания гироскопов. М., «Мир», 1972, 416 с., с ил.
2. Павлов В. А. Теория гироскопа и гироскопических приборов. Л., «Судостроение», 1964, 494 с., с ил.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ПЛАВНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ СЛЕДЯЩИХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ МАЛЫХ СКОРОСТЕЙ С АСТАТИЗМОМ 1-ГО ПОРЯДКА

При работе следящих электроприводов малых скоростей на исполнительной оси системы возникают автоколебания. Это происходит даже в том случае, если управляющая ось движется равномерно, с постоянной скоростью. Автоколебания вызваны нелинейным характером изменения момента трения, почти не влияющего на плавность работы электропривода больших скоростей [1, 2].

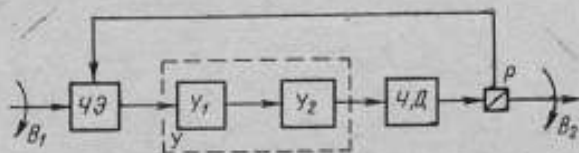


Рис. 1. Структурная схема следящего электропривода:

ЧЗ — чувствительный элемент; У — усилитель, состоящий из каскадов $У_1$ и $У_2$; ИД — исполнительный двигатель; Р — редуктор; Φ_1 и Φ_2 — соответственно входная и выходная величины

Плавный режим работы следящего электропривода можно обеспечить либо за счет изменения конструктивных параметров системы, либо за счет ввода в нее электрических корректирующих устройств. Последний путь предпочтительнее, так как он не требует конструктивных изменений основных элементов электропривода. Рассмотрим некоторые вопросы синтеза электрических корректирующих устройств следящих электроприводов, реализующих плавный режим работы на малых скоростях.

На рис. 1 изображена типовая структурная схема следящего электропривода, широко применяемого для автоматизации технологических процессов.

Если передаточная функция разомкнутого следящего электропривода имеет вид

$$W(p) = \frac{K_{\Omega} (1 + T_2 p)}{p (1 + T_1 p) (1 + T_n p)}, \quad (1)$$

где K_{Ω} — добротность системы по скорости; T_1 , T_2 , T_n — постоянные времени звеньев системы, то переходный процесс в системе характеризуется тремя корнями. Ошибка следящего электропривода при наличии одного действительного корня $-\rho_1$ и двух комплексных $\rho_{2,3} = -\gamma \pm j$ изменяется по закону

$$\theta = A_1 e^{-\rho_1 t} + (A_2 \cos \lambda t + A_3 \sin \lambda t) e^{-\gamma t}. \quad (2)$$

Скорость изменения ошибки составляет

$$\dot{\Omega} = \frac{d\theta}{dt} = -B_1 e^{-\rho_1 t} - (B_2 \cos \lambda t + B_3 \sin \lambda t) e^{-\gamma t}. \quad (3)$$

Заметим, что плавный режим работы следящего электропривода возможен, если скорость исполнительной оси все время больше нуля, т. е. скорость изменения ошибки Ω после начала движения отрицательна [1]. Тогда из выражения (3) следует

$$B_1 e^{-p_1 t} + (B_2 \cos \lambda t + B_3 \sin \lambda t) e^{-\gamma t} > 0 \quad (4)$$

или, после преобразования,

$$B_1 e^{-p_1 t} \left[1 + \frac{B_2 \cos \lambda t + B_3 \sin \lambda t}{B_1} e^{(p_1 - \gamma)t} \right] > 0.$$

Неравенство (5) выполнимо при условиях

$$p_1 < \gamma;$$

$$B_2 > 0.$$

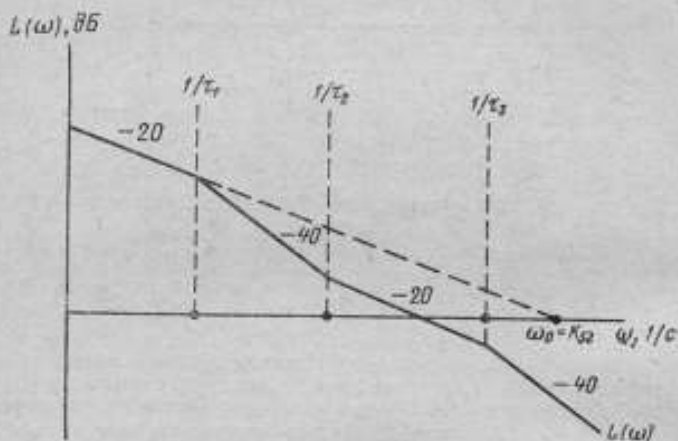


Рис. 2. Типовая ЛАХ следящего электропривода с астатизмом 1-го порядка

Для вывода условий плавной работы следящего электропривода выразим его передаточную функцию в относительных единицах. Введем понятие базовой частоты ω_0 (рис. 2). Она определяется абсциссой пересечения с частот о участком логарифмической амплитудной характеристики (ЛАХ) в 20 дБ/дек и является добротностью системы по скорости [4], следовательно

$$\omega_0 = K_{\Omega}. \quad (6)$$

В этом случае передаточная функция (1) в относительных единицах выразится следующим образом:

$$W(q) = \frac{1 + \tau_2 q}{q(1 + \tau_1 q)(1 + \tau_3 q)}, \quad (7)$$

где $q = p/\omega_0$ — новое значение оператора; $\tau_1 = \omega_0 T_1$; $\tau_2 = \omega_0 T_2$; $\tau_3 = \omega_0 T_3$ — относительные постоянные времени. Условие (6) будет выполнено, если коэффициенты характеристического уравнения замкнутого следящего электропривода

$$\tau_1 \tau_2 q^3 + (\tau_1 + \tau_2) q^2 + (1 + \tau_2) q + 1 = q^3 + a_1 q^2 + a_2 q + a_3 = 0 \quad (8)$$

связаны неравенством

$$2a_1^3 - 9a_1a_2 + 27a_3 < 0, \quad (12)$$

где

$$a_1 = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 \tau_2}; \quad a_2 = \frac{1 + \tau_2}{\tau_1 \tau_2}; \quad a_3 = \frac{1}{\tau_1 \tau_2},$$

которое удовлетворяется при

$$\tau_1 + \tau_2 < 0,375 (1 + \tau_2)^2. \quad (13)$$

Условие (7) в результате математических преобразований после подстановки значения постоянной интегрирования [2] при

$$\tau_1 = \tau_{дв} \quad (14)$$

приводит к неравенству

$$\tau_1 < 1. \quad (15)$$

Равенство (14) для реального следящего электропривода вполне осуществимо.

Сравнение неравенств (13) и (15) показывает, что выполнение первого из них является достаточным и необходимым условием, при котором скорость изменения ошибки в переходном процессе остается отрицательной, что соответствует монотонному переходному процессу.

Если при синтезе следящего электропривода заданные параметры не удовлетворяют условию (13), тогда необходимо изменить соответствующие параметры системы непосредственно или с помощью определенных обратных связей.

Выполнение условия (13) возможно либо за счет увеличения постоянной времени дифференцирующего звена τ_2 , либо за счет изменения постоянных времени инерционных звеньев τ_1 и τ_2 . При этом предел увеличения постоянной времени τ_2 ограничивается заданным быстродействием электропривода и сложностью реализации этой постоянной времени, а предел изменения постоянных времени τ_1 и τ_2 определяется сложностью демпфирующих устройств следящего электропривода.

Рассмотрим одну из возможностей реализации плавного режима работы следящего электропривода — уменьшение постоянных времени τ_1 и τ_2 . Уменьшить эти постоянные можно путем охвата жесткой отрицательной обратной связью тех звеньев, постоянные времени которых желательно уменьшить.

Передаточная функция разомкнутого электропривода (9) при охвате жесткой отрицательной обратной связью обоих инерционных звеньев примет вид

$$W(q) = \frac{1 + \tau_2 q}{(1 + K_{oc}) q \left[\frac{\tau_1 \tau_2}{1 + K_{oc}} q^2 + \frac{\tau_1 + \tau_2}{1 + K_{oc}} q + 1 \right]}. \quad (16)$$

Для сохранения базовой частоты, а следовательно, и добротности системы по скорости, увеличиваем коэффициент усиления следящего электропривода в $(1 + K_{oc})$ раз за счет звеньев, не охваченных жесткой обратной связью. Тогда передаточная функция разомкнутой системы будет

$$W(q) = \frac{1 + \tau_2 q}{q \left[\frac{\tau_1 \tau_2}{1 + K_{oc}} q^2 + \frac{\tau_1 + \tau_2}{1 + K_{oc}} q + 1 \right]}. \quad (17)$$

а характеристическое уравнение замкнутого следящего электропривода примет вид

$$\frac{\tau_1 \tau_2}{1 + K_{oc}} q^3 + \frac{[\tau_1 + \tau_2]}{1 + K_{oc}} q^2 + (1 + \tau_2) q + 1 = 0. \quad (1)$$

Рассмотрим уравнение (18) аналогично (11). Условие (6) выполняется при

$$\tau_1 + \tau_2 < 0,375 (1 + \tau_2)^2 (1 + K_{oc}), \quad (1)$$

а условие (7) — при

$$\tau_1 = \tau_{дв}; \quad \tau_2 < (1 + \tau_2)^2 (1 + K_{oc}). \quad (2)$$

Поскольку неравенство (19) сильнее неравенства (20), то оно определяет достаточное и необходимое условие плавной работы следящего электропривода.

Если известны параметры электропривода, то из неравенства (19) можно определить необходимое значение жесткой обратной связи

$$K_{oc} > \frac{2,66 (\tau_1 + \tau_2)}{(1 + \tau_2)^2} - 1. \quad (2)$$

Обозначив

$$\tau_2^* = 0,375 (1 + \tau_2)^2, \quad (2)$$

приведем неравенство (21) к виду

$$K_{oc} > \frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_2^*}{\tau_2^*}. \quad (2)$$

Нетрудно заметить, что неравенства (21) и (23) справедливы при невыполнении условия (13), при наличии которого нет необходимости в корректирующих устройствах.

Анализ неравенства (19) показывает, что увеличение постоянной времени дифференцирующего звена τ_2 в основной цепи системы влияет на плавный режим работы следящего электропривода аналогично увеличению глубины жесткой обратной связи*, охватывающей инерционные звенья в основной цепи системы.

Получение условия равенства (14) постоянных времени электродвигателя $\tau_{дв}$ и первого излома ЛАХ τ_1 (рис. 2) не вызывает затруднений.

Если величина $\tau_{дв}$ мала, что отрицательно влияет на демпфирование системы электропривода, ее можно увеличить с помощью гибкой отрицательной обратной связи.

Передаточная функция разомкнутой системы (9) с учетом гибкой обратной связи, охватывающей оба инерционных звена, имеет вид:

$$W(q) = \frac{1 + \tau_2 q}{q [\tau_1 \tau_2 q^2 + (\tau_1 + \tau_2 + n_{oc} \tau_2) q + 1]}, \quad (24)$$

а характеристическое уравнение замкнутого следящего электропривода запишется следующим образом:

$$\tau_1 \tau_2 q^3 + (\tau_1 + \tau_2 + n_{oc} \tau_2) q^2 + (1 + \tau_2) q + 1 = 0. \quad (25)$$

Исследуем это характеристическое уравнение аналогично (11) и (18). Условие (6) удовлетворяется при

$$\tau_1 + \tau_2 < 0,375 (1 + \tau_2)^2, \quad (26)$$

* То же следует из формулы (13).

$$\tau_1^* = \tau_1 + n_{oc} \tau_4 \quad (27)$$

Условие (26) аналогично условию (13). Их отличие состоит лишь в том, что τ_1^* можно увеличить до требуемого значения.

Из равенства (27) получаем

$$n_{oc} = \frac{\tau_1^* - \tau_1}{\tau_4} \quad (28)$$

Для выполнения второго условия плавной работы системы (7) необходимо, кроме того, чтобы

$$\tau_1 < (1 + \tau_2)^2 \quad (29)$$

что заведомо выполняется неравенством (26) (принимая $\tau_1 = \tau_{дв}$).

Как видно из (26) и (27), использование гибкой обратной связи эквивалентно увеличению момента инерции электродвигателя. Однако такой фиктивный момент инерции наблюдается лишь при работе электропривода в зоне линейности. При большом входном сигнале, когда усилитель системы полностью открыт, действие обратной связи прекращается. В этом случае за пределами линейной зоны усилителя процессы разгона и торможения электродвигателя определяются его собственной постоянной времени $\tau_{дв}$.

Подставив значения (8) и (10) в формулы (13), (14), (18), (21), (22), (23), (26), (27) и (28), представим условия плавной работы следящего электропривода с передаточной функцией (1) в размерных единицах. Эти условия сведены в таблицы 1—4, в которых, кроме этого, приведены (также в размерных единицах) и условия плавной работы следящих систем с другими передаточными функциями. Все эти формулы выведены подобно рассмотренным.

Таблица 1

Порядок передаточной функции	Передаточная функция $W(p)$ разомкнутого следящего электропривода	Замкнутый нескорректированный следящий электропривод
1	$\frac{K_{\Omega}}{p(1+T_1p)}$	$T_1 < \frac{0,25}{K_{\Omega}}$
2	$\frac{K_{\Omega}(1+T_2p)}{p(1+T_1p)}$	$T_1 < \frac{0,25}{K_{\Omega}}(1+K_{\Omega}T_2)^2$
3	$\frac{K_{\Omega}}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$	$T_1 + T_2 < \frac{0,375}{K_{\Omega}}$ $T_1 = T_{дв}$
4	$\frac{K_{\Omega}(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$	$T_1 + T_2 < \frac{0,375}{K_{\Omega}}(1+K_{\Omega}T_2)^2$ $T_1 = T_{дв}$

Порядок передаточной функции	Следящий электропривод с жесткой обратной связью (K_{oc}^p) охватывающей всю систему	Порядок передаточной функции
1	$T_1 < \frac{0,25}{K_{\Omega}} (1 + K_{oc})$ $K_{oc} > 4K_{\Omega}T_1 - 1$	
2	$T_1 < \frac{0,25}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega}T_2)^2 \left[1 + K_{oc} \frac{(1 - K_{\Omega}T_2)^2}{(1 + K_{\Omega}T_2)^2} \right]$ $K_{oc} > \frac{4K_{\Omega}T_1 - (1 + K_{\Omega}T_2)^2}{(1 - K_{\Omega}T_2)^2} = \frac{T_1 - T_2^*}{T_2^* - T_2}$ $T_2^* = \frac{0,25}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega}T_2)^2$	
3	$T_1 + T_2 < \frac{0,375}{K_{\Omega}} (1 + K_{oc})$ $K_{oc} > 2,66K_{\Omega} (T_1 + T_2) - 1$ $T_1 = T_{дв}$	
4	$T_1 + T_3 < \frac{0,375}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega}T_2)^2 \left[1 + K_{oc} \frac{(1 - K_{\Omega}T_2)^2}{(1 + K_{\Omega}T_2)^2} \right] + 0,5K_{oc}T_2$ $K_{oc} > \frac{2,66K_{\Omega} (T_1 + T_3) - (1 + K_{\Omega}T_2)^2}{1,33K_{\Omega}T_2 + (1 - K_{\Omega}T_2)^2} = \frac{T_1 + T_3 - T_2^*}{T_2^* - T_2}$ $T_1 = T_{дв}; \quad T_2^* = \frac{0,375}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega}T_2)^2$	мо: рет же зв ох ра ше об це 30 св 3

Порядок передаточной функции	Следящий электропривод с жесткой обратной связью (K_{ocP}) без охвата дифференцирующего звена
1	—
2	$T_1 < \frac{0,25}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega} T_2)^2 (1 + K_{oc})$ $K_{oc} > \frac{4K_{\Omega} T_1}{(1 + K_{\Omega} T_2)^2} - 1 = \frac{T_1 - T_2^*}{T_2^*}$ $T_2^* = \frac{0,25}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega} T_2)^2$
3	—
4	$T_1 + T_3 < \frac{0,375}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega} T_2)^2 (1 + K_{oc})$ $K_{oc} > \frac{2,66K_{\Omega} (T_1 + T_3)}{(1 + K_{\Omega} T_2)^2} - 1 = \frac{T_1 + T_3 - T_2^*}{T_2^*}$ $T_1 = T_{дв}; \quad T_2^* = \frac{0,375}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega} T_2)^2$

В заключение можно сделать следующие выводы:

1. Плавный режим работы следящих электроприводов малых скоростей может быть осуществлен с помощью введения в систему электрических корректирующих устройств.
2. Возможны следующие способы реализации плавного режима: охват жесткой отрицательной обратной связью всей системы или отдельных ее звеньев; введение дифференцирующих звеньев в основную цепь системы; охват гибкой отрицательной обратной связью отдельных звеньев системы; различные комбинации этих видов обратных связей. Выбор корректирующего устройства определяется способом реализации.
3. Наиболее рациональным является охват жесткой отрицательной обратной связью инерционных звеньев следящего электропривода.
4. Аналогичное воздействие оказывает на систему введение в основную цепь следящего электропривода дифференцирующих звеньев.
5. Охват жесткой отрицательной обратной связью дифференцирующих звеньев системы нерационален, поскольку в этом случае глубина обратной связи уменьшается.

Порядок передаточной функции	Следящий электропривод с гибкой обратной связью ($n_{oc}T_{ip}$) без охвата дифференцирующего звена
1	$T_1^* < \frac{0,25}{K_{\Omega}}$ $T_1^* = T_1 + n_{oc}T_2; \quad n_{oc} = \frac{T_1^* - T_1}{T_2}$
2	$T_1^* < \frac{0,25}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega}T_2)^2$ $T_1^* = T_1 + n_{oc}T_3; \quad n_{oc} = \frac{T_1^* - T_1}{T_3}$ $T_1 = T_{дв}$
3	$T_1^* + T_2 < \frac{0,375}{K_{\Omega}}$ $T_1^* = T_1 + n_{oc}T_3; \quad n_{oc} = \frac{T_1^* - T_1}{T_3}$ $T_1 = T_{дв}$
4	$T_1^* + T_3 < \frac{0,375}{K_{\Omega}} (1 + K_{\Omega}T_2)^2$ $T_1^* = T_1 + n_{oc}T_4; \quad n_{oc} = \frac{T_1^* - T_1}{T_4}$ $T_1 = T_{дв}$

6. Малая постоянная времени электродвигателя усложняет демпфирование следящего электропривода, ее увеличение достигается охватом электродвигателя жесткой обратной связью.

7. Охват гибкой отрицательной связью одного или двух инерционных звеньев дает одинаковый результат.

8. Глубина конкретной обратной связи определима, что облегчает синтез следящих электроприводов на малых скоростях по заданным параметрам (постоянным времени, добротности).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесежерский В. А. Динамический синтез систем автоматического регулирования. М., «Наука», 1970, 576 с., с ил.
2. Хармер Дж. О скачкообразных движениях в позиционных следящих системах, вызываемых влиянием сухого трения. — В сб. «Материалы конференции в Крэнфилде в 1951», М., Изд-во иностр. литер., 1954, с. 281—293.

3. Блох З. Ш. Переходные процессы в линейных системах автоматического регулирования. М., Физматгиз, 1961, 492 с. с ил.

4. Андриющенко В. А. Об условиях, исключающих скачкообразное движение исполнительной оси следящей системы. — Изв. АН СССР, «Энергетика и автоматика», 1960, № 5, с. 178—293.

Поступила в редакцию 12.3.1976 г.

УДК 621.373.826—501.22:531.77

В. Е. Привало

ВНИИМ

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ КОЛЬЦЕВЫХ ОПТИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

В кольцевых ОКГ вследствие влияния различных факторов создаются неодинаковые условия распространения встречных волн, что вызывает возникновение невязанного эффекта. Такими факторами, в частности, являются движения внутри кольцевого резонатора (потoki в резонаторе и в рядной трубке, смещение оптических элементов) и его угловое смещение. Благодаря невязанному эффекту КОКГ позволяют измерять с максимальной точностью такие параметры движения [1], как угловая скорость ω и угол φ . Открывается возможность создания образцовых средств измерения угловой скорости и соответствующих эталонов.

При перемещении газового потока или вращения диска из прозрачного материала внутри кольцевого резонатора [1] происходит изменение выходного сигнала КОКГ, что позволяет измерять скорость линейного движения V и угловую скорость ω .

Максимальную точность измерения параметров движения получают при обработке частотных характеристик КОКГ. Существуют различные формы проявления невязанного эффекта в КОКГ. Частота биений встречных волн КОКГ $\Delta\nu$ вдали от зоны синхронизации может быть записана в виде

$$\Delta\nu = \sum_n a_n (\Delta\Omega)^n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

где $\Delta\Omega$ — расщепление собственных частот кольцевого резонатора; a_n — коэффициент разложения.

Практически можно ограничиться несколькими членами

$$\Delta\nu = a_2 (\Delta\Omega)^2 + a_1 \Delta\Omega + a_0 + \frac{a_{-1}}{\Delta\Omega} + \frac{a_{-2}}{(\Delta\Omega)^2}. \quad (2)$$

Чаще опускают члены с $n = 2$, что и будет сделано далее. Для вращающегося КОКГ частным случаем (1) будет разложение

$$\Delta\nu = \sum k_n \omega^n, \quad (3)$$

где ω — угловая скорость.

Рассмотрим составляющие выражения (3). Параметр k_0 складывается из нескольких групп членов. Первая состоит из невязанностей, обусловленных анизотропией оптических элементов и внешним полем. Их вносит невязанный элемент Фарадея (ИЭФ), окна, зеркала и активная среда [3, 4]. Дело в том, что фазовая анизотропия в окнах и зеркалах превращает их в активную среду в дополнительные ИЭФ, если они слабо экранированы от магнитного поля. Каждый такой элемент вносит невязанность

$$f_1 = \frac{2gIH_c}{L}, \quad (4)$$

где g — постоянная Верде; l — длина оптического пути в элементе; H — напряженность магнитного поля; L — периметр резонатора.

Движение внутри резонатора приводит к невязности [1]

$$f_2 = 2V_{\text{в}} \frac{n^2 - 1}{L\lambda}. \quad (43)$$

В частности, движение атомов активной среды КОКГ вносит невязность [2]

$$f_{2,3} = 0,2 \frac{\Delta\nu L}{k u} \frac{1}{\lambda} \Sigma (G_i V_i). \quad (46)$$

Очень громоздки выражения для невязности, обусловленной дифракцией f_3 [5], расстройкой относительно центра доплеровского контура f_4 и накачкой f_5 [6]. Вращение Земли

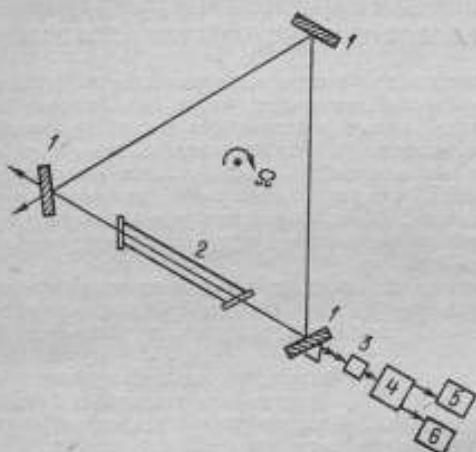


Рис. 1. Схема КОКГ в режиме измерения угла и угловой скорости

может определяться параметрами КОКГ; их нестабильностью и неравномерностью вращения платформы. На рис. 1 приведена схема КОКГ в режиме измерения угла и угловой скорости (системы питания, контроля параметров КОКГ и стабилизации частоты на рисунке не изображены). На блоки 5 и 6 подается сигнал, описываемый выражением (2). В блоке 6 он преобразуется в число $N(t)$

$$N(t) = \int_0^{t_m} k_0 dt + k_1 \varphi + \int_0^{t_m} \left(k_2 \omega^2 + \frac{k_{-1}}{\omega} + \frac{k_{-2}}{\omega^2} \right) dt, \quad (5)$$

где t_m — время измерения.

Если $k_0 = 0$, $k_2 = 0 = k_{-2}$ и k_1 не изменяется за время измерения, число периодов частоты биений N точно определяет угол поворота платформы за t_m . Условие $k_0 = 0$ практически никогда не выполняется, но влияние параметра k_0 можно устранить вычитанием чисел N , полученных при вращении платформы в разные стороны. В случае переключения НЭФ ошибка измерения невелика.

Для платформы с периодами вращения 1—10 с точность измерения определяется стабильностью k_0 за время, в течение которого платформа совершит обороты в противоположные стороны. Это резко увеличивает тре-

бования к стабильности параметров КОКГ. Условие $k_i = 0$ ($i = 2, -1$ и -2) также практически не выполняется.

Влияние последнего члена в выражении (5) можно уменьшить выбором режима работы КОКГ в диапазоне ω .

Для КОКГ с $k_{ii} = 25 \cdot 10^4 \Delta\nu$ в диапазоне $\omega = 1 - 10$ рад/с частота бленши может изменяться от 10^5 до 10^6 Гц. Для этого диапазона выходные сигналы КОКГ могут быть представлены следующим образом [6]:

$$\Delta\nu = F + k_n(1 + k_a)\omega - \frac{2g_1g_2}{k_n\omega} [\cos(\Psi_1 + \Psi_2) - A \sin(\Psi_1 + \Psi_2)], \quad (6)$$

$$N = k_n(1 + k_a)\varphi + \int_0^{t_n} \left(F - \frac{2g_1g_2}{k_n\omega} [\cos(\Psi_1 + \Psi_2) - A \sin(\Psi_1 + \Psi_2)] \right) dt,$$

где g_i — величина, характеризующая связь встречных волн; Ψ_i — фазы встречных волн; A — функция параметров активной среды и расстройки.

Оценим точность измерений для $\Delta\nu = 10^5$ Гц. Можно считать [7] $k_a = 10^{-3}$, $k_0 \sim 10^{-1} \frac{\delta\nu_D}{2} \cdot \frac{\delta Q}{Q}$ (ограничиваясь только учетом разности Q),

для этого значения $\Delta\nu$ имеем $k_{-1} \approx \frac{v_3^2}{2k_n}$ (где v_3 — частота синхронизации

встречных волн). Полагая $v_3 = 10^2$ Гц, $\delta\nu_D = 10^6$ Гц и $\frac{\delta Q}{Q} = 10^{-7}$ НЭФ

отсутствует), получим $k_n\omega = 10^5$ Гц, $k_nk\omega \approx 10^2$ Гц, $F \approx 10^{-1}$ Гц, $\frac{k_{-1}}{\omega} \approx$

$\approx 10^{-2}$ Гц, т. е. самый весомый вклад в ошибку вносит член с k_a . При нестабильности k_a порядка 1% относительная погрешность измерения угловой скорости составит 10^{-5} . Следует отметить, что практически $\delta Q/Q$ может быть выше даже без НЭФ из-за механических натяжений в окнах Бристера и несовершенства зеркал. При $\frac{\delta Q}{Q} = 10^{-4}$ ошибка, вносимая k_0 , может срав-

ниться с ошибкой, обусловленной k_a . Если же учесть в k_0 не только разность добротностей, но и такие факторы, как например, эффект Лэнгмюра, то требования к стабильности еще возрастут. Если $v_3 = 10^2$ Гц, то член с k_{-1} возрастет до 1 Гц, а он вносит 100-процентный вклад в ошибку.

Величина k_1 определяется геометрией резонатора, относительными длинами активной среды и оптических элементов, их показателями преломления, усилением среды, мощностью излучения, добротностью резонатора и разностью добротностей во встречных направлениях, расстройкой, модовым составом излучения. Величина k_0 определяется анизотропией оптических элементов и активной среды, параметрами излучения, величинами Q и δQ , расстройкой. Величина k_{-1} определена в выражении (6). Для получения

максимальной точности измерения ω необходимо, чтобы $k_{-1} \rightarrow 0$, k_0 было предельно мало и достаточно стабильно, k_1 — очень стабильно. Для полу-

чения стабильности $\Delta\nu$ порядка 10^7 — 10^8 требуется достичь стабильности k_n и k_0 порядка 10^4 — 10^5 , а для измерения ω с относительной погрешностью

10^{-7} — 10^{-8} величина $\frac{k_{-1}}{\omega}$ должна составлять $(10^{-7}$ — $10^{-8}) \Delta\nu$.

Для создания образцовых средств измерения угловой скорости и углов и соответствующих эталонов требуется измерять выходной сигнал КОКГ с относительной погрешностью 10^{-6} — 10^{-8} . Такая точность определяет требования к стабильности $\Delta\nu$ и необходимость стабилизации частоты и мощности излучения, параметров смеси, положения оптических элементов,

питания разряда и т. д. Многие из этих параметров тесно связаны между собой, что усложняет задачу. Например, нестабильность тока разряда вносит свой вклад в величины k_1 и k_0 . В связи с этим возникает необходимость устранения колебаний в разряде [9] и разработки специальных источников накачки КОКГ [10]. Наиболее эффективным способом повышения точности измерений является параметрическая стабилизация резонатора КОКГ (10^2) и тока разрядов (10^4-10^5).

Более детальное представление о требованиях к стабильности параметров КОКГ может быть получено при анализе выражения для погрешности измерения ω . В случае, когда $k_0 = 0 = k_{-1}$, можно записать

$$\delta\omega = \omega \left[\frac{\delta L}{L} + \frac{\delta v}{v} + \delta(\Delta v) \right]. \quad (7)$$

В последующих приближениях в членах δv и $\delta(\Delta v)$ можно учесть погрешности, вносимые k_0 и k_{-1} .

2. Измерение скорости потока. В этом случае (рис. 2) выражение (1) упрощается

$$\Delta\Omega = f_1 + f_2 = f_{\text{НЭФ}} + f_V. \quad (8)$$

Рабочим сигналом является f_V (см. рис. 4, а). Поскольку реальные потоки, скорости которых V можно измерять с помощью КОКГ, дают $f_V = 10^2-10^4$ Гц, реальные НЭФ для излучения с $\lambda = 0,63$ мкм позволяют получить $f_{\text{НЭФ}} = 10^4-10^6$ Гц.

Подставляя (8) в (2), получим

$$\Delta v = a_1 (f_1 + f_2) + a_0 + \frac{a_{-1}}{f_1 + f_2}. \quad (9)$$

Можно показать, что $a_1 = 1 + k_a$, $a_{-1} = \frac{k_{-1}}{k_n}$. Значительные погрешности возникают при измерении малых скоростей. Для них можно записать

$$\Delta v = \frac{f_1}{H} \left(1 + k_a - \frac{k_{-1}}{k_n f_1} \right) V + a_0 + (1 + k_a) f_1 + \frac{k_{-1}}{k_n f_1}. \quad (10)$$

В результате дифракции, эффекта Лэнгмюра, вращения Земли, анизотропии в оптических элементах и других факторов возникает дополнительная независимость L_{Δ} , которая вносит погрешность в определение. Из (8) и (10) можно записать относительную погрешность измерения скорости потока

$$\frac{\delta V}{V} = \left(1 + \frac{k_{-1} L}{k_n \rho c l} \right) \left(\frac{\delta l}{l} + \frac{\delta L}{L} \right) + \frac{\rho c l}{L} \left(\frac{\delta k_a}{k_a} + \frac{\delta k_{-1}}{k_{-1}} + \frac{\delta L}{L} + \frac{\delta k_n}{k_n} + \frac{\delta l}{l} \right) + \frac{L [\delta \Delta v + \delta f_{\Delta}]}{\rho c l \left(1 + k_a - \frac{a_{-1} L}{\rho c l H} \right)}. \quad (11)$$

При измерении скорости вращения платформы с помощью КОКГ чувствительность и точность возрастают с увеличением L , так как $k_H \sim L$. При измерении скорости потока внутри резонатора КОКГ, наоборот, $\Delta v \sim \frac{1}{L}$, т. е. чувствительность и точность измерений падают с ростом L .

Поэтому при таких измерениях следует уменьшать L , ограничивая стороны резонатора размерами труб ОКГ и трубопровода. Симметрия контура не является в этом случае обязательной.

Для уменьшения ошибки, вносимой I_{Δ} , необходимо, чтобы НЭФ работал в режиме переключения поля, а при проведении серии измерений, менять направление потока в трубопроводе. В этом случае можно найти величину I_{Δ} , и ошибка будет определяться ее нестабильностью. Уменьшая I_{Δ} (увеличивая апертуру, компенсируя токи в трубках ОКГ или ее частях, устраняя анизотропию) и стабилизируя параметры, от которых зависит I_{Δ} , можно снизить δI_{Δ} до уровня $\delta (\Delta v)$ и $\delta I_{\text{нэф}}$ и ниже. В этом случае относительную погрешность измерения скорости потока можно уменьшить до 10^{-3} — 10^{-5} .

КОКГ находят широкое применение в измерительной технике. С их помощью можно измерять не только параметры движения, но и напряженность магнитного поля, показатель преломления, давление, силу, ток и т. д. Дальнейшие физические исследования КОКГ позволят увеличивать точность измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Привалов В. Е., Фридрихов С. А. Кольцевой газовый лазер. — «Успехи физических наук», 1969, № 3, с. 377—399, с ил.
2. Привалов В. Е., Синельников А. Е. О создании эталонов и образцовых средств измерения угловой скорости и угла на основе кольцевых ОКГ со стабилизированными параметрами. — «Измерительная техника», 1974, № 3, с. 35—38.
3. Петрунькин В. Ю., Николаев В. М., Окунев Р. И. Влияние внешнего магнитного поля на частоту биений встречных волн. — «Журнал технической физики», 1973, № 2, с. 349—352.
4. Виноградов В. И. Измерение дисперсии в разряде гелия и гелий-неоновой смеси. — «Оптика и спектроскопия», 1973, № 4, с. 614—617.
5. Фрадкин Э. Е. Дифракционное расщепление частот в газовом кольцевом лазере I и II. — «Оптика и спектроскопия», 1971, № 6, с. 952—960; 1972, № 1, с. 132—142.
6. Зейгер С. Г., Фрадкин Э. Е. Теоретическое исследование частоты биений встречных волн в газовых лазерах. Изд. ЛГУ, 1968, 143 с.
7. Рыбаков Б. В., Демиденков Ю. В., Скромный С. Г., Хромых А. М. Амплитудные и частотные характеристики кольцевого лазера. — «Журнал экспериментальной и теоретической физики», 1969, № 4, с. 1185—1193.
8. Ланда П. С., Ларионов Е. Г. Режимы биений и синхронизация встречных волн. — «Радиотехника и электроника», 1970, № 6, с. 1214—1226.
9. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е. Колебания в разрядном промежутке лазера и их влияние на излучение. — «Оптика и спектроскопия», 1973, № 4, с. 750—759, с ил.
10. Захаренко Ю. Г., Мельников Н. А., Привалов В. Е. Влияние стабильности источника питания КОКГ на параметры ИПУС. — «Труды метрологических институтов СССР» вып. 156 (216), 1974, М., Изд-во стандартов, с. 125—129, с ил.

Поступила в редакцию 12.2.1975 г.

СТАБИЛЬНЫЙ ИСТОЧНИК РАЗРЯДНОГО ТОКА
ДЛЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ
НА БАЗЕ He—Ne КОЛЬЦЕВОГО ОКГ

Для измерения угловой скорости с помощью He—Ne кольцевого оптического квантового генератора (КОКГ) необходимо обеспечить долговременную стабильность разрядного тока δI_p порядка 10^{-4} . При измерении угловых параметров движения с помощью КОКГ нестабильность разрядного тока приводит к целому ряду ошибок преобразователя угловой скорости.

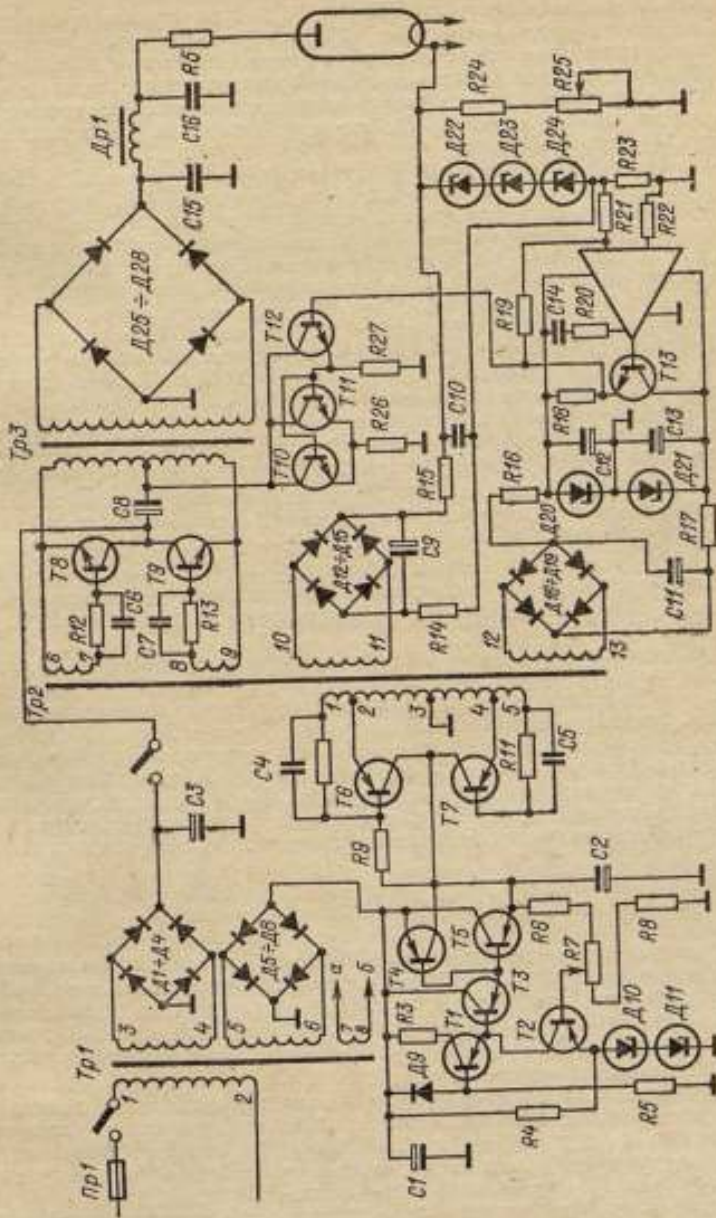
Основными причинами нестабильности разрядного тока КОКГ являются: 1) пульсации питающего напряжения на разрядной трубке; 2) температурный и временной дрейф источника питания; 3) колебания в разрядной промежутке [1—3].

Влияние первых двух факторов можно уменьшить путем соответствующего схемного решения источника питания и применения элементов с малым временным и температурным дрейфом. Выбор рациональной конструкции и наполнения разрядной трубки, а для промышленных трубок — оптимального диапазона разрядных токов позволяет сделать влияние третьего дестабилизирующего фактора несущественным.

Рассматриваемый источник питания (см. рисунок) представляет собой последовательный стабилизатор тока компенсационного типа и предназначен для питания He—Ne КОКГ, являющегося измерительным преобразователем угловой скорости (угла поворота) [4, 5]. Источник состоит из силового блока, стабилизатора напряжения, высоковольтного преобразователя, схемы выработки опорного напряжения и схемы управления. Силовой блок состоит из сетевого трансформатора ($Tp1$) и двух выпрямителей; обмотки W_{12} предназначена для питания накала разрядной трубки. Стабилизатор напряжения выполнен на транзисторах $T1—T5$, высоковольтный преобразователь — на транзисторах $T8—T9$ по схеме с задающим генератором ($T6—T7$). Опорное напряжение создается цепочкой из трех стабилитронов $D22—D24$, которые, как и измерительная часть схемы управления, питаются стабилизированным напряжением, снимаемым с задающего генератора. Схема управления включает в себя усилитель постоянного тока (УПТ) и регулирующий элемент (усилитель мощности), выполненный на транзисторах ($T10—T13$).

Стабилизация разрядного тока осуществляется следующим образом. Разность между опорным напряжением (на стабилитронах $D22—D24$) и напряжением на эталонном сопротивлении $R_{эт} = R23 \parallel (R24—R25)$, пропорциональном току разряда лазерной трубки, создается на сопротивлении $R23$ и поступает на вход УПТ. Усиленный сигнал разбаланса является управляющим для регулирующего элемента ($T10—T13$), который изменяет значение тока в первичной обмотке трансформатора высоковольтного преобразователя таким образом, чтобы скомпенсировать разбаланс. В силовом блоке вырабатываются напряжения -27 В и $+45$ В; напряжение -27 В поступает на стабилизатор напряжения для питания задающего генератора; напряжение $+45$ В используется для питания высоковольтного преобразователя.

Качество стабилизатора напряжения во многом определяет стабильность работы всего устройства. Для уменьшения температурного дрейфа в стабилизаторе напряжения использованы прецизионные проволочные сопротивления типа $C5—5$, а опорное напряжение вырабатывается с помощью термокомпенсированных стабилитронов типа Д818Г. При использовании динамической нагрузки ($T1$) в усилителе постоянного тока ($T2$) коэффициент стабилизации равен 200. Таким образом, напряжение питания задающего генератора имеет относительную нестабильность 10^{-3} при изменении напряже-



Принципиальная схема стабилизатора тока He-Ne КОМГ

ния сети на $\pm 10\%$. Уровень выходного напряжения (-22 В) устанавливается потенциометром $R7$. Задающий генератор, выполненный по схеме Розра, вырабатывает напряжение для возбуждения высоковольтного преобразователя и вспомогательные напряжения (40 В и 15 В) для питания схемы сравнения и усилителя постоянного тока (УПТ). Трансформатор задающего генератора выполнен на сердечнике из двух ферритовых колец М2000 НМ-1 $K40 \times 26 \times 11$, эмиттерные обмотки имеют по 46 витков и выполнены из провода ПЭВ-2 диаметром 0,41 мм, базовые обмотки имеют по девять витков и выполнены из того же провода. Частота преобразования равна 2,62 кГц, длительность фронтов ~ 10 мкс.

— Напряжение возбуждения (4 В) поступает на высоковольтный преобразователь, выполненный на транзисторах Т8 и Т9 типа КТ903Б и трансформаторе Тр3. Использование высокочастотных транзисторов способствует уменьшению времени переключения, что, в свою очередь, приводит к снижению мощности рассеяния на этих элементах. Сердечник высоковольтного трансформатора выполнен из трех ферритовых колец М4000 НМ-1 $K65 \times 40 \times 9$. Для изоляции использована фторопластовая лента толщиной 20 мк. Первичные обмотки трансформатора Тр3 имеют по 80 витков и выполнены из провода ПЭВ-2 диаметром 0,7 мм, вторичная обмотка имеет 6400 витков и выполнена из провода ПЭВ-2 диаметром 0,1 мм. После выпрямления и сглаживания выходное напряжение преобразователя (до 3 кВ) подается через балластное сопротивление на анод разрядной трубки. Сравнительно высокая частота преобразования и незначительная длительность фронтов позволяет при использовании простого LC-фильтра получать относительный уровень пульсации порядка 10^{-5} . Падение напряжения на сопротивлении $R_{ст}$ сравнивается с опорным напряжением, получаемым на цепочке термокомпенсированных стабилитронов Д22—Д24 (Д818Е). Уровень опорного напряжения поддерживается с точностью $(5-7) \cdot 10^{-5}$, малый температурный дрейф достигается использованием дифференциального УПТ (микросхемы 1УТ401А) и пассивным термостатированием измерительной цепи.

Выходной сигнал УПТ управляет током, протекающим через регулирующий элемент (Т10—Т12), коллекторный нагрузкой которого является высоковольтный преобразователь. Коэффициент усиления этого каскада равен двум. С учетом коэффициента усиления микросхемы ($k_0 = 500$) и коэффициента трансформации трансформатора Тр3 суммарный коэффициент усиления петли обратной связи k_{Σ} составляет $8 \cdot 10^4$. Использование относительно высокого опорного напряжения (~ 27 В) и соответственно высоких значений $R_{ст}$ способствует повышению выходного сопротивления устройства. Выходное сопротивление стабилизатора тока может быть оценено выражением [6]

$$R_{вых} = -k_{\Sigma} R_{ст}.$$

Для данной схемы оно составляет 120—320 Ом при максимальном и минимальном токе разряда соответственно. Величина разрядного тока устанавливается с помощью сопротивления $R25$, диапазон рабочих токов составляет 4—15 мА. Источник питания, выполненный по данной схеме, обеспечивает работу лазерных трубок ЛГ—55, ОКГ—16 с погрешностью разрядного тока $\pm 1 \cdot 10^{-4}$ за несколько часов.

Измерение нестабильности разрядного тока проводилось с помощью измерителя нестабильности напряжения В8—3 на сопротивлении, включенном последовательно с разрядной трубкой. Источник питания, содержащий два стабилизатора тока, выполненных по данной схеме имеет габаритные размеры $330 \times 180 \times 350$ мм и вес около 7 кг.

Следует отметить, что активное термостатирование измерительной цепи и стабилизация тока опорных стабилитронов позволяют достигнуть более высокой стабильности разрядного тока, и таким образом увеличить точность измерения угловых параметров с помощью КОКГ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захаренко Ю. Г., Мельников Н. А., Привалов В. Е. Влияние стабильности источника питания кольцевого ОКГ на параметры измерительного преобразователя угловой скорости. — «Труды метрологических институтов СССР», вып. 156 (216), Л., «Энергия», 1974, с. 125—129, с ил.
2. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е. Влияние регулярных колебаний в разряде на мощность излучения He—Ne лазера. — «Оптика и спектроскопия», 1970, вып. 2, с. 236—242.
3. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е. Некоторые особенности релаксационных колебаний в He—Ne лазерах с накаленным катодом. — «Радиотехника и электроника», 1971, № 11, с. 2152—2157.
4. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е. О регулярных колебаниях в газовом разряде. — «Журнал технической физики», 1971, № 3, с. 553—558, с ил.
5. Привалов В. Е. Измерение параметров движения с использованием оптических квантовых генераторов. — «Метрология и измерительная техника», 1974, № 7, с. 11—13.
6. Карпов В. И. Полупроводниковые компенсационные стабилизаторы напряжения и тока. М., «Энергия», 1967, 172 с. с ил.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК (531.74+531.77):621.373.826

В. Е. Привалов

вним

КОЛЬЦЕВОЙ ГАЗОВЫЙ ЛАЗЕР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ И УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ

Для генерации индуцированного излучения требуется многократное прохождение последнего через активное вещество (в отсутствие сверхизлучения). В лазере с линейным резонатором устанавливается стоячая волна, при этом если коэффициенты отражения обоих отражателей не равны, то волна не будет чисто стоячей. Резонатор, в котором волны проходят замкнутый путь, называется кольцевым. Многократное прохождение излучения в нем может быть обеспечено бегущей волной. Каждая из бегущих волн может поддерживать генерацию. Собственными функциями кольцевого резонатора являются бегущие волны. В идеальном случае они независимы. В общем случае бегущие навстречу друг другу волны в кольцевом лазере неидентичны (независимы). Если параметры встречных волн неодинаковы, имеет место невязанность. Невязанный эффект проявляется в различии амплитудных, частотных, фазовых и поляризационных характеристик встречных волн. В частности, при вращении кольцевого резонатора относительно оси, не лежащей в плоскости резонатора, частоты встречных волн отличаются на величину [1]

$$\Delta\nu = \frac{4S}{\lambda L} \Omega, \quad (1)$$

где Ω — угловая скорость; L и S — периметр и площадь резонатора; λ — длина волны излучения.

Рассеяние на зеркалах приводит к тому, что волны перестают быть чисто бегущими, т. е. встречные волны начинают взаимодействовать. Зависимость между $\Delta\nu$ и Ω усложняется. В кольцевом лазере наличие активной среды приводит к дополнительному изменению зависимости $\Delta\nu(\Omega)$. Эта зависимость может быть представлена различными способами. Рассмотрим один из них.

Вдали от зоны синхронизации частота биений встречных волн кольцевого лазера может быть представлена следующим образом [2]:

$$\Delta\nu = \sum_{-\infty}^1 k_n \Omega^n. \quad (2)$$

Практически можно ограничиться членами

$$\Delta\nu = k_1 \Omega + k_0 + \frac{k_{-1}}{\Omega} + \frac{k_{-2}}{\Omega^2}, \quad (3)$$

где k_0 — сумма невязанностей, не связанных с вращением лазера; k_{-1} и k_{-2} — коэффициенты, обусловленные связью встречных волн; k_1 — масштабный множитель.

Выражение (3) является рабочей формулой при измерении угловой скорости с помощью кольцевого лазера. Высокая точность измерений обусловлена большим значением масштабного множителя. Для $L = 1$ м, $\lambda = 0,63$ мкм масштабный множитель k_1 составляет примерно $3 \cdot 10^5$. Точнее

измеряя остальные составляющие (3) (k_0 и $\frac{k_{-2}}{\Omega^2}$ можно компенсировать

реверсом), получаем значение угловой скорости с относительной погрешностью, определяемой нестабильностью всех четырех коэффициентов за время измерения. Угловые скорости порядка 1 рад/с в настоящее время измеряются с относительной погрешностью 10^{-5} – 10^{-6} за время одного оборота.

Интегрируя (2), получим число периодов частоты биений за время измерения

$$N = k_1 \varphi + \int_0^{\varphi} \sum_{-\infty}^0 k_n \Omega^n dt, \quad (4)$$

т. е. измеряя N , определяем угол поворота φ с относительной погрешностью, обусловленной интегралом в правой части и нестабильностью k_1 . Теоретические оценки показывают, что угол при однократном измерении может быть определен с абсолютной погрешностью порядка десятых долей угловой секунды.

Экспериментальное определение угловой скорости и угла с помощью кольцевого лазера производится следующим образом. Кольцевой лазер размещается на платформе, угловые параметры движения которой требуется измерить. При повороте платформы частота биений выделяется фотоприемником и после соответствующего усиления подается на частотомер, один из которых работает в режиме счета импульсов. Таким образом, одновременно поступает информация об угловой скорости и об угле поворота за время измерения. Погрешность измерения последнего определяется еще и схемой фиксации угла [3]. С указанной выше точностью можно измерять угловую скорость и углы поворота электромоторов, генераторов, центрифуг, турбин, различных валов, нанести различные шкалы.

Кольцевые газовые лазеры, позволяющие измерять угол и угловую скорость с максимальной достижимой в настоящее время точностью, могут найти применение в астрономии и геодезии. Они уже нашли широкое применение в навигации [4].

Для определения углового расстояния между двумя удаленными объектами вращающаяся платформа с кольцевым лазером устанавливается в заданной точке A (см. рисунок). Искомые объекты находятся в точках B и C . Параметры лазера и скорость вращения выбираются так, чтобы интеграл в правой части выражения (4) не превышал заданную погрешность измерения угла BAC . При относительной погрешности измерения угла порядка 10^{-6} этого нетрудно добиться. При вращении платформы частота биений с фото-

приемника поступает на счетчик импульсов, который запускается оптическим сигналом с объекта В и останавливается оптическим сигналом с объекта С. Оптический сигнал может вырабатываться по-разному. В случае геодезических объектов в В и С можно располагать уголкового отражатели, вращающиеся один из лучей кольцевого лазера (прошедший через автоколлиматор) на соответствующий фотоприемник (с диафрагмой и интерференционным фильтром), расположенный на платформе. Можно располагать в В и С газовые лазеры с автоколлиматорами, что несколько усложнит схему, но уменьшит расходимость луча, т. е. повысит точность его фиксации. Однократное измерение даст абсолютную погрешность измерения угла ВАС порядка нескольких десятых долей угловой секунды. Проведя многократные измерения и соответствующую обработку результатов, можно из порядка уменьшить погрешность. В случае астрономических объектов точность будет такой же, если на объект удастся доставить отражатель. Используя естественный свет, придется, по-видимому, рассчитывать на меньшую точность фиксации угла и, соответственно, на большую погрешность измерения угла ВАС.

При размещении платформы с кольцевым лазером в астрономической обсерватории можно увеличить габариты лазера и, соответственно, увеличить масштабный множитель. Это позволит уменьшить погрешность измерения угла.

Скорость вращения Земли в настоящее время известна с точностью до восьмого знака [5]. Уменьшив относительную погрешность измерения угловой скорости с помощью кольцевого лазера до $10^{-8}-10^{-9}$, можно определить параметры движения Земли с большей точностью, а также обнаружить отклонения и нестабильности. Для этого необходимо уменьшить уровень технических флуктуаций в кольцевых лазерах [6] и достигнуть уровня естественных флуктуаций.

Зная скорость вращения Земли, с помощью кольцевого лазера можно определить широту местности. В 1967 г. это определение было проведено с относительной погрешностью около одной угловой минуты [7]. В настоящее время может быть получена более высокая точность.

В заключение следует сказать, что особые свойства кольцевых газовых лазеров позволяют создавать на их основе не просто точные измерительные устройства, а образцовые измерительные средства и эталоны [7], которые при этом необходимо аттестовать по существующим эталонам. Эталон плоского угла обеспечивает абсолютную погрешность измерения порядка сотых долей угловой секунды [8]. Основным элементом его является эталонная призма. Аттестуя кольцевой лазер по эталонной призме, их размещают на одной вращающейся платформе. Выходной сигнал кольцевого лазера фиксируется частотомером, время работы которого определяется оптическими сигналами, отраженными от заданных граней призмы. Углу между двумя гранями эталонной призмы соответствует определенное число импульсов кольцевого лазера, что позволяет определить угловую меру одного импульса. Как показали многочисленные серии измерений и соответствующая статистическая обработка, кольцевой лазер, угловая мера одного импульса которого порядка десятых долей угловой секунды, а относительная погрешность

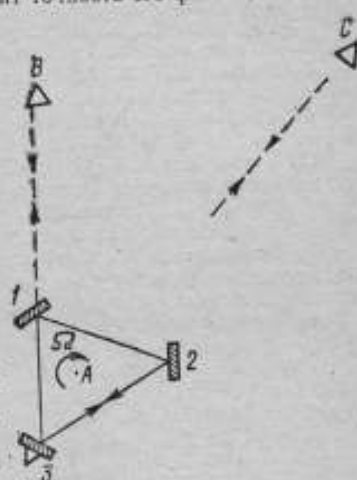


Схема измерения углового расстояния между объектами В и С. В точке находится платформа с кольцевым лазером; 1, 2, и 3 — отражатели кольцевого резонатора, с отражателем 3 соединен фотоприемник для выделения частоты биений

измерения составляет 10^{-5} — 10^{-6} , обеспечивает абсолютную погрешность измерения угла порядка сотых долей угловой секунды. Дальнейшее совершенствование кольцевого лазера и соответствующее метрологическое обеспечение позволят создать на его основе эталон плоского угла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Привалов В. Е., Фридрихов С. А. Кольцевой газовый лазер. — «Успехи физических наук», 1969, т. 97, 377 с. с ил.
2. Привалов В. Е. Измерение параметров движения с использованием ОКГ. — «Метрология и измерительная техника», 1974, № 7, с. 11—13.
3. Лукьянов Д. П., Привалов В. Е. Кольцевые газовые лазеры для измерения параметров движения. Изд. ЛДНТП, 1975, 32 с.
4. Аранович Ф. Лазерные гироскопы. — В сб. «Применение лазеров». М., «Мир», 1974, с. 82—121.
5. Белоцерковский Д. Ю. О скорости вращения Земли. — В сб. «Вращение Земли и определение времени». Изд. АН СССР, 1969, с. 21—33.
6. Catherin I., Dessus V. «Travelling — wave laser gyroscope». IEEE, QE—3, 1967 № 11, p. 67—71.
7. Привалов В. Е., Сивельников А. Е. О создании эталонов и образцовых средств измерения угла и угловой скорости на основе ОКГ. — «Измерительная техника», 1974, № 3, с. 35—38.
8. Богуславский М. Г. Государственный первичный эталон плоского угла — радиана. — «Измерительная техника», 1972, № 7, с. 9—10.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 621.373.826.038.823.082.532

А. П. Базилов, Л. П. Ткаченко

ВНИИМ

ИЗМЕРЕНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ПУТИ В РЕЗОНАТОРЕ ГАЗОВОГО ЛАЗЕРА

При конструировании и эксплуатации гелий-неоновых лазеров приходится встречаться с трудностями, связанными непосредственно с установкой активных элементов. Например, при установке активного элемента в резонаторе происходит изменение оптического пути, рассчитанного при конструи-

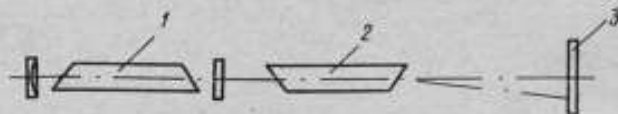


Рис. 1. Схема установки для определения отклонений луча газоразрядной трубкой:

1 — He—Ne-лазер; 2 — испытываемая трубка; 3 — экран

ровании резонатора или замене активного элемента. Аналогичная ситуация наблюдается при использовании различных ячеек внутри резонатора.

Настоящая работа была проведена с целью исследования причин изменения направления оптического пути в невакуумированных резонаторах. Исследования проводились на установке, изображенной на рис. 1. Измерялось отклонение луча лазера при помещении на его пути промышленных активных элементов. Исследуемую трубку 2, наполненную He—Ne смесью, устанавливали на пути луча, создаваемого лазером 1, так, чтобы их оптиче-

ские оси совпадали. Смещение луча фиксировалось на экране, расположенном на расстоянии 5,5 м от выходного окна испытуемой трубки, нанесением метки с погрешностью $\pm 0,2$ мм. Замечено, что отметки на экране, сделанные с трубкой и без нее, не совпадали друг с другом, причем направление отклонения преимущественно в плоскости падения на окна Брюстера. Результаты измерений приведены в табл. 1. После установления атмосферного давления в испытуемой трубке отклонение луча уменьшалось, а в некоторых случаях исчезало полностью. После этого окна Брюстера снимались с клея и крепились без деформаций. При этом в большинстве трубок заметных смещений не наблюдалось. Наблюдаемое же в некоторых случаях отклонение зависело от поворота окна вокруг оптической оси и было объяснено наличием клина на окне. Были сделаны оценки ряда причин, влияющих на отклонение луча от оптической оси.

Таблица 1

Тип трубки	Номер трубки	Отклонение луча, мин	Отклонение луча на экране, мм
ЛГ-56	1	3,0	5,0
	2	2,7	4,4
	3	3,0	4,8
	4	2,7	4,5
ОКГ-13	5	1,2	2,0
	6	1,8	3,1
	7	2,4	4,0
ЛГ-149	8	2,7	4,3
	9	2,7	4,4
Двуханодные	10	3,0	5,1
	11	3,0	4,9
	12	4,2	7,4

Наиболее значительной причиной, как выяснилось, является разница в показателях преломления окружающей трубку среды (в нашем случае воздух) и внутреннего наполнения трубки — смесь He и Ne под давлением ~ 2 тор. Угол отклонения можно рассчитать, пользуясь законом преломления. На рис. 2 схематически изображен путь луча через трубку с газовой смесью с показателем преломления n_2 , принятым за единицу. Показатель преломления воздуха $n_1 = 1,000274$ (при нормальном давлении 10 132,47 Па и температуре 20° С). Обычно окна изготавливаются из оптического кварца с показателем преломления $n_2 = 1,45705$. Угол Брюстера в этом случае i_1 равен $55^{\circ}32'16''$.

Минимальный угол отклонения луча от первоначального направления определим по формуле призмы с преломляющим углом α и показателем преломления n_2 [1].

$$n_1 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \delta_{\min}) = n_2 \sin \frac{1}{2} \alpha. \quad (1)$$

Ход луча в резонаторе считаем симметричным

$$\delta = 2 \left(\arcsin \frac{n_2}{n_1} \sin \frac{\alpha}{2} \right) - \alpha;$$

$$\delta = 2 \left(\arcsin \frac{1}{1,000274} \sin 55^\circ 32' 16'' \right) - 111^\circ 4' 32''.$$

откуда получаем $\delta = 2' 44''$.

На экране применяемой установки это даст отклонение светового пятна на 4,5 мм.

Второй причиной являются прогибы окон из-за натяжений, возникших при склейке окон с трубкой [2]. Наиболее часто встречающийся прогиб равен 2—4 кольцам интерференции, что составляет стрелку прогиба окна примерно 1 мкм при диаметре окна $d = 15$ мм.



Рис. 2. Схематическое изображение хода луча внутри газоразрядной трубки

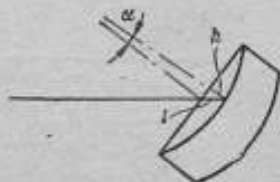


Рис. 3. Угловое смещение луча, обусловленное деформацией окна Брюстера

На рис. 3 изображено окно Брюстера в свободном и деформированном состояниях. Из выражения для стрелки прогиба

$$h = R - \sqrt{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad (2)$$

находим радиус кривизны окна в напряженно-деформированном состоянии $R = 28 \cdot 10^3$ мм. Смещение луча $l = h \operatorname{tg} i_1$ составляет 1,4 мкм, а угловое смещение луча $\alpha = \frac{l}{R} = 0,01$ угл. с.

Как видно, угол отклонения очень мал. Такого же порядка отклонение луча и от второй поверхности окна. В зависимости от направления прогибов в обоих окнах отклонения могут быть скомпенсированы. Следовательно, данный фактор не оказывает заметного влияния на отклонение луча.

Третьей причиной отклонения луча является погрешность углов Брюстера.

Рассмотрим влияние небольших отклонений углов падения i_1 на смещение луча по формуле плоскопараллельной пластинки [1]

$$l = d \frac{\sin(i_1 - i_1')}{\cos i_1'} \quad (3)$$

где i_1' определяется из выражения

$$\sin i_1' = \frac{\sin i_1}{n}$$

Из табл. 2 видно, что при развороте окна на 1° от расчетного значения угла Брюстера луч смещается параллельно самому себе на 0,03 мм. Величина смещения, как и в предыдущем случае, достаточно мала и не вносит значительного вклада в суммарное отклонение луча. Значительные же отклонения, встречающиеся в отдельных трубках, объясняются некачественным изготовлением окон, т. е. наличием у них клина. Отклонение клином окна рассматриваем по формуле призмы с малым отклоняющим углом и конечным углом падения i_1 .

Таблица 2

i_1	i_1'	l , мм
52°00'	32°49'	1,173
53°00'	33°17'	1,212
54°00'	33°42'	1,248
55°00'	34°24'	1,278
56°00'	34°41'	1,326
57°00'	35°06'	1,365

$$\delta = \sigma [V \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 i_1} - 1]. \quad (4)$$

Например, при угле клина 5 угл. с отклонение луча составляет 5,6 угл. с. Условие суммарных потерь в резонаторе [3] позволяет прийти к выводу, что окна необходимо выполнять как можно точнее как по плоскости, так и по параллельности. Направление отклонения зависит от ориентации главных сечений клиньев обоих окон трубки.

Из всех рассмотренных причин изменения оптического пути самой существенной является разница коэффициентов преломления сред внутри и вне трубки без клина. Ее необходимо учитывать при конструировании резонаторов, в особенности жесткой, моноблочной конструкции.

В работе [4] показано, что отклонение луча происходит также при изменении температуры и давления окружающей среды, что определяется изменением показателя преломления воздуха в промежутке окно — зеркало.

Для устранения смещения оптического пути резонатор следует вакуумировать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочник конструктора оптико-механических приборов. Под ред. М. Я. Кругера и В. А. Панова. М., Машгиз, 1963, с. 189—193.
2. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е., Ткаченко Л. П. Об уменьшении механических напряжений в окнах, установленных под углом Брюстера. — «Оптико-механическая промышленность», 1974, № 7, с. 51—53.
3. Пестов Э. Г., Лапшин Р. М. Квантовая электроника, М., Воениздат, 1972, с. 164—169 с ил.
4. Абрамов В. Я., Миникс В. Л., Остапченко Е. П., Седов Г. С. Исследование причин неустойчивости оси диаграммы направленности и мощности излучения He—Ne ОКГ при изменении температуры и давления окружающей среды. — «Электронная техника. Газоразрядные приборы», сер. 4, 1974, № 10, с. 28—40.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

О ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ИЗМЕРИТЕЛЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ВИБРАЦИОННОГО ТИПА

Одним из наиболее перспективных измерителей угловой скорости позволяющих при небольших габаритах получать высокую точность измерения и обладающих высокой чувствительностью, являются измерители малых угловых скоростей, построенные по принципу роторного вибрационного гироскопа [1].

Как известно [2], уравнение движения такого измерителя (рис. 1) относительно оси растяжки в первом приближении имеет вид

$$T^2 \alpha + 2\xi T \dot{\alpha} + \alpha = K [(\omega_x - T_1 \omega_y) \sin \Omega t - (\omega_y + T_1 \omega_x) \cos \Omega t], \quad (1)$$

где

$$T^2 = \frac{J_x}{c + (J_z - J_x) \Omega^2}; \quad T_1 = \frac{J_x}{(J_z - J_y + J_x) \Omega},$$

$$2\xi T = \frac{\mu}{c + (J_z - J_y) \Omega^2}; \quad K = \frac{(J_z - J_y + J_x) \Omega}{c + (J_z - J_y) \Omega^2};$$

ω_x, ω_y — проекции измеряемой угловой скорости; J_x, J_y, J_z — главные центральные моменты инерции чувствительного элемента; μ — коэффициент момента сил вязкого трения; c — коэффициент упругого восстанавливающего момента; Ω — угловая скорость вращения рамки.

Повышение чувствительности по отношению к измеряемой угловой скорости вращения основания достигается резонансной настройкой прибора.

В этом случае добиваются совпадения сопрягающей частоты

$$\frac{1}{T} = \sqrt{\frac{c + (J_z - J_y) \Omega^2}{J_x}} \quad (2)$$

с частотой вращения ротора.

Тогда в выражении (1) постоянные будут определяться следующим образом:

$$T = \frac{1}{\Omega};$$

$$K = \frac{J_z - J_y + J_x}{J_x \Omega};$$

$$\xi = \frac{\mu}{2J_x \Omega}. \quad (3)$$

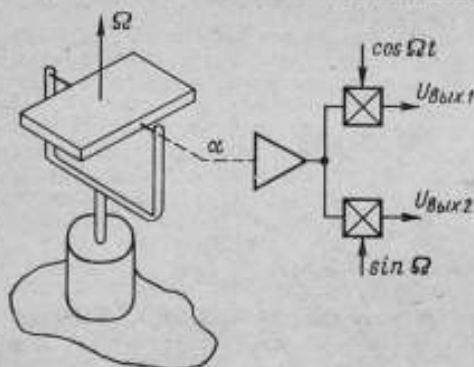


Рис. 1. Схема роторного вибрационного гироскопа

Помимо механической части, измеритель содержит устройство для съема показаний, состоящее из преобразователя угла α и демодулятора.

Структурная схема прибора совместно с измерительной частью представлена на рис. 2. Механическая часть прибора представляет собой линейную систему с амплитудной модуляцией, подобную рассматриваемым в [3], и состоит из модуляторной части M , представленной множительными звеньями, и линейной части $ЛЧ$ с передаточной функцией колебательного звена. Входные воздействия ω_x и ω_y образуют на входе модулятора антисимметричные перекрестные связи через дифференцирующие звенья, отражающие реакцию измерителя на угловые ускорения основания.

Измерительная часть содержит преобразователь угла, который будем считать идеальным усилительным звеном с коэффициентом передачи $k_{пу}$, и демодулятор, который, как известно [4], может быть описан множительным звеном. Кроме того, в демодуляторы различных схем обязательно включается линейная фильтрующая часть, состоящая из RLC или RC выходных фильтров низких частот, так что из выходных сигналов исключаются гармоники, кратные несущей частоте.

Как следует из приведенной структурной схемы, измеритель можно отнести к системам с амплитудной модуляцией и многократным преобразованием сигнала.

Для анализа динамических характеристик измерителя воспользуемся частотным методом, полагая, что к входу линейной части системы с передаточной функцией колебательного звена приложены два гармонических сиг-

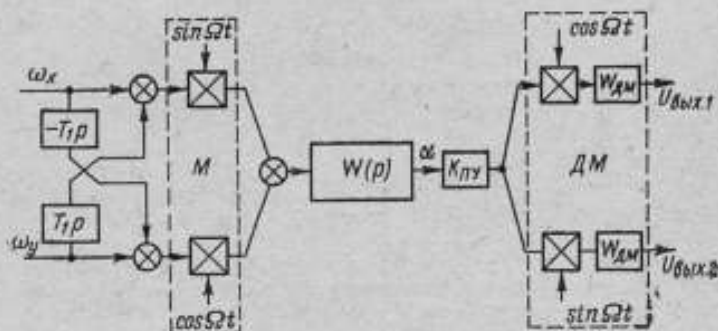


Рис. 2. Структурная схема прибора

нала, образующих левую и правую боковые полосы, симметрично расположенные относительно несущей частоты Ω . Действительно, правая часть уравнения без учета реакции прибора на ускорение может быть представлена как

$$\sin \omega_0 t \sin \Omega t = \frac{1}{2} [\cos (\Omega - \omega_0) t - \cos (\Omega + \omega_0) t], \quad (4)$$

где ω_0 — частота изменения угловой скорости.

Используя принцип суперпозиции в соответствии со схемой, изображенной на рис. 3, реакцию угла α на входные воздействия (4) представим выражением

$$\alpha = \frac{1}{2} [A_1 \cos [(\Omega - \omega_0) t + \varphi_1] - A_2 \cos [(\Omega + \omega_0) t + \varphi_2]], \quad (5)$$

в котором

$$A_1 = |W [j(\Omega - \omega_0)]|; \quad \varphi_1 = \text{Arg } W [j(\Omega - \omega_0)];$$

и

$$A_2 = |W [j(\Omega + \omega_0)]|; \quad \varphi_2 = \text{Arg } W [j(\Omega + \omega_0)]$$

являются амплитудными и фазовыми частотными характеристиками соответственно левой и правой боковых полос общей частотной характеристики $W(j\omega)$.

Вводя обозначения

$$\begin{aligned} A_1 \cos \varphi_1 &= \operatorname{Re} W [j(\Omega - \omega_0)] = \operatorname{Re} W_-; \\ A_1 \sin \varphi_1 &= \operatorname{Im} W [j(\Omega - \omega_0)] = \operatorname{Im} W_-; \\ A_2 \cos \varphi_2 &= \operatorname{Re} W [j(\Omega + \omega_0)] = \operatorname{Re} W_+; \\ A_2 \sin \varphi_2 &= \operatorname{Im} W [j(\Omega + \omega_0)] = \operatorname{Im} W_+, \end{aligned}$$

выражение (5) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} (\operatorname{Re} W_- - \operatorname{Re} W_+) \cos \omega_0 t \cos \Omega t + \frac{1}{2} (\operatorname{Re} W_- + \operatorname{Re} W_+) \times \\ &\quad \times \sin \omega_0 t \sin \Omega t + \frac{1}{2} (\operatorname{Im} W_+ - \operatorname{Im} W_-) \cos \omega_0 t \sin \Omega t + \\ &\quad + \frac{1}{2} (\operatorname{Im} W_- + \operatorname{Im} W_+) \sin \omega_0 t \cos \Omega t. \end{aligned} \quad (7)$$

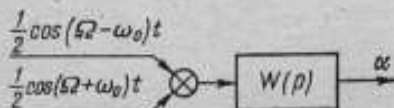


Рис. 3. К анализу динамических характеристик

Учитывая принятые ранее предпосылки, основной сигнал на выходе демодулятора будем определять выражением

$$U_{\text{вых}1} = A \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (8)$$

в котором амплитуда имеет значение

$$A = \frac{K_{\text{вы}} K_{\text{нм}}}{4} \sqrt{(\operatorname{Im} W_- + \operatorname{Im} W_+)^2 + (\operatorname{Re} W_- - \operatorname{Re} W_+)^2}, \quad (9)$$

а сдвиг фазы по отношению к входному воздействию (например, ω_x) составляет

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Re} W_- - \operatorname{Re} W_+}{\operatorname{Im} W_- + \operatorname{Im} W_+}. \quad (10)$$

На втором выходе демодулятора, где опорное напряжение изменяется по закону $\sin \Omega t$, будет выделяться перекрестный сигнал, определяемый выражением

$$U_{\text{вых}2} = B \sin(\omega_0 t + \beta), \quad (11)$$

где

$$B = \frac{K_{\text{вы}} K_{\text{нм}}}{4} \sqrt{(\operatorname{Im} W_- + \operatorname{Im} W_+)^2 + (\operatorname{Re} W_- + \operatorname{Re} W_+)^2}, \quad (12)$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} W_+ + \operatorname{Im} W_-}{\operatorname{Re} W_- + \operatorname{Re} W_+}. \quad (13)$$

Выражения (9), (10), (12), (13) позволяют строить частотные характеристики измерителя для основного и перекрестного сигналов в том случае, когда не учитывается реакция измерителя на угловые ускорения основания.

Аналогично можно получить зависимости для амплитудных и фазовых частотных характеристик при учете реакции измерителя на угловые ускорения. Для основного сигнала они имеют вид

$$A' = \frac{K_{ny}K_{om}}{4} \sqrt{(ImW'_- + ImW'_+)^2 + (ReW'_- - ReW'_+)^2}; \quad (14)$$

$$\varphi' = \text{arctg} \frac{ReW'_- - ReW'_+}{ImW'_- + ImW'_+}, \quad (15)$$

а для перекрестного сигнала

$$B' = \frac{K_{ny}K_{nm}}{4} \sqrt{(ReW'_- + ReW'_+)^2 + (ImW'_+ - ImW'_-)^2}; \quad (16)$$

$$\beta = \text{arctg} \frac{ImW'_+ - ImW'_-}{ReW'_- + ReW'_+} \quad (17)$$

где

$$ReW'_- = A'_1 \cos \varphi_1; \quad ImW'_- = A'_1 \sin \varphi_1; \quad ReW'_+ = A'_2 \cos \varphi_2;$$

$$ImW'_+ = A'_2 \sin \varphi_2; \quad A'_1 = A_1 (1 - T_1 \omega_0); \quad A'_2 = A_2 (1 + T_1 \omega_0).$$

Используя выражения (14), (15), (16), (17), найдем аналитические зависимости для $W_0(j\omega)$ и $W_n(j\omega)$, полагая $\frac{K_{ny}K_{nm}}{4} = 1$ в общем виде. Очевидно, их можно представить следующим образом:

$$W_0(j\omega) = (ImW'_- + ImW'_+) + j(ReW'_- - ReW'_+); \quad (18)$$

$$W_n(j\omega) = (ReW'_- + ReW'_+) + j(ImW'_+ - ImW'_-).$$

Преобразуем полученные зависимости, выразив их через частотную характеристику $W(j\omega)$ линейной части системы

$$W_0(j\omega) = j[-W_+(j\omega) + W_-^*(j\omega)]; \quad (19)$$

$$W_n(j\omega) = W_+(j\omega) + W_-^*(j\omega).$$

где $W_+(j\omega)$ и $W_-(j\omega)$ — частотные характеристики для правой и левой боковых полос; W_+^* и W_-^* — сопряженные им величины. В результате подстановки

$$W(j\omega) = \frac{K}{T^2(j\omega)^2 + 2\xi T(j\omega) + 1}$$

в выражение (19), получим для основного сигнала, полагая отношение огибающей частоты к несущей $\frac{\omega_0}{\Omega} = \nu \ll 1$ и $\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = \varepsilon \ll 1$

$$W_0(j\omega_0) = \frac{K_{no}(T_{no}j\omega_0 + 1)}{T_0^2(j\omega_0)^2 + 2\xi_0 T_0(j\omega_0) + 1}, \quad (20)$$

где $K_{no} = \frac{\xi}{\varepsilon^2 + \xi^2}$ — коэффициент усиления измерителя по основному сигналу при $\frac{K_{ny}K_{nm}}{4} = 1$;

$$T_{no} = \frac{T \pm T_1 \varepsilon}{\xi}; \quad T_0 = \frac{1}{\Omega \sqrt{\varepsilon^2 + \xi^2}}; \quad \xi_0 = \frac{\xi}{\sqrt{\varepsilon^2 + \xi^2}}.$$

В выражении для T_{no} знак «+» в числителе соответствует отрицательной расстройке несущей частоты, а знак «-» — положительной. Аналогично для перекрестного сигнала

$$W_{\pi}(j\omega_0) = \frac{K_{\pi n} [T_n^2 (j\omega_0)^2 + 2\xi_n T_n (j\omega_0) \mp 1]}{[T_0^2 (j\omega_0)^2 + 2\xi_0 T_0 (j\omega_0) + 1]}, \quad (21)$$

где $K_{\pi n} = \frac{\epsilon}{\epsilon^2 + \xi_n^2}$ — коэффициент усиления измерителя по перекрестному сигналу при $\frac{K_{ny} K_{nm}}{4} = 1$;

$$T_n = \sqrt{\frac{1 - 2T_1 \Omega}{2\epsilon}} \cdot \frac{1}{\Omega}; \quad \xi_n = \xi \frac{1 - T_1 \Omega}{\sqrt{2\epsilon(1 - 2T_1 \Omega)}}.$$

Как следует из выражения (20), на основной сигнал расстройка будет влиять при очень малых значениях ξ , сопоставимых с ϵ . Если $\epsilon \ll \xi$, то передаточная функция преобразуется к более простому виду

$$W_0(p) = -\frac{K_{no}}{T_n p + 1}. \quad (22)$$

Если коэффициент демпфирования ξ сделать равным или близким нулю, то измеритель по основному сигналу может быть описан интегрирующим звеном, причем такое описание возможно в рабочем диапазоне частот ω_p и при наличии расстройки, не превышающей значения $\epsilon < \frac{\omega_p \min}{\Omega}$. Анализ передаточной функции прибора по перекрестному сигналу показывает, что описание измерителя в этом случае существенно зависит от расстройки прибора, а также от того, учтена или нет реакция измерителя на угловые ускорения основания. В частности, при положительной расстройке несущей частоты измеритель имеет неминимально-фазовое описание.

Как известно [2], для такого прибора значение $x = \frac{J_z - J_y}{J_x}$ должно быть по возможности большим и может быть сделано равным 0,98. Передаточные функции измерителя по перекрестному сигналу для различных частных случаев приведены в таблице.

Цифровое моделирование частотных характеристик измерителя при изменении расстройки ϵ от 0 до 1% и коэффициента демпфирования ξ в пределах 0,0005—0,032 с учетом реакции прибора на угловое ускорение и без него показало, что погрешность аппроксимации частотных характеристик в рабочем диапазоне частот по амплитуде не превышает 1—2 дБ, а по фазе — 2—3°. Установлено также, что расстройка не должна превышать 0,05% несущей частоты. В этом случае уровень перекрестного сигнала мал по сравнению с основным, что необходимо для нормальной работы прибора.

В заключение можно сделать следующие выводы:

1. Поскольку $\epsilon < 0,05\%$, то практически при частотах выше 1/с и при $\xi > 0,0005$ передаточная функция по основному сигналу может аппроксимироваться выражением

$$W_0(p) = \frac{K_{no}}{T_n p + 1},$$

где $K_{no} = \frac{1}{\xi}$ и $T_n = \frac{1}{\xi \Omega}$.

Постоянные аргументы

расстановка и коэффициенты дифференциалов

$$T_1 = 0$$

$$T_1 = 0$$

$$W_n = \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + \zeta^2} \left[\frac{(1 - T_1 \Omega) \zeta p \mp 1}{\varepsilon \Omega} \right] \left(T_0^2 p^2 + 2\zeta_0 T_0 p + 1 \right)$$

$$W_n = \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + \zeta^2} \left[\frac{1}{2i\Omega} p^2 + 2 \frac{\zeta}{\sqrt{2\zeta}} \Omega \sqrt{2\zeta} p \mp 1 \right] \left(T_0^2 p^2 + 2\zeta_0 T_0 p + 1 \right)$$

$$\varepsilon \neq 0$$

$$\zeta \neq 0$$

$$W_n = \frac{T_1 - T_1 p}{\zeta} \left(\frac{1}{\Omega} p + 1 \right)^2$$

$$W_n = \frac{1}{2\Omega} p \left(\frac{1}{2\zeta \Omega} p \mp 1 \right) \left(\frac{1}{\Omega} p + 1 \right)^2$$

$$\varepsilon = 0$$

$$\zeta \neq 0$$

$$W_n = \frac{\pm \frac{1}{\varepsilon}}{\left(\frac{1}{\varepsilon^2 \Omega} p^2 + 1 \right)}$$

$$M_n = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{2\varepsilon^2 \Omega} p^2 \mp 1 \right) \left(\frac{1}{\varepsilon^2 \Omega} p^2 + 1 \right)$$

$$\varepsilon = 0$$

$$\zeta = 0$$

$$0$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\varepsilon = 0$$

$$\zeta = 0$$

2. При $\xi = 0$ и $\varepsilon < \frac{\omega_0 \min}{\Omega}$ прибор может быть описан интегрирующим звеном.

3. Передаточная функция измерителя по перекрестному сигналу аппроксимируется выражением

$$W_{\pi}(\rho) = \frac{K_{\text{гп}}(T_{\text{гп}}\rho + 1)}{T_0^2\rho^2 + 2\xi_0 T_0\rho + 1}$$

где знак « \rightarrow » соответствует положительной расстройке несущей частоты.

4. Полученные аппроксимации передаточных функций могут использоваться при анализе динамических характеристик как самого измерителя, так и систем, включающих измеритель. Применение в исследовании полученных выражений возможно лишь тогда, когда частота среза системы значительно меньше несущей частоты. Практически, наибольшее значение частоты среза не должно превышать 0,3—0,4 Ω .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брозгуль А. П., Смирнов Е. Л. Вибрационные гироскопы. М., «Машиностроение», 1970, 213 с., с ил.
2. Суханов Б. Н. О повышении точности двумерного одноканального измерителя угловых скоростей. — «Прикладная гироскопия». Изд. ЛГУ, 1974, № 4, с. 42—48.
3. Казамаров А. А., Палатник А. М., Роднянский Л. О. Динамика двумерных систем автоматического регулирования. М., «Наука», 1967, 307 с.
4. Баранчук Е. И., Коварская Е. Л. Теория и проектирование следящих систем переменного тока. М.—Л., «Энергия», 1966, 383 с., с ил.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 629.7.054.882

Ю. Б. Власов

ЛИАП

ОБ ОШИБКАХ ДВУМЕРНОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ ЛИНЕЙНЫХ УСКОРЕНИЙ, ПОСТРОЕННОГО НА БАЗЕ РОТОРНОГО ВЫБРАЦИОННОГО ГИРОСКОПА

Одним из путей усовершенствования однороторных вибрационных гироскопов с вращающимся упругим подвесом ротора (РВГ) [1] является создание комбинированного прибора, позволяющего измерять абсолютную угловую скорость и линейное ускорение основания [2]. Достоинствами такого прибора являются его малые габариты и низкие пороги чувствительности (по предварительным оценкам и данным иностранной печати, могут быть получены пороги чувствительности по угловой скорости порядка $0,5 \cdot 10^{-7}$ 1/с и по линейному ускорению — порядка 10^{-5} g). Ошибки РВГ при использовании его в качестве измерителя только абсолютной угловой скорости достаточно подробно проанализированы в [3]. Рассмотрим специфические ошибки, возникающие в канале измерения линейных ускорений основания — \bar{y} в плоскости чувствительности прибора.

Так как комбинированный РВГ содержит две колебательные системы, ротор — торсионы и отдельные системы съема угла поворота роторов, которые могут быть выполнены лишь с определенной степенью идентичности при обработке сигналов не удается полностью исключить влияние угловой

скорости движения основания на канал измерения линейного ускорения. В результате этого при измерении линейных ускорений появляется дополнительная ошибка

$$\Delta \bar{u}_j = \omega_{\omega}(\rho) \bar{\omega}, \quad (1)$$

где $\Delta \bar{u}_j$ — сигнал ошибки на выходе канала измерения линейных ускорений; $\bar{\omega}$ — вектор абсолютной угловой скорости движения основания в области чувствительности прибора; ρ — оператор дифференцирования.

Пусть одна из колебательных систем имеет следующие основные параметры: $\omega_m = \sqrt{\frac{C}{J_x}}$ — собственная частота колебаний ротора на упругом подвесе при нулевой скорости вращения (C — жесткость подвеса, J_x — момент инерции ротора относительно оси подвеса); $\kappa = \frac{J_z - J_y}{J_x}$ — конструктивный коэффициент (J_z — момент инерции ротора относительно оси, совпадающей с осью вращения, J_y — момент инерции ротора относительно оси, перпендикулярной оси упругого подвеса в плоскости вращения ротора); ξ — относительный коэффициент демпфирования ротора; k_c — коэффициент передачи системы съема угла колебаний ротора. Тогда параметры второй колебательной системы с учетом погрешностей изготовления и настройки можно определить как $\omega_{m2} = \omega_m + \Delta\omega_m$, $\kappa_2 = \kappa + \Delta\kappa$, $\xi_2 = \xi + \Delta\xi$, $k_{c2} = k_c + \Delta k_c$. Кроме того, может существовать угол $\Delta\varphi$ непараллельности или неперпендикулярности осей подвеса роторов.

Аппроксимированная в области высоких частот передаточная функция РВГ [2] по сигналу угловой скорости, записанная с применением комплексных коэффициентов [4], имеет вид

$$\omega(\rho) = -ik_c(1 + \kappa) \frac{\Omega T_1 T_2}{T_2 \rho - i + \mu_2}, \quad (2)$$

где Ω — скорость вращения роторов.

$$T_1 = \frac{1}{\Omega + \Omega_p \sqrt{1 - \xi^2}}; \quad T_2 = \frac{1}{\Omega - \Omega_p \sqrt{1 - \xi^2}}; \\ \mu_2 = \frac{\xi \Omega_p}{\Omega - \Omega_p \sqrt{1 - \xi^2}};$$

$$\Omega_p = \kappa \Omega + \omega_m.$$

Используя передаточную функцию (2) и методы теории чувствительности, получим в первом приближении выражение для оператора $W_{\omega}(\rho)$

$$W_{\omega}(\rho) = \frac{1}{\delta + 0,5\xi^2} \left(\frac{\delta + 0,5\xi^2}{k_c} \Delta k_c + \frac{1}{2} \kappa + \frac{\omega_m}{\Omega_p^2} \Delta \omega_m - \frac{\xi}{2} \Delta \xi \right) \omega(\rho) \times \\ \times \frac{1}{\frac{1}{\Omega_p (\delta + 0,5\xi^2)} \rho - i + \frac{\xi}{\delta + 0,5\xi^2}} \times \\ \times \left(\frac{1}{\Omega_p} \frac{\frac{1}{k_c} \Delta k_c}{\delta + 0,5\xi^2} \Delta k_c + \frac{1}{2} \kappa + \frac{\omega_m}{\Omega_p^2} \Delta \omega_m - \frac{\xi}{2} \Delta \xi \right) \rho - i +$$

$$+ \bar{\zeta} \left(\frac{\frac{1}{k_c} \Delta k_c + \frac{1}{4} \Delta \kappa - \frac{1}{2} \frac{\omega_m}{\Omega_p^2} \Delta \omega_m - \frac{\Delta \zeta}{\zeta}}{\frac{\delta + 0,5\zeta^2}{k_c} \Delta k_c + \frac{1}{2} \Delta \kappa + \frac{\omega_m}{\Omega_p^2} \Delta \omega_m - \frac{\zeta}{2} \Delta \zeta} \right) + i k_c \Delta \varphi \omega (p),$$

где $\delta = \frac{\Omega - \Omega_p}{\Omega_p}$ — относительная расстройка первой колебательной системы от резонанса.

Выражение (3) позволяет определить ошибки, вносимые угловым движением основания в определении линейных ускорений в зависимости от технологических погрешностей изготовления и настройки прибора. Эти ошибки значительно возрастают, когда одна из колебательных систем настроена в резонанс ($\delta = 0$), который и является номинальным режимом работы РВГ. При наличии расстройки от резонанса на частоте $\omega = \Omega_p$ ($\delta + 0,5\zeta^2$) угловые колебания также могут приводить к резкому возрастанию рассматриваемой ошибки системы. Численная оценка ошибки комбинированного РВГ, описываемой выражением (1), показывает, что для измерения \dot{I} с высокой степенью точности необходима установка прибора на стабилизированном основании.

Важной характеристикой прибора является его динамическая ошибка, возникающая при измерении изменяющихся во времени линейных ускорений основания. Пусть закон изменения ускорения может быть аппроксимирован первыми членами степенного ряда

$$\bar{I} = \bar{a}_0 + \bar{a}_1 t + \dots + \bar{a}_n t^n. \quad (4)$$

Тогда, с учетом передаточной функции РВГ (2) выражение для сигнала динамической ошибки на выходе канала измерения ускорения будет иметь вид

$$\bar{u}_d(t) = -\bar{k}_l \frac{1}{T_2} \left\{ \bar{A}_0 + \bar{A}_1 t + \dots + \bar{A}_{n-1} t^{n-1} + \bar{A}_n T_2 e^{-\frac{\mu_2}{T_2} t} \times \right. \\ \left. \times \sin \frac{t}{T_2} \times \frac{1}{2} A_{n+1} \left[(1 + \mu_2) e^{-\frac{1+\mu_2}{T_2} t} + (1 - \mu_2) e^{-\frac{\mu_2-1}{T_2} t} \right] \right\}, \quad (5)$$

где неизвестные коэффициенты \bar{A}_i находятся из уравнения

$$p^{n+1} \bar{A}_{n+1} + p^n \bar{A}_n + (p^{n-1} \bar{A}_0 + p^{n-2} \bar{A}_1 + \dots + (n-1)! \bar{A}_{n-1}) \times \\ \times \left(p^2 + 2 \frac{\mu_2}{T_2} p + \frac{\mu_2^2}{T_2^2} \right) = (T_2 p + \mu_2) \sum_{k=0}^n p^{n-k} \bar{a}_k + \sum_{k=0}^n p^{n-k} \bar{a}_k^*$$

путем приравнивания коэффициентов, стоящих перед одинаковыми степенями оператора p в правой и левой частях

$$\bar{k}_l = 2 \frac{m a_2}{J_x} T_2 T_2 \frac{i + \mu_2}{1 + \mu},$$

где m — масса ротора; a_2 — смещение его центра масс вдоль оси вращения.

Если прибор работает в резонансном режиме, а закон изменения ускорения описывается двумя первыми членами ряда (4), то выражение (5) с достаточной степенью точности может быть записано в виде

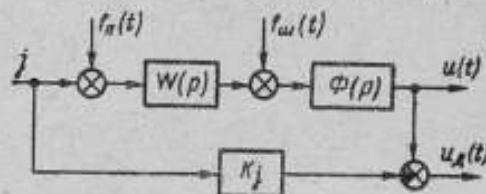
$$\bar{u}_d(t) = -k_l [T_r \bar{a}_1 + (-T_r \bar{a}_1 + \bar{a}_0) \left(\frac{t}{T_r} e^{-\frac{t}{T_r}} - e^{-\frac{t}{T_r}} \right)], \quad (6)$$

где $T_r = \frac{1}{\zeta \Omega}$.

При использовании такого прибора в системах инерциальной навигации после двукратного интегрирования получаются недопустимо большие ошибки в определении таковых координат объекта. Уменьшение динамической ошибки возможно за счет уменьшения постоянной времени T_i и создания специального формирующего фильтра сигнала на выходе. Первый путь связан с уменьшением чувствительности прибора и не является целесообразным, поэтому остановимся подробнее на втором пути.

Структурная схема образования сигнала ошибки приведена на рисунке. Здесь $f_n(t)$ — возмущающие воздействия на прибор со стороны основания; $f_m(t)$ — сигнал шума, приведенного к выходу системы съема и обработки информации. В дальнейшем будем предполагать, что прибор работает в резонансном режиме, возмущающие воздействия пренебрежимо малы, а шум $f_m(t)$ может быть представлен в виде широкополосного «белого» шума с интенсивностью B^2 . Возникает задача синтеза параметров фильтра $\Phi(p)$,

Структурная схема образования сигнала



позволяющего при заданных входных воздействиях (4) обеспечить минимум динамической ошибки $u_d(t)$ при заданных ограничениях на дисперсию сигнала шума на выходе прибора. Таким образом, возникает задача минимизации квадратичного функционала

$$J = \int_0^{\infty} \{u_d(t)\}^2 dt. \quad (7)$$

Методика решения аналогичной задачи изложена в [5]. Считая с достаточной степенью точности каналы автономными и проводя синтез оптимального фильтра в частотной области, получим его передаточную функцию

$$\Phi(p) = k_i \frac{(T_i p + 1) (L_1 p^n + L_2 p^{n-1} + \dots + L_{n+1})}{b_{n+2} p^{n+2} + b_{n+1} p^{n+1} + \dots + b_0}. \quad (8)$$

где коэффициенты b_i определяются при факторизации полинома

$$(-1)^{n+1} p^{2n+2} (1 - T_i^2 p^2) B^2 + k_i [(-1)^n a_0 p^n + (-1)^{n-1} a_1 p^{n-1} + \dots + n! a_n] (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + n! a_n) = Y^+(p) Y^-(p)$$

как соответствующие коэффициенты полинома $Y^+(p)$, имеющего все нули в левой полуплоскости.

Коэффициенты L_i могут быть определены из уравнения

$$(L_1 p^n + L_2 p^{n-1} + \dots + L_{n+1}) [(-1)^{n+2} b_{n+2} p^{n+2} + (-1)^{n+1} \times \\ \times b_{n+1} p^{n+1} + \dots + b_0] + p^{n+1} (M_1 p^{n+1} + M_2 p^{n+2} + \dots \\ + M_{n+1}) = k_i (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + n! a_n) \times \\ \times [(-1)^n a_0 p^n + (-1)^{n-1} a_1 p^{n-1} + \dots + n! a_n]$$

путем приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях в правой и левой частях.

В случае, если линейное ускорение на входе прибора изменяется скачком ($j = a_0$), то выражение для передаточной функции оптимального фильтра имеет вид

$$\Phi(p) = \frac{T_T p + 1}{\frac{B T_T}{a_0 k_j} p^2 + \frac{B}{a_0 k_j} \sqrt{1 + 2 \frac{a_0}{B} T_T p} - 1}$$

Реализация такого фильтра не представляет затруднений и позволяет значительно уменьшить динамические ошибки комбинированного РВГ в канале измерения линейных ускорений основания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брозгуль Л. И., Смирнов Е. П. Вибрационные гироскопы. М., «Машиностроение», 1970, 213 с., с ил.
2. Власов Ю. Б., Северов Л. А., Филонов О. М. Применение роторного вибрационного гироскопа для повышения точности гироскопических приборов в систем. — «Труды ЛИАП», 1975, вып. 91, с. 23—34., с ил.
3. Власов Ю. Б., Масалов В. П., Суханов Б. Н. Об ошибках двумерного одноканального измерителя угловых скоростей, установленного на вибрирующем и качающемся основании. — В сб. «Прикладная гироскопия». Изд. ЛГУ, 1974, с. 30—42.
4. Казамаров А. А., Палатник А. М., Роднянский Л. О. Динамика двумерных систем автоматического регулирования. М., «Наука», 1967, 306 с., с ил.
5. Современная теория систем управления. Под ред. К. Т. Леондева. М., «Наука», 1970, 511 с., с ил.

Поступила в редакцию 12.2.1978 г.

УДК 531.768.089.62:531.15

В. А. Иванов, А. Б. Тимошенко
Н. С. Чаленко

ВНИИ

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ЕДИНИЦЫ УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ

Рассматриваемая система воспроизводит единицу углового ускорения в диапазоне от 1 до 100 рад/с² со средним квадратическим отклонением результата измерений не более $1 \cdot 10^{-3}$ в относительных единицах и неисключенной систематической погрешностью $5 \cdot 10^{-5}$. В состав системы входят: воспроизводящая часть с набором инерционных дисков [1, 2], предназначенная для задания постоянного углового ускорения поверяемым приборам, дискретная измерительная система и компаратор, с помощью которого осуществляется передача размера единицы углового ускорения поверяемым средствам измерения.

Воспроизведение единицы постоянного углового ускорения установленного типа «Винт» основано на преобразовании ускорения свободного падения в постоянное угловое ускорение. При этом преобразователем является винтовая пара в аэростатическом подвесе, расположенная вертикально. Пренебрега-

силами трения, воспроизводимое постоянное угловое ускорение ϵ можно определить по формуле [2]

$$\epsilon = \frac{4\pi mgh}{4\pi^2 J + mh^2}, \quad (1)$$

где m и J — масса и момент инерции вращающихся частей установки; h — шаг резьбы винта; g — ускорение свободного падения.

Изменяя массу m и момент инерции J вращающихся частей посредством установки инерционных дисков, можно получать различные значения постоянного углового ускорения в данном диапазоне. Функция $\epsilon = \epsilon(t)$ имеет вид импульса с плоской вершиной. Длительность t_ϵ импульса ускорения зависит от его амплитуды и находится в пределах 1—10 с. Длительность переднего фронта импульса ускорения t_ϕ равна 0,1—0,2 с и зависит от условий запуска установки. Осциллограмма углового ускорения приведена на рис. 1. Погрешность определения углового ускорения по формуле (1) составляет $\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} =$

$$= 0,1\%$$

и в основном зависит от погрешности определения момента инерции вращающихся частей установки. Для применения установки «Винт» в качестве эталонной потребовалась высокоточная измерительная система, причем погрешность системы воспроизведения практически определяется погрешностью результата.

Измерение углового ускорения ϵ винта осуществляется путем двойного численного дифференцирования угла его поворота по времени. Существуют три дискретных метода измерения углового ускорения [3]. Спроектированная измерительная система, входящая в состав системы воспроизведения и выполненная в виде отдельной стойки, позволяет осуществить все три метода, причем при заданной погрешности выбор метода зависит от величины ϵ . Кроме того, измерительная стойка используется в системе передачи единицы постоянного углового ускорения поверочным установкам низшего разряда для измерения начальной угловой скорости α_0 и β_0 .

При измерении величины ϵ система может работать в двух режимах: многократном, позволяющем получать дискретные значения угла и времени в течение всего процесса воспроизведения углового ускорения и разовом — для определения среднего за интервал времени измерения значения ускорения. Момент времени t_p разового измерения может изменяться в зависимости от выбора участка кривой $\epsilon(t)$.

В состав измерительной системы входят: кварцевый генератор импульсов, блок управления, коммутирующее устройство, усилители магнитной записи и воспроизведения для передачи размера единицы углового ускорения с помощью компаратора, который представляет собой съемный барабан или кольцо с нанесенным на его наружную поверхность магнитносителем.

Импульсная последовательность с постоянным периодом следования T , соответствующим постоянному угловому ускорению, записывается по винтовой линии на магнитный барабан или с помощью синхронной системы пере- записи на магнитное кольцо.

При передаче размера единицы углового ускорения компаратор, содержащий импульсную последовательность, записанную на системе воспроизведения углового ускорения, снимается и закрепляется на валу поверяемой установки. Проверка средства измерения углового ускорения производится методом сличения периодов следования импульсов T' и T , где $T' = T \pm \Delta T$ — период импульсной последовательности, воспроизведенной при

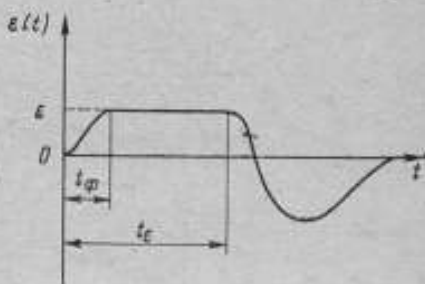


Рис. 1. Осциллограмма углового ускорения

поверке; T — период следования импульсов, записываемых на систему воспроизведения.

Исследование и аттестация системы воспроизведения единицы углового ускорения осуществлялись двумя методами: фотоэлектрическим преобразованием угла поворота винта в аэростатическом подвесе в импульсную последовательность и с помощью магнитной записи импульсных последовательностей и сравнения периодов следования, записанных и воспроизведенных при исследовании импульсов.

На рис. 2 схематично показана система воспроизведения единицы постоянного углового ускорения типа «Винт» при исследовании ее с помощью фотоэлектрического преобразователя угла поворота. Винт 6 аэростатически подвешен в гайке 7. На направляющей 8 винта 6 закреплен тормозной винт 10

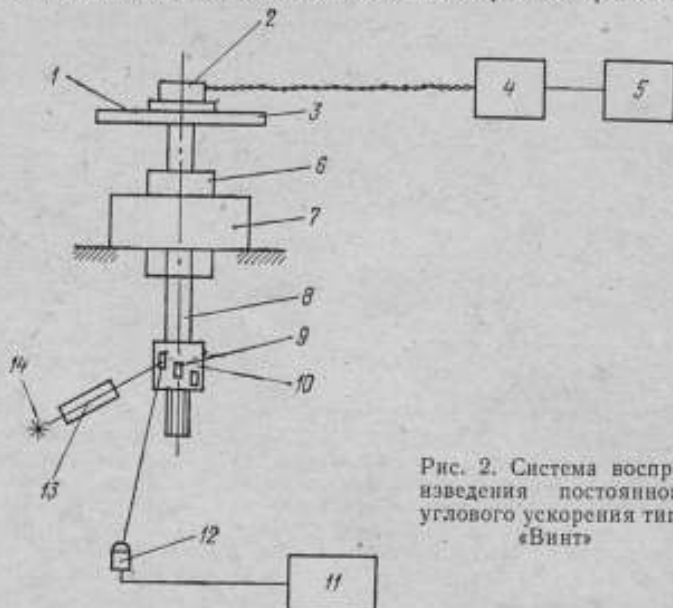


Рис. 2. Система воспроизведения постоянного углового ускорения типа «Винт»

на барабане которого установлены по винтовой линии три тонких зеркала 9. Угол между зеркалами тщательно измеряется с погрешностью $\Delta\varphi$, равной 10^{-3} . От источника света 14 луч, сфокусированный устройством 13, падает на зеркало 9. При прохождении зеркалами положения, при котором отраженный от них луч света падает на фотодвод 12, усилитель-формирователь, входящий в состав измерительной системы 11, формирует импульс, который обозначает во времени данное положение зеркала. Измерительная система 11 работает в разовом режиме и измеряет отрезки времени T_1 и T_2 , соответствующие углам между зеркалами 9. Временная диаграмма измерения показана на рис. 3. Угловое ускорение рассчитывается по формуле

$$\varepsilon = 2 \frac{\frac{\varphi_2}{T_2} - \frac{\varphi_1}{T_1}}{T_1 + T_2} \quad (2)$$

Для наилучшего случая, когда погрешности измерения угла и времени складываются, погрешность измерения углового ускорения, согласно алгоритму (2), рассчитывается по формуле [3]

$$\delta_\varepsilon \leq \left[\frac{(T_1 + T_2) \Delta\varphi}{\varphi_2 T_1 - \varphi_1 T_2} + \frac{(\varphi_2 T_1^3 + 3\varphi_2 T_1^2 T_2 + 3\varphi_1 T_1 T_2^2 + \varphi_1 T_2^3) \Delta t}{T_1 T_2 (T_1 + T_2) (\varphi_2 T_1 - \varphi_1 T_2)} \right] \quad (3)$$

где $\Delta\varphi$ — абсолютная погрешность измерения углов между зеркалами φ_1 и φ_2 ; Δt — абсолютная погрешность измерения отрезков времени T_1 и T_2 , равная 10^{-7} с.

Графически зависимость величины δ_e от измеряемого углового ускорения при фиксированном моменте измерения $t = t_p$ можно представить в виде параболы, причем $\delta_e = 0,1\%$ при $e = 100$ рад/с². Значение постоянного углового ускорения, воспроизводимого системой, изменяется при изменении момента инерции инерционного диска I , который закрепляется на платфор-

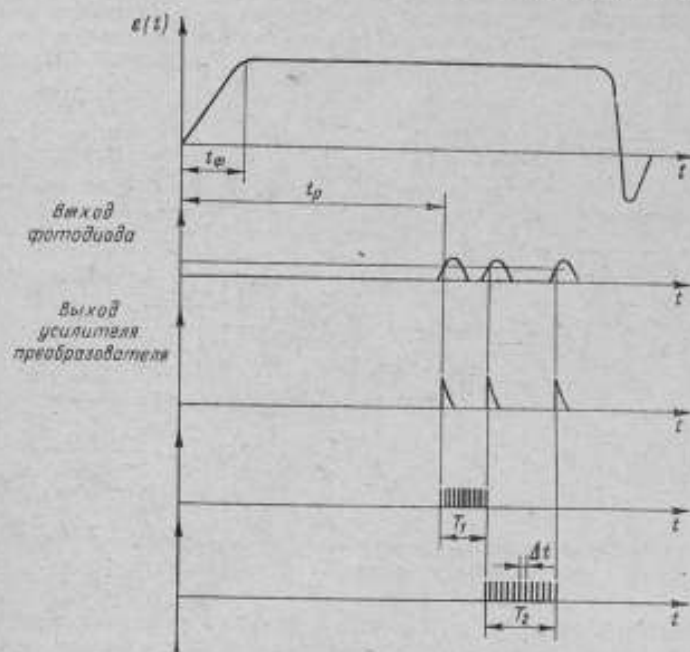


Рис. 3. Временная диаграмма измерения углового ускорения

ме 3. Угловой акселерометр 2 соединяется с преобразователем 4 с помощью проводников, которые при закручивании создают ничтожно малый противодействующий момент (порядка 10^{-5} Нм). Сигнал углового акселерометра подается на запоминающий осциллограф 5, что дает возможность визуально наблюдать процесс воспроизведения постоянного углового ускорения. Для каждого значения e , соответствующего данному инерционному диску, было проведено 20 измерений отрезков времени T_1 и T_2 . Среднее квадратическое отклонение результата рассчитывается по формуле

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |\bar{e} - e_i|}{n(n-1)}} \quad (4)$$

Недостатком данного метода исследования установки является однократность измерения, которая не позволяет судить о воспроизводимости $e = \text{const}$ в течение всего процесса создания постоянного углового ускорения и о постоянстве величины e от запуска к запуску при многократном воспроиз-

ведении. Для исследования установки непрерывно на протяжении всей длительности импульса ускорения и аттестации системы передачи единицы углового ускорения был применен метод магнитной записи и воспроизведения электрических импульсов. Схема эксперимента показана на рис. 4. На направляющую 2 винта 3 устанавливается барабан 1 диаметром 80 мм с магнитным носителем 16. В момент воспроизведения установкой единицы постоянного углового ускорения импульсный сигнал от кварцевого генератора импульсов 11 с периодом следования T передается через коммутирующее устройство 12, усилитель записи 10 и блок управления 8 на универсальную магнитную головку 5 и записывается на барабан 1. На барабане имеется дорожка с постоянным углом разметки (плотность записи не менее 8 имп/мм), записанная ранее для измерения угловой скорости и ускорения дискретным методом.

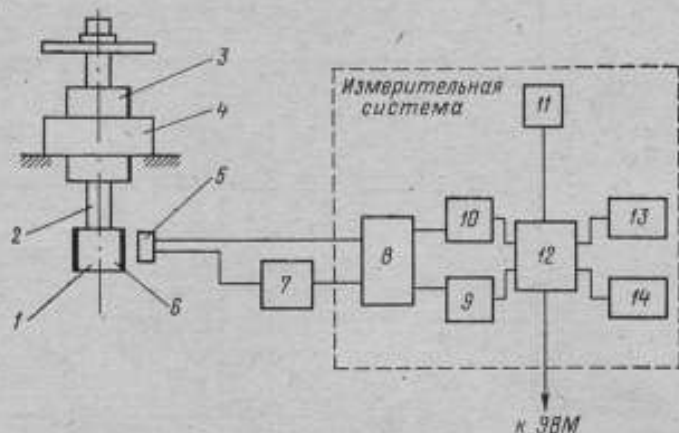


Рис. 4. Схема исследования системы воспроизведения постоянного углового ускорения типа «Винт»

Случайная погрешность от запуска к запуску определяется сравнением периодов следования импульсов T и $T'_n = T \pm \Delta T$ (n — порядковый номер операции воспроизведения единицы постоянного углового ускорения установкой). Для этого с помощью дорожки с постоянным углом разметки измеряются начальные угловые скорости α_0 и β_0 , соответствующие началу записи импульсов с периодом T и воспроизведения с периодом T'_n и угловое ускорение $\epsilon'_n = \epsilon \pm \Delta \epsilon$. Угловое ускорение определяется по формуле

$$\epsilon'_n = \frac{\epsilon T^2}{T_n'^2} + 2 \frac{(\alpha_0 T - \beta_0 T'_n)}{(2k-1) T_n'^2}, \quad (5)$$

где k — число записанных меток с периодом следования T .

Погрешность воспроизводимости установки δ_{en} , а следовательно, и погрешность системы передачи составит:

$$\delta_{en} = \frac{\Delta \epsilon'_n}{\epsilon'_n} \leq \left\{ \frac{T^2 (\Delta \epsilon)}{T_n'^2 \epsilon} + \frac{2\epsilon T (\Delta T)}{\epsilon'_n T_n'^2} + \frac{2\epsilon T^2 T'_n (\Delta T'_n)}{\epsilon'_n T_n'^4} + \right. \\ \left. + 2 \left[\frac{2\alpha_0 T (\Delta k)}{(2k-1)^2 T_n'^2 \epsilon'_n} + \frac{2\beta_0 (\Delta k)}{(2k-1)^2 T'_n \epsilon'_n} + \frac{2\alpha_0 T (\Delta T'_n)}{(2k-1) T_n'^2 \epsilon'_n} + \right] \right.$$

$$\left. \begin{aligned}
 & + \frac{2\beta'_0 (\Delta T'_n)}{(2k-1) T_n'^2 \epsilon_n'} + \frac{\dot{\alpha}_0 (\Delta T)}{(2k-1) T_n' \epsilon_n'} + \frac{T (\Delta \dot{\alpha}_0)}{(2k-1) T_n'^2 \epsilon_n'} + \\
 & + \frac{\Delta \beta'_0}{(2k-1) T_n' \epsilon_n'} + \frac{\beta'_0 (\Delta T'_n)}{(2k-1) T_n'^2 \epsilon_n'} \Bigg\}, \quad (6)
 \end{aligned}$$

где $\Delta \epsilon$ — абсолютная погрешность воспроизведения единицы постоянного углового ускорения; Δk — абсолютная погрешность определения числа импульсов, равная ± 1 .

Число записанных импульсов k , значение периодов T и T_n' , а также угловые скорости $\dot{\alpha}_0$ и β'_0 определяются с помощью частотомеров 24 и 25, информация с которых может быть выведена в запоминающее устройство ЭВМ для последующей обработки. Погрешность измерения такая же, как при разовом режиме работы измерительной системы (3).

Таким образом, разработанная и исследованная с помощью дискретных методов измерения установка типа «Винт», воспроизводящая единицу постоянного углового ускорения в диапазоне 1—100 рад/с² с погрешностью 0,1%, может служить в качестве эталонной, являясь высшим звеном в общесоюзной поверочной схеме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов В. А., Чаленко Н. С. Винтовая пара с газовой смазкой. — В сб. «Новые конструкции точных механизмов и приборов и технологии их изготовления». Изд. ЛДНТП, 1973, с. 113—116, с ил.
2. Чаленко Н. С. Установка для градуировки угловых акселерометров типа «Падающий винт». — «Труды метрологических институтов СССР», вып. 143 (203), 1973, М., Изд-во стандартов, с. 26—30, с ил.
3. Тимошенко А. Б. Дискретные методы измерения угловых ускорений. — «Метрология», 1974, № 10, с. 38—43.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.768.089.6:519.281.2

А. Б. Курзнер,

С. А. Яшуева

ВНИИМ

И. Б. Челпанов

ЛПИ

ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ НАПРАВЛЕННЫХ СВОЙСТВ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

К образцовым линейным и угловым низкочастотным акселерометрам и акселерометрам, применяемым в системах инерциальной навигации, предъявляются повышенные требования в части точности определения и стабильности их метрологических характеристик [1—3]. К основным метрологическим характеристикам линейных и угловых низкочастотных акселерометров относятся статическая и динамические характеристики преобразования (обычно АЧХ и ФЧХ), разрешающая способность и порог чувствительности, диапазон и предел измерений, параметры направленных свойств и ряд других, а также комплекс характеристик погрешностей их определения (ГОСТ

18955—73, ГОСТ 8.009—72). Однако характеристики направленных свойств, особо важные для высокоточных образцовых и навигационных акселерометров, не нашли должного отражения в научной литературе и нормативно-технической документации.

Настоящая работа была проведена с целью анализа проектирующих свойств акселерометров со стабильными параметрами в статическом и квазистатическом режимах измерений. В результате была предложена обобщенная модель направленных свойств линейных и угловых акселерометров и разработан метод экспериментального определения параметров модели для линейного акселерометра.

Основной особенностью однокомпонентных линейных и угловых акселерометров является преобразование векторной величины — ускорения в скалярный выходной сигнал. Это требует введения понятия «измерительная ось» (ИО) акселерометра: направление в системе координат, связанной с корпусом прибора, проекцию ускорения на которое измеряет акселерометр (ГОСТ 18955—73). Направление ИО может быть задано единичным вектором \mathbf{p} в выбранной системе координат [3, 4], и операция проектирования записывается как

$$a_0 = \mathbf{p}\mathbf{a}; \quad \varepsilon_0 = \mathbf{q}\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1)$$

где \mathbf{a} , $\boldsymbol{\varepsilon}$ — векторы линейного и углового ускорения a_0 , ε_0 — их проекции на направления \mathbf{p} , \mathbf{q} ИО соответствующего акселерометра*.

Выходной сигнал акселерометра U является функцией проекции ускорения на ИО, т. е.

$$U = F(a_0) = F(\mathbf{p}\mathbf{a}) \quad (2)$$

или в форме обратной функции, что удобнее при практической работе с акселерометрами [3]

$$f(U) = \mathbf{p}\mathbf{a}. \quad f = F^{-1} \quad (3)$$

Из (3) следует, что при использовании акселерометра в равной мере необходимо знать как вид и параметры функции $f(U)$, т. е. статическую градуировочную характеристику акселерометра, так и положение ИО (компоненты \mathbf{p}).

В большинстве случаев при статической градуировке и практическом использовании акселерометров направление ИО экспериментально не определяют, а ограничиваются заданным номинальным направлением (\mathbf{p}_n), например, нормалью к установочной поверхности акселерометра. Это направление ИО, как правило, отличается от истинного \mathbf{p} , что обуславливает погрешность измерения ускорения

$$\delta a_0 = (\mathbf{p}_n - \mathbf{p})\mathbf{a} = \delta\mathbf{p}\mathbf{a}, \quad (4)$$

которую объясняют «поперечной», или «боковой», чувствительностью акселерометра. Нормируют эту погрешность в долях текущего значения проекции ускорения на \mathbf{p}_n или предела измерения акселерометра, а также функцией влияния неизмеряемых компонент ускорения.

Для наиболее точных, в частности, образцовых и навигационных акселерометров, статическую градуировку можно проводить с одновременным определением положения ИО, как это сделано, например, в [3] для линейных акселерометров, где использовалась модель (3) при следующих допущениях: функция $f(U)$ аппроксимируется полиномом степени n ; компоненты вектора \mathbf{p} постоянны и не зависят от каких-либо внешних факторов, в том числе и от измеряемого ускорения. В этой же работе предложен алгоритм определения коэффициентов полинома при $n = 3$ и компонент вектора \mathbf{p} методом наименьших квадратов.

* Здесь и ниже, если это специально не оговорено, приводимые рассуждения и выкладки относятся в равной степени как к линейным, так и к угловым акселерометрам.

В общем случае направления ИО линейных и угловых акселерометров p , q не являются неизменными и могут зависеть как от внутренних факторов (криволинейность траектории чувствительного элемента маятникового акселерометра, деформация элементов конструкций, трение и люфты подвижных элементов, изменение упругих связей и т. д.), так и внешних, таких как температура, давление и других, а также от векторов ускорения a и ε . Остановимся подробнее на зависимости направленных свойств линейных и угловых акселерометров от вектора линейного ускорения a . Обобщим модель (3) и представим вектор направления ИО в виде функции от a

$$f(U) = p(a) a, \quad f(U) = q(a) \varepsilon, \quad (5)$$

сохраняя для $p(a)$ и $q(a)$ условия нормирования $pp = 1$ и $qq = 1$. Не останавливаясь подробно на источниках зависимости p и q от a , проявляющихся индивидуально для разных типов и конструкций акселерометров, отметим, что зависимость эта невелика.

Используя слабую зависимость p и q от a , разложим вектор-функцию $p(a)$ в ряд по a , ограничиваясь членами 1-го порядка малости

$$p(a) \approx p_0 + Ta = p_0 + \Delta p(a), \quad (6)$$

где p_0 — составляющая вектора p , не зависящая от ускорения; $\Delta p = Ta$ — составляющая, зависящая от ускорения; T — тензор второго ранга, представляющий собой матрицу линейного преобразования вектора a в вектор Δp , т. е.

$$\Delta p_i(a) = \sum_{k=1}^3 T_{ik} a_k, \quad i = 1; 2; 3. \quad (7)$$

Условие нормирования $p(a)$ дает (с точностью до 1-го порядка малости по Δp)

$$p_0 \Delta p = 0, \quad (8)$$

что позволяет найти связь компонент тензора T с компонентами p_0 . С учетом (7) условие (8) дает

$$\sum_{i=1}^3 p_{0i} \Delta p_i = \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 p_{0i} T_{ik} a_k = 0, \quad (9)$$

Это условие должно выполняться, очевидно, при любых a , откуда получаем три условия связи

$$\sum_{i=1}^3 p_{0i} T_{ik} = 0; \quad k = 1, 2, 3. \quad (10)$$

Таким образом, обобщенная модель направленных свойств линейных акселерометров совместно со свойствами статического преобразования может быть записана следующим образом:

$$f(U) = \sum_{i=1}^3 p_{0i} a_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 T_{ik} a_i a_k; \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^3 p_{0i}^2 = 1; \quad \sum_{i=1}^3 p_{0i} T_{ik} = 0; \quad (k = 1, 2, 3).$$

Для угловых акселерометров соответственно имеем

$$f(U) = \sum_{i=1}^3 q_{0i} \varepsilon_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 T_{ik} \varepsilon_i \varepsilon_k; \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^3 q_{0i}^2 = 1; \quad \sum_{i=1}^3 q_{0i} T_{ik} = 0; \quad (k = 1, 2, 3).$$

Рассмотрим подробно модель направленных свойств линейных акселерометров. В окончательную форму связи входных и выходных величин компоненты тензора входят следующим образом:

$$T_{11}a_1a_1 + T_{22}a_2a_2 + T_{33}a_3a_3 + (T_{12} + T_{21})a_1a_2 + \\ + (T_{13} + T_{31})a_1a_3 + (T_{23} + T_{32})a_2a_3.$$

Следовательно, экспериментальному определению подлежат T_{ik} при $i = k$; $(T_{ik} + T_{ki})$ при $i \neq k$ ($i, k = 1, 2, 3$) — всего шесть составляющих.

Перейдем к анализу метода определения параметров модели направленных свойств и статической градуировочной характеристики линейного акселерометра, представленной системой (11). Как и в [3], полагаем, что статическая градуировочная характеристика может быть аппроксимирована полиномиальной зависимостью порядка $n \leq 3$

$$f(U) = \sum_{j=1}^3 c_j U^j. \quad (13)$$

Таким образом, экспериментальному определению подлежат три коэффициента c_j ($j = 1, 2, 3$), три компоненты вектора p_0 и шесть составляющих тензора T_{ik} ($i, k = 1, 2, 3$) — всего 12 параметров. Если при градуировке линейного акселерометра задавать различные по модулю и направлению ускорения a и измерять соответствующие выходные сигналы U , то указанные параметры могут быть определены путем обработки результатов совместных измерений методом наименьших квадратов [5, 6]. Это приведет к системе из шестнадцати нелинейных уравнений, так как добавятся еще четыре уравнения связи. Подобные системы без труда решаются с помощью вычислительной техники.

Следует отметить, однако, что переход от модели направленных свойств [3] к изложенной выше модели целесообразен тогда, когда в результате обработки экспериментальных данных имеет место существенное уменьшение погрешности аппроксимации.

Таким образом, предложенная обобщенная модель направленных свойств линейных и угловых акселерометров и метод определения ее параметров могут быть использованы для решения целого ряда метрологических задач, например, таких как:

- оценивание текущего и максимального отклонения ИО от номинального направления и нормирование погрешности задания направления ИО;
- оценивание текущей и максимальной погрешности измерения ускорения;
- определение состава паспортных характеристик образцовых и высокоточных рабочих акселерометров;
- определение необходимых требований к средствам градуировки и поверки акселерометров и способам нормирования метрологических характеристик последних, касающихся неизмеряемых (номинально) составляющих ускорения;
- определение погрешностей передачи размера единицы ускорения при аттестации образцовых средств воспроизведения ускорения методом прямых измерений образцовым акселерометром.

В заключение отметим, что подобный подход к анализу направленных свойств линейных и угловых акселерометров может быть обобщен при зависимости направления ИО от таких факторов, как вектор угловой скорости, температура, давление и т. п., а также использован для анализа направленных свойств других измерительных преобразователей векторных величин в скалярный выходной сигнал.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самолетные навигационные системы. Под ред. Ю. В. Поляна. М., Воениздат, 1973, 550 с., с ил.
2. Инерциальные системы управления. Под ред. Д. Питтмана. М., Воениздат, 1964, 480 с., с ил.

3. Ибрагимов И. Х. Направленные свойства и градуировка акселерометров. — «Труды метрологических институтов СССР», 1974, вып. 156 (216), М., Изд-во стандартов, с. 118—124.

4. Генкин М. Д., Голубев В. С. О направленных свойствах акселерометров. «Машиностроение», 1968, № 5, с. 9—16.

5. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М., Физматгиз, 1962, 452 с., с ил.

6. Долинский Е. Ф. Обработка результатов измерений по способу наименьших квадратов. М., Изд-во стандартов, 1972, 191 с.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.768.083.92:531.15:519.241.6

А. Б. Тимошенко

вним

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ДИСКРЕТНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ УСТАНОВОК ПОСТОЯННОГО УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ

При проверке рабочих средств измерения углового ускорения (угловых акселерометров) их градуировочная характеристика определяется с помощью образцовых установок, воспроизводящих постоянное угловое ускорение. Воспроизводимое угловое ускорение измеряется с помощью систем аналогового и дискретного типа [1]. Анализ этих систем показывает, что для образцовых установок с малой погрешностью воспроизведения постоянного углового ускорения пригодны лишь измерительные системы дискретного типа в силу высокой точности, возможности автоматизации процесса измерения и обработки данных, широкого диапазона угловых ускорений и т. д. Кроме того, дискретные системы позволяют проводить измерение с погрешностью, которую всегда можно сделать меньше или равной заданной, изменяя параметры измерения.

Известно, что угловое ускорение ε в дискретных системах определяется как первая конечная разность угловых скоростей ω_{i+1} и ω_i , определяемых за отрезки времени T_{i+1} и T_i соответственно:

$$\varepsilon = 2 \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{T_{i+1} + T_i}, \quad (1)$$

где $\omega_{i+1} = \frac{\varphi_{i+1}}{T_{i+1}}$; $\omega_i = \frac{\varphi_i}{T_i}$; φ_{i+1} и φ_i — углы поворота вала за отрезки времени T_{i+1} и T_i .

Блок-схема рассматриваемой дискретной измерительной системы представлена на рисунке. Преобразователь 2 угла поворота вала φ_{i+1} и φ_i и последовательность импульсов с интервалом между импульсами по углу, равным $\Delta\varphi$, жестко связан с вращающимся угловым ускорением валом и выдает импульсы угла на коммутирующее устройство 3. Углы поворота вала равны

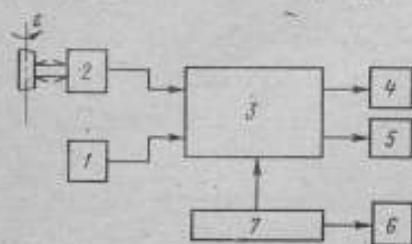
$$\varphi_i = N_i \Delta\varphi \quad \text{и} \quad \varphi_{i+1} = N_{i+1} \Delta\varphi,$$

где N_i и N_{i+1} — число импульсов, соответствующее углам φ_i и φ_{i+1} .

От высокостабильного генератора импульсов времени T импульсы с постоянным периодом следования Δt поступают в коммутирующее устройство 3, где с помощью блока задания отрезков времени измерения 7 импульсная последовательность угла поворота разделяется на два канала так, чтобы отрезку времени T_i соответствовал угол φ_i . 4 и 5 — это счетчики импульсов

угла φ_i и φ_{i+1} , b — устройство запоминания отрезков времени T_i и T_{i+1} . Если за погрешности определения угла и отрезка времени считать случайную потерю или прибавление одного импульса угла или времени, то $\Delta\varphi$ и Δt — абсолютные погрешности определения угла поворота и отрезка времени. Таким образом, к параметрам дискретной измерительной системы относятся: $\Delta\varphi$ — абсолютная погрешность измерения угла поворота (рад); Δt — абсолютная погрешность измерения отрезка времени (с); T_i и T_{i+1} — отрезки времени, за которые определяются углы поворота φ_i и φ_{i+1} .

Среднее квадратическое отклонение результата измерения углового ускорения является некоторой функцией $\sigma_e = \sigma_e(\Delta\varphi; \Delta t; T_i; T_{i+1})$ параметров измерительной системы, следовательно, измерение углового ускорения с относительной средней квадратической погрешностью δ_e , постоянной по величине и равной или меньше заданной, сводится к отысканию законов изменения аргументов функции σ_e .



Блок-схема дискретной измерительной системы для установок постоянного углового ускорения

Для конкретного случая, когда во время всего процесса измерения происходит прибавление лишнего импульса угла и времени, т. е.

$$\varphi_{\text{изм}} = \varphi_{\text{ист}} + \Delta\varphi,$$

$$T_{\text{изм}} = T_{\text{ист}} + \Delta t,$$

где $\varphi_{\text{изм}}$, $T_{\text{изм}}$ и $\varphi_{\text{ист}}$, $T_{\text{ист}}$ — измеренные и истинные значения угла и отрезка времени соответственно, относительная погрешность измерения углового ускорения $\frac{\Delta e}{e}$ будет [2]

$$\frac{\Delta e}{e} \leq \left| \frac{(T_i + T_{i+1}) \Delta\varphi}{\varphi_{i+1} T_i - \varphi_i T_{i+1}} + \frac{(\varphi_{i+1} T_i^3 + 3\varphi_{i+1} T_i^2 T_{i+1} + 3\varphi_i T_i T_{i+1}^2 + \varphi_i T_{i+1}^3) \Delta t}{T_i T_{i+1} (T_i + T_{i+1}) (\varphi_{i+1} T_i - \varphi_i T_{i+1})} \right|. \quad (2)$$

Расчет параметров измерительной системы с помощью выражения (2) для данного значения $\frac{\Delta e}{e}$ даст явно завышенные результаты, так как в (2)

не отражен случайный характер $\Delta\varphi$ и Δt . Выведем выражение для относительного среднего квадратического отклонения результата измерения углового ускорения дискретной системой с учетом инструментальной и методической составляющих погрешности измерения, считая $\Delta\varphi$ и Δt случайными величинами.

За отрезок времени T_i угловая скорость будет [2]

$$\omega_i \left(t - \frac{T_i}{2} \right) = \frac{\varphi(t) - \varphi(t - T_i)}{T_i}. \quad (3)$$

Случайная абсолютная погрешность дискретного измерения угловой скорости, складывающаяся из методической и инструментальной погрешностей, равна

$$\Delta_{e, \omega_i} = \frac{[\varphi(t) + \Delta_{ca}\varphi(t)] - [\varphi(t - T_i) + \Delta_{ca}\varphi(t - T_i)]}{T_i + \Delta_{ca}t} - \varphi' \left(t - \frac{T_i}{2} \right), \quad (4)$$

где $\Delta_{\text{сл}}\varphi(t)$ и $\Delta_{\text{сл}}\varphi(t - T_l)$ — инструментальные погрешности однократного измерения угла в моменты времени t и $t - T_l$ соответственно; $\Delta_{\text{сл}}t$ — случайная погрешность определения отрезка времени T_l . Современные методы позволяют измерять отрезки времени с высокой точностью, достаточной для того, чтобы считать, что основное влияние на погрешности измерения угловой скорости оказывает ошибка измерения угла поворота вала $\Delta_{\text{сл}}\varphi$ за отрезок времени T_l .

Разлагая $\varphi(t - T_l)$ в ряд Тейлора и ограничиваясь тремя членами ряда в силу относительно малого значения измеряемого углового ускорения, из формулы (4) получим

$$\Delta_{\text{сл}}\omega_l \approx \frac{\Delta_{\text{сл}}\varphi(t)}{T_l} - \frac{\Delta_{\text{сл}}\varphi(t - T_l)}{T_l} - \frac{\ddot{\varphi}\left(t - \frac{T_l}{2}\right) T_l}{2}. \quad (5)$$

Пусть $\Delta_{\text{сл}}\varphi(t)$ и $\Delta_{\text{сл}}\varphi(t - T_l)$ — независимые случайные величины, распределенные по нормальному закону с дисперсией, равной

$$D_{\varphi} = \frac{(\Delta\varphi_{\text{max}})^2}{9}, \quad (6)$$

где $\Delta\varphi_{\text{max}}$ — максимальная ошибка определения угла поворота вала за отрезок времени T_l в течение всего процесса измерения углового ускорения;

$\ddot{\varphi}\left(t - \frac{T_l}{2}\right)$ — угловое ускорение в момент измерения — также случайная величина, равная

$$\ddot{\varphi}\left(t - \frac{T_l}{2}\right) = \ddot{\varphi}_{\text{ист}}\left(t - \frac{T_l}{2}\right) \pm \Delta_{\text{сл}}\ddot{\varphi}. \quad (7)$$

Будем считать, что $\ddot{\varphi}$ распределена по нормальному закону с дисперсией

$$D_{\ddot{\varphi}} = D\left[\ddot{\varphi}_{\text{ист}}\left(t - \frac{T_l}{2}\right) + \Delta_{\text{сл}}\ddot{\varphi}\right].$$

Так как $\ddot{\varphi}_{\text{ист}} = \text{const}$ и неслучайная величина, то

$$D_{\ddot{\varphi}} = \frac{(\Delta\ddot{\varphi}_{\text{max}})^2}{9}, \quad (8)$$

где $\Delta\ddot{\varphi}_{\text{max}}$ — максимальное отклонение углового ускорения от истинного постоянного значения. Случайные величины $\Delta_{\text{сл}}\varphi(t)$, $\Delta_{\text{сл}}\varphi(t - T_l)$ и $\Delta_{\text{сл}}\ddot{\varphi} \times \left(t - \frac{T_l}{2}\right)$ — независимы, поэтому для дисперсии их суммы получим [3]

$$D[\Delta_{\text{сл}}\omega_l] = \frac{2(\Delta\varphi_{\text{max}})^2}{81T_l^2} + \frac{T_l^2(\Delta\ddot{\varphi}_{\text{max}})^2}{324}. \quad (9)$$

Аналогично для $\Delta_{\text{сл}}\omega_{l+1}$ имеем

$$D[\Delta_{\text{сл}}\omega_{l+1}] = \frac{2(\Delta\varphi_{\text{max}})^2}{81T_{l+1}^2} + \frac{T_{l+1}^2(\Delta\ddot{\varphi}_{\text{max}})^2}{324}. \quad (10)$$

Определим погрешность измерения углового ускорения. Случайная абсолютная погрешность дискретного измерения углового ускорения, включающая методическую и инструментальную погрешности, равна

$$\Delta_{\text{сл}}\varepsilon_l = \frac{(\omega_{l+1} + \Delta\omega_{l+1}) - (\omega_l + \Delta_{\text{сл}}\omega_l)}{T_l + T_{l+1}} - \dot{\omega}(t). \quad (11)$$

Обозначив $\frac{T_i + T_{i+1}}{2} = \Delta T$ и разложив $\omega_i = \omega(t - \Delta T)$ в ряд Тейлора, получим

$$\Delta_{\text{сл}} \omega_i \approx \frac{\Delta_{\text{сл}} \omega_{i+1}}{\Delta T} - \frac{\Delta_{\text{сл}} \omega_i}{\Delta T} - \frac{\ddot{\omega}(t) \Delta T}{2}. \quad (12)$$

Считаем, что $\Delta_{\text{сл}} \omega_{i+1}$ и $\Delta_{\text{сл}} \omega_i$ — независимые случайные величины, нормально распределенные с дисперсиями, определяемыми выражениями (9) и (10); $\ddot{\omega}(t)$ — скорость изменения углового ускорения, равная

$$\ddot{\omega}(t) = \ddot{\omega}_{\text{ист}}(t) + \Delta_{\text{сл}} \ddot{\omega},$$

где $\ddot{\omega}_{\text{ист}}(t)$ — истинное значение скорости изменения углового ускорения; $\Delta_{\text{сл}} \ddot{\omega}$ — случайная ошибка измерения скорости изменения углового ускорения.

Дисперсия случайной величины $\ddot{\omega}(t)$ будет

$$D_{\ddot{\omega}} = \frac{(\Delta \ddot{\omega}_{\text{max}})^2}{9}, \quad (13)$$

где $\Delta \ddot{\omega}_{\text{max}}$ — максимальная абсолютная погрешность измерения второй производной угловой скорости.

Считая случайные величины $\Delta_{\text{сл}} \omega_{i+1}$, $\Delta_{\text{сл}} \omega_i$ и $\Delta_{\text{сл}} \ddot{\omega}$ независимыми, из выражения (12) получим

$$D[\Delta_{\text{сл}} \omega_i] = \frac{4 \left[\frac{2 \Delta \varphi_{\text{max}}^2}{T_i} + \frac{T_i^2 (\Delta \ddot{\varphi}_{\text{max}})^2}{4} \right]}{81 (T_i + T_{i+1})^2} + \frac{4 \left[\frac{2 \Delta \varphi_{\text{max}}^2}{T_{i+1}^2} + \frac{T_{i+1}^2 (\Delta \ddot{\varphi}_{\text{max}})^2}{4} \right]}{81 (T_i + T_{i+1})^2} + \frac{(\Delta \ddot{\omega}_{\text{max}})^2 \Delta T^2}{36}. \quad (14)$$

Для относительного среднего квадратического отклонения измерения углового ускорения $\varepsilon(t)$ имеем:

$$\delta_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{4 \left[\frac{2 \Delta \varphi_{\text{max}}^2}{T_i} + \frac{T_i^2 (\Delta \ddot{\varphi}_{\text{max}})^2}{4} \right]}{81 (T_i + T_{i+1})^2 \varepsilon^2(t)} + \frac{4 \left[\frac{2 \Delta \varphi_{\text{max}}^2}{T_{i+1}^2} + \frac{T_{i+1}^2 (\Delta \ddot{\varphi}_{\text{max}})^2}{4} \right]}{81 (T_i + T_{i+1})^2 \varepsilon^2(t)} + \frac{(\Delta \ddot{\omega}_{\text{max}})^2 (T_i + T_{i+1})^2}{144 \varepsilon^2(t)}}. \quad (15)$$

Для простоты при проектировании измерительной системы примем $T_i = T_{i+1} = T$, тогда из (15) получим относительно T уравнение следующего вида:

$$9 (\Delta \ddot{\omega}_{\text{max}})^2 T^6 - 32 (\Delta \ddot{\varphi}_{\text{max}})^2 T^4 + 16 (\Delta \varphi_{\text{max}})^2 = 0. \quad (16)$$

Если измеряемое ускорение постоянно по величине, то погрешности измерения $\ddot{\omega}(t)$ не существуют, т. е. $\Delta\ddot{\omega} = 0$. Тогда решение уравнения (16) будет

$$T|_{\varepsilon = \text{const}} = \frac{2}{\sqrt[4]{322}} \sqrt{\frac{\Delta\varphi_{\text{max}}}{\varepsilon_{\text{max}}\delta_{\varepsilon}}}, \quad (17)$$

где $\Delta\varphi_{\text{max}}$ — максимальная абсолютная погрешность определения угла; ε_{max} — максимальная абсолютная погрешность измерения углового ускорения ε , постоянного по величине.

Здесь

$$\Delta\varphi_{\text{max}} = \varepsilon_{\text{max}}\delta_{\varepsilon}, \quad (18)$$

тогда

$$T|_{\varepsilon = \text{const}} \approx 0,4721 \sqrt{\frac{\Delta\varphi_{\text{max}}}{\varepsilon_{\text{max}}\delta_{\varepsilon}}}, \quad (19)$$

где ε_{max} — максимальное значение измеряемого ускорения.

В качестве примера рассмотрим измерение постоянного углового ускорения, максимальное значение которого $\varepsilon_{\text{max}} = 100 \text{ рад/с}^2$. Зададимся погрешностью измерения $\delta_{\varepsilon} = 0,01\%$. Если для преобразователя угла поворота вала применить метод магнитной записи и считывания импульсной последовательности на магнитный носитель (барaban или кольцо), который закрепляется на вращающемся валу, то величину $\Delta\varphi_{\text{max}}$ можно рассчитать по следующим формулам:

а) для случая прибавления (потери) одного лишнего импульса угла с интервалом следования $\Delta\varphi_{\text{max}}$ к значению угла φ , входящего в выражении для определения угловой скорости в формуле для углового ускорения

$$\Delta\varphi_{\text{max}} = 2 \frac{1}{d\rho}, \quad (20)$$

где d — диаметр магнитного носителя; ρ — плотность записи импульсной последовательности на магнитный носитель. При применении магнитного барабана или кольца диаметром $d = 100 \text{ мм}$, на который записана импульсная последовательность с равным интервалом по углу между импульсами с плотностью записи $\rho = 8 \text{ имп/мм}$, для параметра T дискретной измерительной системы, использующей метод фиксированного отрезка времени, получим

$$T|_{\substack{\varepsilon = \text{const} \\ \delta_{\varepsilon} = 0,01\%}} \approx 0,259 \text{ с};$$

б) для случая измерения углового ускорения методом фиксированного угла. Значение $\Delta\varphi_{\text{max}}$ определяется погрешностью преобразователя и при применении магнитной записи импульсов угла составляет

$$\Delta\varphi_{\text{max}} \approx \frac{10l}{d}, \quad (21)$$

где l — ширина щели магнитной головки; d — диаметр магнитного барабана или кольца.

Если $l = 5 \text{ мкм}$, то

$$T|_{\substack{\varepsilon = 100 \text{ рад/с}^2 \\ \delta_{\varepsilon} = 0,01\%}} \approx 0,1 \text{ с}.$$

В заключение можно сделать следующие выводы:

1) расчет параметров дискретной измерительной системы для регулярной составляющей постоянного углового ускорения дает значение отрезка

времени измерения, которое зависит от точности применяемого преобразователя угол — импульсная последовательность, максимального значения углового ускорения и требуемой точности измерения углового ускорения; погрешность измерения задается заранее и составляет около 0,01%.

2) для уменьшения погрешности измерения углового ускорения необходимо повышать точность измерения углов поворота, которая зависит от применяемого преобразователя угол-импульсная последовательность, технологии их изготовления, диаметра и плотности расположения меток угла;

3) для измерения переменных угловых ускорений необходимо изменять параметры измерительной системы согласно уравнению (16).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко А. Б. Дискретные методы измерения угловых ускорений. — «Метрология», 1974, № 10, с. 38—43.
2. Левяков В. А., Тихонов О. Н., Цвирик Г. П. Измерение скоростей. М., Изд-во стандартов, 1972, 258 с. с ил.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., «Наука», 1962, 560 с. с ил.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.77.082.14:62—501.22/72:51

Э. П. Агафонов,
Ю. А. Бычков,
В. А. Иванов,
В. М. Меньчиков

вним

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Установка предназначена для воспроизведения гармонических скоростей и ускорений при плоском движении платформы. Основным элементом ее является двигатель постоянного тока. На одном конце вала двигателя закреплена платформа для поверяемой аппаратуры, другой конец жестко скреплен с торсионом, который, в свою очередь, закреплен в неподвижном основании. Управление установкой осуществляется путем изменения напряжения на якоре двигателя, как правило, по гармоническому закону. С целью уменьшения трения щетки двигателя сняты, а взамен их к коллекторным ламелям, в исходном положении двигателя находящимся под щетками, припаяны гибкие токоподводы. Изменение частоты собственных колебаний платформы установки достигается путем замены торсиона.

Методика расчета таких установок была предложена, в частности, в работе [1], однако растущие требования к точности и диапазону воспроизведения угловых колебаний требуют учета ряда дополнительных факторов и разработки новых, более совершенных методов расчета.

В установке использован двигатель СЛ—621, у которого для уменьшения потребляемого тока параллельное соединение ветвей якоря изменено на последовательное.

При математическом описании динамики двигателя прежде всего необходимо оценить характерные для него нелинейности: кривую намагничивания, реакцию якоря, кривую распределения индукции — и учесть те, которые оказывают наибольшее влияние.

Рабочий участок кривой намагничивания двигателя оказался практически линейным. Потери на гистерезис и вихревые токи в рабочем диапазоне частот, как выяснилось, незначительны. Экспериментально полученная

зависимость момента двигателя от тока якоря приведена на рис. 1. Из рисунка видно, что в общем случае реакцией якоря пренебречь нельзя, однако при токах якоря, меньше 1 А, реакция якоря практически не проявляется.

Для испытуемого двигателя была экспериментально снята кривая распределения индукции B под полюсами (рис. 2), которая хорошо описывается функцией

$$B(\alpha) = B_0 \cos \alpha, \quad (1)$$

где B_0 — максимальное значение индукции под полюсом; α — угол по окружности якоря. Измеренное значение $B_0 = 1$ Тл.

Анализ всех нелинейностей, характерных для исследуемого объекта, приводит к выводу, что в первом приближении потерями на гистерезис и вихревые токи, а также реакцией якоря можно пренебречь.

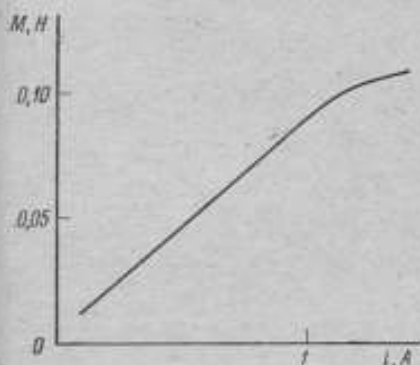


Рис. 1. Зависимость момента двигателя от величины тока якоря

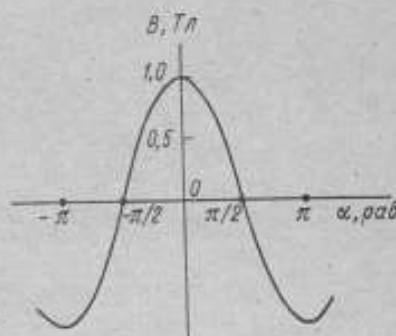


Рис. 2. Распределение индукции B под полюсами

Учитывая наиболее существенную нелинейность, связанную с распределением индукции под полюсами, динамику установки следует описать системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + k_1 B[\alpha(t) + \alpha_0] \frac{d\alpha(t)}{dt} &= u(t); \\ J \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} + 2k_2 \frac{d\alpha(t)}{dt} + k_3 \alpha(t) &= k_1 i(t) B[\alpha(t) + \alpha_0]. \end{aligned} \quad (2)$$

где $u(t)$ — напряжение якоря; $i(t)$ — ток якоря; L и R — индуктивность и сопротивление якорной цепи соответственно; J — момент инерции подвижной части установки; k_1 — коэффициент двигателя; k_2 — коэффициент вязкого трения в подшипниках; k_3 — коэффициент жесткости торсиона; α_0 — начальное значение угла, обусловленное неточностью установки торсиона.

Правильность полученных результатов в значительной степени зависит от точности определения коэффициентов, входящих в систему (2), поэтому была проведена дополнительная работа по уточнению их значений.

Коэффициент двигателя k_1 определялся расчетным путем [2]. Для двигателя СЛ-621 он составил 0,64.

Коэффициент жесткости торсиона k_3 определялся экспериментально. Для торсиона с диаметром 4 мм он равен 4,4 Нм, для торсиона с диаметром 6 мм — 18,4 Нм.

Динамика механической части установки при отсутствии возмущающего момента описывается уравнением

$$J \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} + 2k_2 \frac{d\alpha(t)}{dt} + k_3\alpha(t) = 0. \quad (3)$$

Как известно, в случае комплексных корней характеристического уравнения решение $\alpha(t)$ уравнения (3) представляет собой затухающее по экспоненте гармоническое колебание.

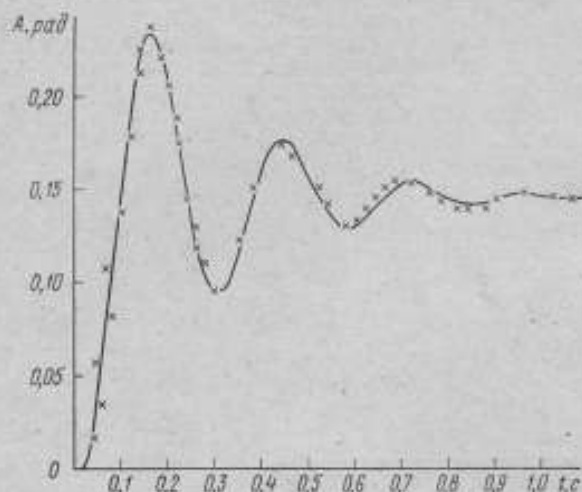


Рис. 3. Переходные характеристики установки, полученные экспериментальным (сплошная кривая) и расчетным путем

Определив экспериментально резонансную частоту β_0 установки и последовательность амплитуд a_i затухающих колебаний $\alpha(t)$ механической части при обесточенном двигателе, можно записать

$$\frac{a_i}{a_{i+1}} = \frac{\exp\left(-\frac{k_2}{J} t_i\right)}{\exp\left[-\frac{k_2}{J} \left(t_i + \frac{2\pi}{\beta_0}\right)\right]}$$

откуда коэффициент вязкого трения

$$k_2 = \frac{J\beta_0}{2\pi} \ln \frac{a_i}{a_{i+1}}. \quad (4)$$

Из (3) следует, что момент инерции J может быть определен по формуле

$$J = \frac{k_3 + \sqrt{k_3^2 + 4\beta_0^2 k_2^2}}{2\beta_0^2}. \quad (5)$$

Решая совместно уравнения (4) и (5), получим значения $J = 10,8 \times 10^{-3}$ кгм², $k_2 = 5,2 \cdot 10^{-3}$ кгм²/с.

Значение индуктивности L якорной цепи уточнялось по переходной характеристике установки после определения всех ее остальных параметров. На рис. 3 представлены расчетные и экспериментальные переходные характеристики установки.

Выяснено, что для якорной цепи исследуемого двигателя $L = 0,15$ Гн.

На рис. 4 представлены экспериментальные и расчетные кривые $\alpha(t)$ в режиме установившихся колебаний при гармоническом возбуждении на резонансной частоте $\beta_0 = 41,47$ рад⁻¹. Совпадение расчетных и экспериментальных кривых для переходных характеристик и установившихся колебаний свидетельствует о соответствии математической модели, описываемой системой (2) исследуемой реальной электромеханической установке. Таким образом, процедуру составления уточненной математической модели на этом можно считать законченной.

С целью анализа динамики установки запишем уравнения (2) в виде

$$\frac{di(t)}{dt} + \delta_1 i(t) + \delta_2 \cos[\alpha(t) + \alpha_0] \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{u(t)}{L};$$

$$\frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} + 2\delta_3 \frac{d\alpha(t)}{dt} + (\beta_0^2 - \delta_3^2) \alpha(t) = \delta_4 i(t) \cos[\alpha(t) + \alpha_0], \quad (6)$$

$$\text{где } \delta_1 = \frac{R}{L}; \quad \delta_2 = \frac{k_1 B_0}{L}; \quad \delta_3 = \frac{k_2}{J}; \quad \delta_4 = \frac{k_1 B_0}{J}; \quad \beta_0^2 = \frac{k_2}{J} + \delta_3^2.$$

При исследовании динамики установки удобно разделять задачи синтеза и анализа. Задача синтеза в данном случае заключается в определении закона изменения входного сигнала (напряжение на якоре двигателя), обеспечивающего гармонический выходной сигнал $\alpha(t)$ — угол поворота вала двигателя заданной амплитуды A и частоты β .

Полагая, что выходной сигнал равен

$$\alpha(t) = \alpha_0 + A \sin \beta t \quad (7)$$

и подставляя (7) в уравнения (6) и получим:

$$i(t) = \frac{(\beta_0^2 - \delta_3^2) \alpha_0 + AN\beta\delta_3 \cos(\beta t - \theta)}{\delta_4 \cos \alpha(t)}; \quad (8)$$

$$u(t) = AL \left[\beta \operatorname{tg} \alpha(t) \cos \beta t + \delta_1 i(t) - \frac{N\beta^2 \delta_3 \sin(\beta t - \theta)}{\delta_4 \cos \alpha(t)} + \beta \delta_2 \cos \alpha(t) \cos \beta t \right], \quad (9)$$

$$\text{где } \theta = \operatorname{arctg} \frac{\beta_0^2 - \beta^2 - \delta_3^2}{2\beta\delta_3}; \quad N = \left[4 + \frac{(\beta_0^2 - \beta^2 - \delta_3^2)^2}{\beta^2 \delta_3^2} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Выражение (9) дает требуемый закон изменения входного сигнала. Из (9) следует, что величина входного сигнала прямо пропорциональна A . При $\alpha(t) = \frac{\pi}{2}$ правые части выражений (8) и (9) обращаются в бесконеч-

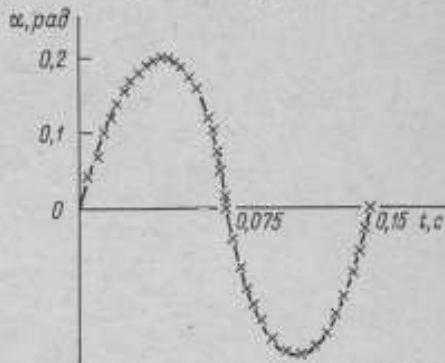


Рис. 4. Режим установившихся колебаний

ность. Это указывает на необходимость формирования импульсов напряжения на входе при гармонических выходных сигналах с амплитудой, большей, чем $\frac{\pi}{2}$.

Как видно из (8) и (9), если $\alpha_0 \neq 0$, то появляются постоянные составляющие тока и напряжения, прямо пропорциональные α_0 .

Для того, чтобы практически реализовать требуемый входной сигнал, необходимо знать его гармонический состав. С этой целью выражение (9) представим в виде ряда Фурье

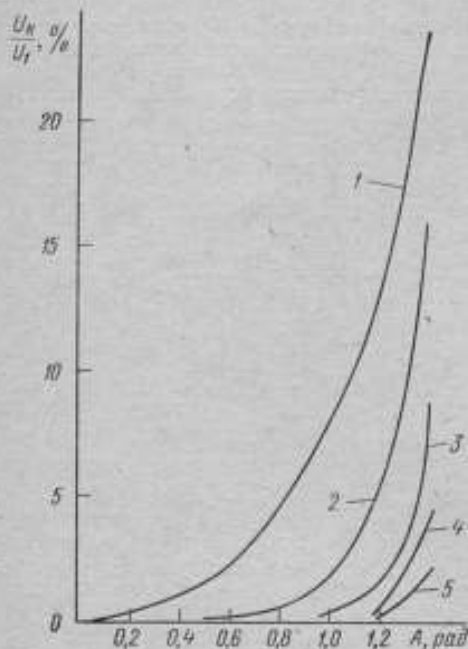


Рис. 5. Зависимость u_k/u_1 от A при k , равном: 1—3; 2—5; 3—7; 4—9 и 5—11

$$u(t) = \frac{u_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} u_k \cos(k\beta t + \gamma_k). \quad (10)$$

Разложение в ряд (10) было выполнено численно при значениях $\alpha_0 = 0$ и $\beta = \beta_0$ для торциона диаметром 6 мм.

Анализ проведен до 11-й гармоники, так как с ростом номера гармоник амплитуды нечетных быстро убывают, а четные гармоники и постоянная составляющая отсутствуют. Так, например, при $A = 1,4$ рад имеем $u_1 = 48$ В; $u_7 = 4$ В; $u_{11} = 0,9$ В.

На рис. 5 даны зависимости $u_k/u_1, \%$ от A .

С целью исследования чувствительности входного сигнала к изменению α_0 для $A = 0,2$ рад разложение в ряд (10) было выполнено численно при $\beta = \beta_0$ и $\alpha_0 = 15', 30', 45', 1^\circ$.

Установлено, что постоянная составляющая $u_0/2$ пропорциональна α_0 (рис. 6, а).

Кроме того, появляются четные гармоники, амплитуды которых зависят от величины α_0 (рис. 6, б). Скорость убывания амплитуд гармоник с ростом их номера не зависит от α_0 .

Задача анализа заключается в определении закона изменения выходного сигнала при гармоническом входном сигнале заданной амплитуды и частоты. При этом из-за нелинейности уравнений (6) явную зависимость $\alpha(t)$ получить невозможно, поэтому уравнения (6) решались методом Рунге — Кутты и табулированные значения $\alpha(t)$ использовались для вычисления коэффициентов Фурье-разложения

$$\alpha(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\beta_0 t + \theta_k). \quad (11)$$

Для того, чтобы получить сравнимые результаты, на вход были поданы сигналы $u(t)$ с амплитудами, равными амплитудам первых гармоник u полученными при решении задачи синтеза для случая, когда в формуле (7) $A = 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,2; 1,4$ рад.

При приближении A к $\frac{\pi}{2}$ наблюдается резкий рост амплитуд A_k

Отметим, что начиная с $k=7$, отношение $A_k/A_1 \approx 10^{-5} - 10^{-6}$ для четных гармоник и $A_k/A_1 \approx 10^{-4} - 10^{-5}$ для нечетных гармоник. На рис. 7 представлены результаты расчета для первых двух нечетных гармоник.

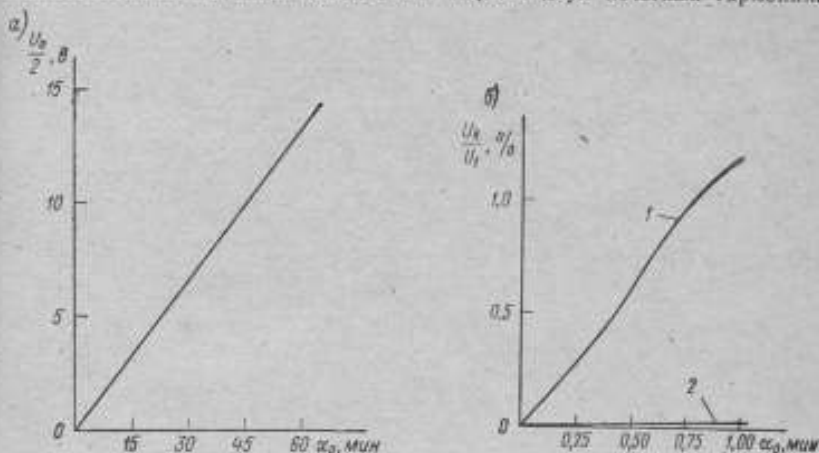


Рис. 6. Зависимость постоянной составляющей $u_0/2$ (а) и амплитуд четных гармоник (б) от величины α_0 при k , равном: 1—2; 2—4

Отметим, также, что в задаче анализа рост амплитуд кратных гармоник A_k примерно в 100 раз меньше, чем рост в задаче синтеза, при изменении в обоих случаях выходного сигнала от 0,1 до 1,4 рад, т. е.

$$\frac{A_k/A_1}{u_k/u_1} \approx 10^{-2}.$$

Очевидно, что это связано с резонансными свойствами установки: имея добротность $q \approx 10$, она фильтрует входной сигнал.

Построенная математическая модель позволяет определить рабочий амплитудно-частотный диапазон установки.

Из решения задачи синтеза следует, что амплитуда выходного сигнала A не должна превышать $\frac{\pi}{2}$, так как при

больших амплитудах необходимо формировать входной сигнал сложной формы, содержащий импульсные составляющие.

Полагая, что мощность привода N переходит в работу Q без каких-либо потерь, получим второе ограничивающее условие на амплитуду выходного сигнала.

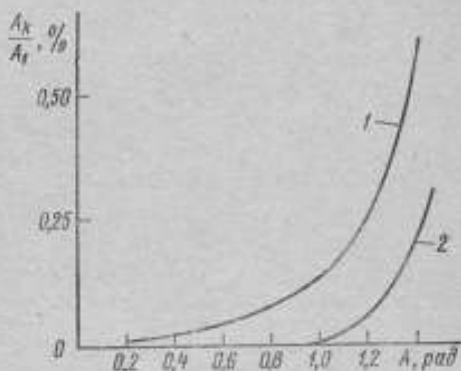


Рис. 7. Зависимость величины $\frac{A_k}{A_1}$ от A , при k , равном: 1—3 и 2—5

Работа, совершаемая маятником за одно колебание, равна

$$Q = 2JA^2f^2, \quad (12)$$

где $f = \frac{\beta_0}{2\pi}$.

Мощность, подводимая приводом за одно колебание, составляет

$$N = Qf. \quad (13)$$

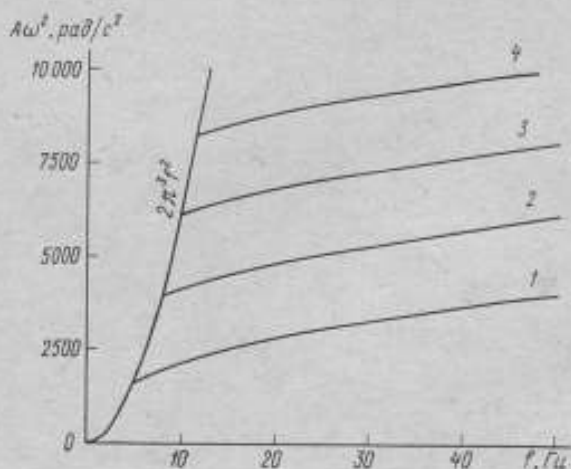


Рис. 8. Зависимость ускорения от частоты при значениях мощности: 1— N ; 2— $2N$; 3— $4N$; 4— $8N$

Полагая мощность привода постоянной, из соотношений (12) и (13) получим выражение для амплитуды

$$A = \frac{N^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2} J^{\frac{1}{2}} f^{\frac{3}{2}}}, \quad (14)$$

где N — мощность привода.

Условие $A < \frac{\pi}{2}$ и соотношение (14) дают возможность определить рабочий амплитудно-частотный диапазон установки. Рабочий диапазон ограничен параболлами (14), которые соответствуют различным мощностям привода. На рис. 8 представлены зависимости ускорения от частоты при различных значениях мощности N .

Рабочая область установки лежит под кривыми

$$A\omega^2 = 2\pi^2 f^2$$

и

$$A\omega^2 = \frac{2\sqrt{2}\pi^2 N^{\frac{1}{2}} f^{\frac{1}{2}}}{J^{\frac{1}{2}}},$$

которые соответствуют граничным кривым на рис. 8.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шумилин В. П. Методика расчета электродинамических вибраторов. — «Труды метрологических институтов СССР», вып. 118 (178), 1971, М.—Л., Изд-во стандартов, с. 106—111., с ил.
2. Башарин А. В., Голубев Ф. Н., Кепперман В. Г. Примеры расчетов автоматизированного электропривода. М.—Л., «Энергия», 1972, 440 с.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.77

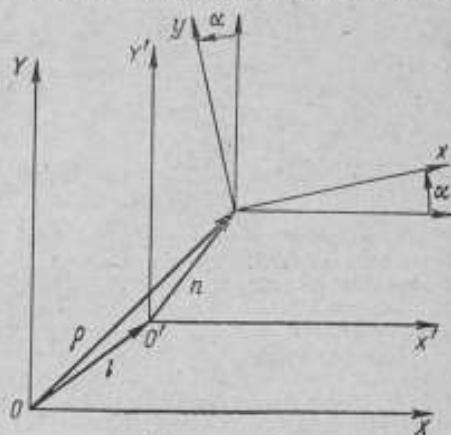
В. А. Иванов,
А. Г. Курицын,
Н. А. Бураго

ВНИИМ

ЗАДАЧА О ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ СО СЛУЧАЙНО ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

Задача о вынужденных колебаниях линейной системы 2-го порядка со случайно изменяющимися параметрами возникает при анализе требований, предъявляемых к точности образцовых средств воспроизведения гармонических угловых колебаний, а также при анализе погрешностей самих образцовых средств.

При анализе требований к образцовым средствам будем принимать во внимание неуравновешенность инерционного элемента акселерометра (дебаланс), а также случайные во времени изменения моментов в оси подвеса инерционного элемента и крутизны обратной связи. Отметим, что моменты дебаланса возникают из-за влияния центробежных ускорений. Вначале для примера рассмотрим влияние дебаланса, а потом перейдем к статистическому анализу погрешностей определения частотных характеристик на установке, платформа которой совершает плоские колебания по гармоническому закону.



Оси координат

Зададим системы осей $OXYZ$, $O'X'Y'Z'$, $oxuz$ (см. рисунок). Первая из них связана с платформой. Центр O этой системы лежит на оси платформы. Оси системы $O'X'Y'$ параллельны осям OXY и связаны с корпусом акселерометра таким образом, что центр O лежит на оси подвеса подвижной части. Оси системы $oxuz$ связаны с подвижной частью. Центр o этой системы совпадает с центром масс подвижной части. Положение центра O' относительно O зададим радиусом-вектором l (l_x, l_y), а положение центра o относительно O' — радиусом-вектором n (n_x, n_y). Положение системы $oxuz$ относительно $O'X'Y'$ задается углом α поворота инерционного элемента.

Для проекций ρ_x, ρ_y радиуса-вектора ρ , характеризующего положение центра масс инерционного элемента относительно OXY , получим

$$\begin{aligned} \rho_x &= l_x \cos \alpha + l_y \sin \alpha + n_x; \\ \rho_y &= l_y \cos \alpha - l_x \sin \alpha + n_y. \end{aligned}$$

Так как угол α мал, то

$$\rho_x = l_x + l_y \alpha + n_x;$$

$$\rho_y = l_y - l_x \alpha + n_y.$$

Тогда для проекций a_x и a_y центробежных ускорений на оси oxy получим

$$a_x = \dot{\varphi}^2 (l_x + l_y \alpha + n_x);$$

$$a_y = \dot{\varphi}^2 (l_y - l_x \alpha + n_y),$$

где $\dot{\varphi}$ — угловая скорость платформы.

Для момента M , приложенного к оси подвеса инерционного элемента, найдем

$$M = m\dot{\varphi}^2 (l_y n_x - l_x n_y) - m\dot{\varphi}^2 \alpha (l_x n_x + l_y n_y),$$

где m — масса инерционного элемента.

С учетом M уравнение движения углового акселерометра примет вид

$$\ddot{\alpha} + \frac{h}{J} \dot{\alpha} + \frac{k + m\dot{\varphi}^2 (l_x n_x + l_y n_y)}{J} \alpha = \dot{\varphi} + \frac{m\dot{\varphi}^2}{J} (l_y n_x - l_x n_y),$$

где J — момент инерции подвижной части; h — коэффициент демпфирования; k — крутизна обратной связи. Пусть $\varphi = \varphi_m \cos \omega t$, тогда $\dot{\varphi} = -\varphi_m \omega \sin \omega t$, $\dot{\varphi}^2 = -\varphi_m^2 \omega^2 \cos 2\omega t$, и уравнение примет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + \frac{h}{J} \dot{\alpha} + \frac{1}{J} \left[k + \frac{m}{2} \varphi_m^2 \omega^2 (l_x n_x + l_y n_y) - \right. \\ \left. - \frac{m}{2} \varphi_m^2 \omega^2 (l_x n_x + l_y n_y) \cos 2\omega t \right] \alpha = -\varphi_m \omega^2 \cos \omega t + \\ + \frac{1}{J} \left[\frac{m}{2} \varphi_m^2 \omega^2 (l_x n_x - l_y n_y) - \frac{m}{2} \varphi_m^2 \omega^2 (l_y n_x - l_x n_y) \cos 2\omega t \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, дебаланс приводит к инерционным моментам в оси прибора, изменяющимся с двойной частотой. Кроме того, появляется постоянная составляющая момента. Переходные процессы прибора описываются при этом уравнением Матвея. Поэтому при снятии частотных характеристик в принципе возможны явления параметрического резонанса.

Близкие результаты получаются при выводе уравнения движения самой образцовой установки, если учесть, что жесткость торсиона изменяется при его закручивании с двойной частотой под влиянием усилий натяжения. Принимая во внимание вышесказанное, будем рассматривать задачу в следующей постановке. Движение рассматриваемой электромеханической системы описывается уравнением

$$\begin{aligned} \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 [1 + \chi \cos(\omega_2 t + \varphi_0) + \theta(t)] y(t) = \\ = A \cos \omega_1 t + B + \eta(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\theta(t)$, $\eta(t)$ — стационарные случайные функции с нулевым математическим ожиданием.

Естественно предположить $\chi \ll 1$ и $\frac{B}{A} \ll 1$, что существенно для быстрой сходимости результатов. Так как инерционный элемент углового акселерометра имеет хорошее демпфирование, примем $\frac{V a_0}{a_1} < 0,7$. В тех случаях, когда добротность системы высока, будем исключать из рассмотрения зоны параметрического резонанса. Для того чтобы ослабить влияние

приближенного характера решения на точность результата, перейдем к уравнению в отклонениях относительно $v(t)$. С этой целью примем

$$y(t) = y_0(t) + v(t), \quad (2)$$

где $y_0(t)$ удовлетворяет уравнению

$$y_0''(t) + a_1 y_0'(t) + a_0 y_0(t) = A \cos \omega_2 t. \quad (3)$$

Очевидно, что

$$y_0(t) = AK(\omega_2) \cos[\omega_2 t + \varphi(\omega_2)] + z(t), \quad (4)$$

где

$$z(t) \rightarrow 0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty;$$

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(a_0 - \omega^2)^2 + a_1^2 \omega^2}}; \quad (5)$$

$$\varphi(\omega) = -\psi(a_0 - \omega^2, a_1 \omega). \quad (6)$$

Здесь

$$\psi(a, b) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{b}{a} & a > 0 \\ \operatorname{arctg} \frac{b}{a} + \pi & a < 0 \\ \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} b & a = 0 \end{cases}$$

При этом для $v(t)$ получим уравнение

$$v''(t) + a_1 v'(t) + a_0 [1 + \kappa \cos(\omega_1 t + \varphi_0) + \theta(t)] v(t) = B - a_0 y_0(t) [\kappa \cos(\omega_1 t + \varphi_0) + \theta(t)] + \eta(t). \quad (7)$$

Обозначив правую часть этого уравнения через $f(t)$, представим ее в виде суммы детерминированной и случайной частей

$$f(t) = \overline{f}(t) + \widetilde{f}(t), \quad (8)$$

где

$$\overline{f}(t) = M[f(t)] = B - A a_0 K(\omega_2) \frac{\kappa}{2} \{ \cos[\omega_1 - \omega_2 + \varphi_0 - \varphi(\omega_2)] + \cos[\omega_1 + \omega_2 + \varphi_0 + \varphi(\omega_2)] \}; \quad (9)$$

$$\widetilde{f}(t) = -A a_0 K(\omega_2) \cos[\omega_2 t + \varphi(\omega_2)] \theta(t) + \eta(t) \quad (10)$$

(очевидно, что $M[\widetilde{f}(t)] = 0$).

Уравнение (7) найдем с помощью обобщенного метода последовательных приближений С. А. Шелкунова в виде ряда

$$v(t) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(t), \quad (11)$$

причем $w_k(t)$ удовлетворяют уравнениям

$$w_1''(t) + a_1 w_1'(t) + a_0 w_1(t) = \overline{f}(t);$$

$$w_k''(t) + a_1 w_k'(t) + a_0 w_k(t) = -a_0 [\kappa \cos(\omega_1 t + \varphi_0) + \theta(t)] w_{k-1}(t), \quad (12)$$

т. е. могут быть представлены в виде

$$\omega_1(t) = \int_0^t g(t-\tau) f(\tau) d\tau, \quad (13)$$

$$\omega_k(t) = -a_0 \int_0^t g(t-\tau_1) [\kappa \cos(\omega_1 \tau_1 + \varphi_0) + \theta(\tau_1)] \omega_{k-1}(\tau_1) d\tau_1,$$

где $g(t)$ — импульсная переходная функция соответствующей стационарной системы.

В нашем случае

$$g(t) = \frac{1}{p} e^{-\frac{a_0}{2}t} \sin pt; \quad p = \sqrt{a_0 - \frac{a_0^2}{4}}. \quad (14)$$

Представим $\omega_k(t)$ в виде

$$\omega_k(t) = \bar{\omega}_k(t) + \tilde{\omega}_k(t).$$

Для $\omega_1(t)$ получим

$$\bar{\omega}_1(t) = \int_0^t g(t-\tau) \bar{f}(\tau) d\tau; \quad (15)$$

$$\tilde{\omega}_1(t) = \int_0^t g(t-\tau) \tilde{f}(\tau) d\tau. \quad (16)$$

Отсюда, согласно (9), имеем

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_1(t) = \frac{B}{a_0} - A a_0 K(\omega_2) \frac{\kappa}{2} \{ & K(\omega_1 - \omega_2) \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_0 - \varphi(\omega_2) + \\ & + \varphi(\omega_1 - \omega_2)] + K(\omega_1 + \omega_2) \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_0 + \\ & + \varphi(\omega_2) + \varphi(\omega_1 - \omega_2)] \} + z_1(t); \end{aligned} \quad (17)$$

$$z_1(t) \rightarrow 0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty.$$

Далее

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_2(t) = -a_0 \int_0^t g(t-\tau_1) \kappa \cos(\omega_1 \tau_1 + \varphi_0) \bar{\omega}_1(\tau_1) d\tau_1 - \\ - a_0 \int_0^t g(t-\tau_1) M[\kappa(\tau_1) \tilde{\omega}_1(\tau_1)] d\tau_1; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_2(t) = -a_0 \int_0^t g(t-\tau_1) \{ & \kappa(\tau_1) \bar{\omega}_1(\tau_1) + \kappa \cos(\omega_1 \tau_1 + \varphi_0) \times \\ & \times \tilde{\omega}_1(\tau_1) + \kappa(\tau_1) \tilde{\omega}_1(\tau_1) - M[\kappa(\tau_1) \tilde{\omega}_1(\tau_1)] \} d\tau_1. \end{aligned} \quad (19)$$

Первый из интегралов в (18) можно представить в виде

$$\begin{aligned} J_1 = -a_0 \int_0^t g(t-\tau_1) \kappa \cos(\omega_1 \tau_1 + \varphi_0) \bar{\omega}_1(\tau_1) d\tau_1 = -B \kappa K(\omega_1) \times \\ \times \cos(\omega_1 t + \varphi_0 + \varphi(\omega_1)) + A a_0^2 K(\omega_2) \frac{\kappa^2}{4} \{ K(\omega_1 - \omega_2) \times \\ \times \cos[\omega_2 t + 2\varphi(\omega_2) - \varphi(\omega_1 - \omega_2)] K(\omega_2) + K(\omega_1 - \omega_2) K(2\omega_1 - \omega_2) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \cos [(2\omega_1 - \omega_2)t + 2\varphi_0 - \varphi(\omega_2) + \varphi(\omega_1 - \omega_2) + \varphi(2\omega_1 - \omega_2) + \\ & + K(\omega_1 + \omega_2)K(\omega_2) \cos [\omega_2 t + 2\varphi(\omega_2) + \varphi(\omega_1 + \omega_2)] + \\ & + K(\omega_1 - \omega_2)K(2\omega_1 + \omega_2) \cos \{(2\omega_1 + \omega_2)t + 2\varphi_0 + \varphi(\omega_2) + \\ & + \varphi(\omega_1 + \omega_2) + \varphi(2\omega_1 + \omega_2)\} + z_2(t), \end{aligned}$$

причем $z_2(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Второй интеграл в (18) равен

$$J_2 = -a_0 \int_0^t g(t - \tau_1) M[x(\tau_1) \bar{w}_1(\tau_1)] d\tau_1 = \int_0^t dx_1 \int_0^{\tau_1} g(t - \tau_1) g(\tau_1 - \tau_2) \times \\ \times [A a_0^2 K(\omega_2) K_0(\tau_1 - \tau_2) \cos [\omega_2 \tau_2 + \varphi(\omega_2)] - a_0 K_{\theta\eta}(\tau_1 - \tau_2)] d\tau_2,$$

где $K_\theta(\tau)$ и $K_{\theta\eta}(\tau)$ — соответствующие корреляционные функции для процессов $\theta(t)$ и $\eta(t)$.

Произведя замену переменной во внутреннем интеграле $X = \tau_1 - \tau_2$, получим

$$J_2 = \int_0^t d\tau_1 g(t - \tau_1) \int_0^{\tau_1} g(x) [A a_0^2 K(\omega_2) [\cos [\omega_2 \tau_1 + \varphi(\omega_2)] \cos \omega_2 x + \sin \times \\ \times [\omega_2 \tau_1 + \varphi(\omega_2) \sin \omega_2 x] K_\theta(x) - a_0 K_{\theta\eta}(x)] dx.$$

Обозначив

$$C_\theta(\omega) = a_0 \int_0^\infty g(x) \cos \omega x K_\theta(x) dx;$$

$$S_\theta(\omega) = a_0 \int_0^\infty g(x) \sin \omega x K_\theta(x) dx;$$

$$C_{\theta\eta} = a_0 \int_0^\infty g(x) \bar{K}_{\theta\eta}(x) dx,$$

для установившегося режима (при $\tau_1 \rightarrow \infty$) запишем

$$J_2 = \int_0^t g(t - \tau_1) [A a_0 K(\omega_2) [C_\theta(\omega_2) \cos [\omega_2 \tau_1 + \varphi(\omega_2)] + \\ + S_\theta(\omega_2) \sin [\omega_2 \tau_1 + \varphi(\omega_2)] - C_{\theta\eta}] d\tau_1 = \\ = A a_0 K^2(\omega_2) r_\theta(\omega_2) \cos [\omega_2 t + 2\varphi(\omega_2) + \varphi_0(\omega_2)] - \frac{C_{\theta\eta}}{a_0} + \alpha_8(t),$$

где $\alpha_8(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, $r_\theta(\omega) = \sqrt{C_\theta^2(\omega) + S_\theta^2(\omega)}$; $\varphi_\theta(\omega) = \varphi(C_\theta(\omega),$

$S_\theta(\omega))$.

Введя, наконец, безразмерную функцию $k(\lambda) = a_0 K(\lambda)$, запишем

$$\frac{\bar{w}_1(t)}{AK(\omega_2)} = \frac{B}{AK(\omega_2)} - \frac{\kappa}{2} [k(\omega_1 - \omega_2) \cos [(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_0 - \varphi(\omega_2) + \\ + \varphi(\omega_1 - \omega_2)] + k(\omega_1 + \omega_2) \cos [(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_0 + \\ + \varphi(\omega_1) + \varphi(\omega_1 + \omega_2)]] + \beta_1(t);$$

$$\frac{\bar{w}_2(t)}{AK(\omega_2)} = -\frac{B}{A} \kappa \frac{k(\omega_1)}{k(\omega_2)} \cos [\omega_1 t + \varphi_0 + \varphi(\omega_1)] +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{x_2}{4} [k(\omega_1 - \omega_2) k(\omega_2) \cos[\omega_2 t + 2\varphi(\omega_2) - \varphi(\omega_1 - \omega_2)] + \\
& + k(\omega_1 - \omega_2) k(2\omega_1 - \omega_2) \cos[(2\omega_1 - \omega_2)t + 2\varphi_0 - \varphi(\omega_2) + \\
& + \varphi(\omega_1 - \omega_2) + \varphi(2\omega_1 - \omega_2)] + k(\omega_1 + \omega_2) k(\omega_2) \cos[\omega_2 t + 2\varphi(\omega_2) + \\
& + \varphi(\omega_1 + \omega_2)] + k(\omega_1 + \omega_2) k(\omega_2) \cos[\omega_2 t + 2\varphi(\omega_2) + \varphi(\omega_1 + \omega_2)] + \\
& + k(\omega_1 + \omega_2) k(2\omega_1 + \omega_2) \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + 2\varphi_0 + \varphi(\omega_2) + \\
& + \varphi(\omega_1 + \omega_2) + \varphi(2\omega_1 + \omega_2)] + k(\omega_2) r_0(\omega_2) \times \\
& \times \cos[\omega_2 t + 2\varphi(\omega_2) + \varphi_0(\omega_2)] - \frac{C_{\theta\eta}(\omega_2)}{AK(\omega_2)} + \beta_2(t),
\end{aligned}$$

где $\beta_{1,2}(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Таким образом, несбалансированность инерционного элемента приводит к появлению высших гармоник в решении, случайная составляющая $\theta(t)$ систематически искажает амплитудно- и фазо-частотные характеристики, а статистическая связь процессов $\theta(t)$ и $\eta(t)$ приводит к систематическому смещению начала отсчета.

Ниже приведены выражения для r_θ , φ_θ , $C_{\theta\eta}$, полученные для наиболее часто встречающихся функций корреляции.

$$1. K_\theta(\tau) = D_\theta e^{-\alpha_\theta |\tau|}.$$

тогда $r_\theta(\omega) = D_\theta r(\alpha_\theta, \omega)$,

где

$$r(\alpha_\theta, \omega) = \frac{\alpha_0}{\sqrt{(\alpha^2 + a_1 \alpha + a_0 - \omega^2)^2 + \omega^2 (2\alpha + a_1)^2}};$$

$$\varphi_\theta(\omega) = \varphi(\alpha_\theta, \omega),$$

где

$$\varphi(\alpha, \omega) = -\psi(\alpha^2 + a_1 \alpha + a_0 - \omega^2, 2\alpha + a_1).$$

$$2. K_\theta(\tau) = D_\theta e^{-\alpha_\theta |\tau|} \cos \beta_\theta \tau,$$

тогда

$$r_\theta(\omega) = D_\theta r(\alpha_\theta, \omega + \beta_\theta) r(\alpha_\theta, \omega - \beta_\theta) r_1(\alpha_\theta, \beta_\theta, \omega),$$

где первые две функции определяются (1), а

$$r_1(\alpha_\theta, \beta_\theta, \omega) = \frac{1}{a_0} \sqrt{(\alpha_\theta^2 + a_1 \alpha_\theta + a_0 - \omega^2 - \beta_\theta^2)^2 + \omega^2 (2\alpha_\theta + a_1)^2};$$

$$\varphi_\theta(\omega) = \varphi(\alpha_\theta, \omega + \beta_\theta) + \varphi(\alpha_\theta, \omega - \beta_\theta) + \varphi_1(\alpha_\theta, \beta_\theta, \omega),$$

где

$$\varphi_1(\alpha, \beta, \omega) = \psi(\alpha^2 + a_1 \alpha + a_0 - \omega^2 - \beta^2, (2\alpha + a_1)(\omega)) \quad [\text{см. (6)}]$$

$$3. K_\theta(\tau) = D_\theta e^{-\alpha_\theta |\tau|} \left(\cos \beta_\theta \tau + \frac{\alpha_\theta}{\beta_\theta} \sin \beta_\theta |\tau| \right),$$

тогда

$$r_\theta(\omega) = D_\theta r(\alpha_\theta, \omega + \beta_\theta) r(\alpha_\theta, \omega - \beta_\theta) r_2(\alpha_\theta, \beta_\theta, \omega);$$

$$\varphi_\theta(\omega) = \varphi(\alpha_\theta, \omega + \beta_\theta) + \varphi(\alpha_\theta, \omega - \beta_\theta) + \varphi_2(\alpha_\theta, \beta_\theta, \omega),$$

где

$$r_2(\alpha, \beta, \omega) = \frac{1}{a_0} \sqrt{(3\alpha^2 + 2a_1\alpha + a_0 - \omega^2 - \beta^2)^2 + (4\alpha + a_1)^2 \omega^2}.$$

$$\varphi_2(\alpha, \beta, \omega) = \psi(3\alpha^2 + 2a_1\alpha + a_0 - \omega^2 - \beta^2, \omega(4\alpha + a_1)) \text{ [см. (6)].}$$

$$4. K_{\theta}(\tau) = D_{\theta} e^{-\alpha_{\theta} |\tau|} (1 + \alpha_{\theta} |\tau|),$$

тогда

$$r_{\theta}(\omega) = D_{\theta} [r(\alpha_{\theta}, \omega)]^2 r_2(\alpha_{\theta}, 0, \omega);$$

$$\varphi_{\theta}(\omega) = 2f(\alpha_{\theta}, \omega) + \varphi_2(\alpha_{\theta}, 0, \omega),$$

где

$$r_2(\alpha_{\theta}, \beta_{\theta}, \omega) \text{ и } \varphi_2(\alpha_{\theta}, 0, \omega) \text{ определены в п. 3.}$$

$$5. K_{\theta\eta}(\tau) = D_{\theta\eta} e^{-\alpha_{\theta\eta} |\tau|},$$

тогда

$$C_{\theta\eta} = \frac{a_0 D_{\theta\eta}}{\alpha_{\theta\eta}^2 + a_1 \alpha_{\theta\eta} + a_0}.$$

$$6. K_{\theta\eta}(\tau) = D_{\theta\eta} e^{-\alpha_{\theta\eta} |\tau|} \cos \beta_{\theta\eta} \tau.$$

тогда

$$C_{\theta\eta} = \frac{a_0 D_{\theta\eta} [\alpha_{\theta\eta}^2 + a_1 \alpha_{\theta\eta} + a_0 - \beta_{\theta\eta}^2]}{(\alpha_{\theta\eta}^2 + a_1 \alpha_{\theta\eta} + a_0 - \beta_{\theta\eta}^2)^2 + \beta_{\theta\eta}^2 (2\alpha_{\theta\eta} + a_1)^2}$$

$$7. K_{\theta\eta}(\tau) = D_{\theta\eta} e^{-\alpha_{\theta\eta} |\tau|} \left(\cos \beta_{\theta\eta} \tau + \frac{\alpha_{\theta\eta}}{\beta_{\theta\eta}} \sin \beta_{\theta\eta} |\tau| \right).$$

тогда

$$C_{\theta\eta} = \frac{a_0 D_{\theta\eta} (3\alpha_{\theta\eta}^2 + 2a_1 \alpha_{\theta\eta} + a_0 - \beta_{\theta\eta}^2)}{(\alpha_{\theta\eta}^2 + a_1 \alpha_{\theta\eta} + a_0 - \beta_{\theta\eta}^2)^2 + \beta_{\theta\eta}^2 (2\alpha_{\theta\eta} + a_1)^2}.$$

$$8. K_{\theta\eta}(\tau) = D_{\theta\eta} e^{-\alpha_{\theta\eta} |\tau|} (1 + \alpha_{\theta\eta} |\tau|),$$

тогда

$$C_{\theta\eta} = \frac{a_0 D_{\theta\eta} (3\alpha_{\theta\eta}^2 + 2a_1 \alpha_{\theta\eta} + a_0)}{(\alpha_{\theta\eta}^2 + a_1 \alpha_{\theta\eta} + a_0)^2}.$$

Далее находим корреляционную функцию решения. Очевидно, что

$$K_y(t, t') = K_x(t, t').$$

Ограничиваясь, как и прежде, первыми двумя членами ряда (11), получим

$$K_y(t, t') = K_{w_1}(t, t') + K_{w_1 w_2}(t, t') + K_{w_2 w_1}(t, t') + K_{w_2}(t, t').$$

Анализ этого выражения приводит к весьма громоздкому результату, поэтому ограничимся корреляционной функцией решения для первого приближения.

Согласно (16), имеем

$$\begin{aligned}
 K_{\omega_1}(t, t') &= M[\bar{\omega}_1(t) \bar{\omega}_1(t')] = \int_0^t d\tau \int_0^{t'} g(t-\tau) M[\bar{y}(\tau) \bar{y}(\tau')] d\tau'; \\
 K_{\omega_2}(t, t') &= \frac{1}{2} A^2 a_0^2 K^2(\omega_2) \int_0^t d\tau_1 \int_0^{t'} \cos[\omega_2(t+t'-\tau_1-\tau_2) + 2\varphi(\omega_2)] \times \\
 &\quad \times K_{\theta}(t-t'-\tau_1+\tau_2) g(\tau_2) g(\tau_1) d\tau_2 + \frac{1}{2} A^2 a_0^2 K^2(\omega_2) \times \\
 &\quad \int_0^t d\tau_1 \int_0^{t'} \cos[\omega_2(t-t'-\tau_1+\tau_2)] K_{\theta}(t-t'-\tau_1+\tau_2) g(\tau_2) g(\tau_1) d\tau_2 + \\
 &\quad + (-1) A a_0 K(\omega_2) \int_0^t d\tau_1 \int_0^{t'} \cos[\omega_2(t-t_1) - t' - \tau_1 + \tau_2] g(\tau_1) g(\tau_2) d\tau_2 + \\
 &\quad + (-1) A a_0 K(\omega_2) \int_0^t d\tau_1 \int_0^{t'} \cos[\omega_2(t' - \tau_2) + \varphi(\omega_2)] K_{\theta\eta}(t' - t + \\
 &\quad + \tau_1 - \tau_2) g(\tau_2) g(\tau_1) d\tau_2 + \int_0^t d\tau_1 \int_0^{t'} K'_{\eta}(t-t'-\tau_1+\tau_2) \times \\
 &\quad \times g(\tau_2) g(\tau_1) d\tau_2 = \frac{1}{2} A^2 a_0^2 K^2(\omega_2) J_1(t, t') + \\
 &\quad + \frac{1}{2} A^2 a_0^2 K^2(\omega_2) J_2(t, t') - A a_0 K(\omega_2) J_3(t, t') - A a_0 K(\omega_2) \times \\
 &\quad \times J_4(t, t') + J_5(t, t').
 \end{aligned}$$

Интегралы $J_1 - J_5$ взяты для функции корреляции вида

$$K_{\theta}(\tau) = D_{\theta} e^{-\alpha_{\theta} |\tau|}, \quad K_{\theta\eta}(\tau) = D_{\theta\eta} e^{-\alpha_{\theta\eta} |\tau|}, \quad K_{\eta}(\tau) = D_{\eta} e^{-\alpha_{\eta} |\tau|}.$$

Полученные результаты приведены ниже для $\tau = 0$ с целью оценки дисперсии случайной составляющей погрешности

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \frac{D_{\theta}}{R^2 + I^2} \sqrt{p^2 + q^2} \cos \left[2\omega_2 t + 2\varphi(\omega_2) + \arctg \frac{q}{p} \right]; \\
 R &= [a_1(a_0 - n^2 \omega_2^2) - \omega_2^2 \cdot 2a_1] [\alpha_0^2 + a_1 \alpha_0 + a_0 - \omega_2^2] - \\
 &\quad - \omega_2^2 (2a_0 - 2\omega_2^2 + a_1^2) (a_1 + 2\alpha_0); \\
 I &= \omega_2 \{ [a_1(a_0 - \omega_2^2) - \omega_2^2 - 2a_1] [a_1 + 2\alpha_0] + \\
 &\quad + (2a_0 - 2\omega_2^2 + a_1^2) (\alpha_0^2 + a_1 \alpha_0 + a_0 - \omega_2^2) \}; \\
 q &= 2\omega_2 R - (a_1 + \alpha_0) I; \\
 p &= (a_1 + \alpha_0) R + 2\omega_2 I; \\
 J_2 &= \frac{D_{\theta}}{a_0} \frac{(a_1 + \alpha_0) (\alpha_0^2 + a_1 \alpha_0 + a_0 - \omega_2^2) + \omega_2^2 (a_1 + 2\alpha_0)}{[\alpha_0^2 + a_1 \alpha_0 + a_0 - \omega_2^2]^2 + [\omega_2 (a_1 + 2\alpha_0)]^2}; \\
 J_3 &= \frac{8D_{\theta\eta}}{(\alpha_{\theta\eta}^2 + a_1 \alpha_{\theta\eta} + a_0)} \frac{1}{c^2 + d^2} \sqrt{(ac - bd)^2 + (bc + ad)^2} \times \\
 &\quad \times \cos \left[\omega_2 t + \varphi(\omega_2) + \arctg \frac{bc + ad}{ac - bd} \right];
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 4a_1 (\alpha_{0\eta}^2 + a_1 \alpha_{0\eta} + a_0) + 4\alpha_{0\eta} (\alpha_{0\eta}^2 + a_1 \alpha_{0\eta} + a_0) - \omega_2^2 (3a_1 + 4\alpha_{0\eta}); \\
 b &= \omega_2 [3 (\alpha_{0\eta}^2 + a_1 \alpha_{0\eta} + a_0) + 2a_1^2 + 6a_1 \alpha_{0\eta} + 4\alpha_{0\eta}^2 - \omega_2^2]; \\
 c &= \left(a_0 - \frac{\omega_2^2}{4} \right) (\alpha_{0\eta}^2 + a_1 \alpha_{0\eta} + a_0) \omega_2^2 a_1 - \left(a_0 - \frac{\omega_2^2}{4} \right) \omega_2^2 \times \\
 &\quad \times (a_1 + 2\alpha_{0\eta}) - \frac{a_1 \omega_2^4}{2} (\alpha_{0\eta}^2 + a_1 \alpha_{0\eta} + a_0) - \frac{a_1^2 \omega_2^2}{2} (a_1 + 2\alpha_{0\eta}); \\
 d &= \left(a_0 - \frac{\omega_2^2}{4} \right) (\alpha_{0\eta}^2 + a_1 \alpha_{0\eta} + a_0) \omega_2^3 + \left(a_0 - \frac{\omega_2^2}{4} \right) \omega_2 \times \\
 &\quad \times (a_1 + 2\alpha_{0\eta}) a_1 + \frac{a_1^2 \omega_2^3}{2} (\alpha_{0\eta}^2 + a_1 \alpha_{0\eta} + a_0) - \frac{a_1 \omega_2^3}{2} (a_1 + 2\alpha_{0\eta}); \\
 &\quad J_4 = J_3; \\
 J_3 &= \frac{D_\eta}{a_0} \frac{a_1 + \alpha_\eta}{\alpha_\eta^2 + a_1 \alpha_\eta + a_0}.
 \end{aligned}$$

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.768.088:531.15

С. Ф. Леванов

ВНИИМ

УСТАНОВКА ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ В ДИАПАЗОНЕ ЧАСТОТ ОТ 0,05 ДО 0,6 Гц

Установка для воспроизведения гармонических угловых ускорений в диапазоне частот от 0,05 до 0,6 Гц создана во ВНИИМ для метрологического обеспечения высокочувствительных угловых акселерометров, включая угловые акселерометры, используемые для оценки плавности вращения узлов оптико-механических устройств и видеоманитофонов.

Основные технические характеристики установки:

Амплитуда колебаний	10^{-3} рад
Амплитуда угловых ускорений	$(0,09-16) \cdot 10^{-3}$ рад/с ²
Грузоподъемность	не более 1 кг
Напряжение питания частоты 400 Гц	36 В
Потребляемый ток	не более 0,33 А
Масса	5 кг
Габаритные размеры	$0,42 \times 0,27 \times 0,36$ м

Коллеблющийся в горизонтальной плоскости стол снабжен опорами в виде закрепленных накрест плоских пружин. Привод стола содержит эксцентриково-рычажный механизм. Двухфазный асинхронный электродвигатель через упругую муфту соединен с валом эксцентрика, снабженным массивным маховиком. Выбором напряжения на валу двигателя устанавливаются вращающий момент определенной величины. Регулятором скорости вращения вала служит устройство жидкостного трения, обеспечивающее

момент сопротивления вращению, пропорциональный угловой скорости. Вращающийся эксцентрик колеблет прижимаемый к нему рычаг, жестко соединенный со столом с установленным на нем исследуемым угловым акселерометром.

Из систематических погрешностей [1] рассмотрим сначала погрешность, вызванную использованием эксцентриково-рычажного механизма, схематично показанного на рис. 1, где O_1 , O_2 — оси вращения эксцентрикового вала и колеблющегося стола соответственно; e — эксцентриситет; r — радиус эксцентрика. В принятых обозначениях можно записать

$$\psi = \arctg \frac{e \sin \varphi}{d - e \cos \varphi} + \arcsin \frac{r}{\sqrt{e^2 \sin^2 \varphi + (d - e \cos \varphi)^2}} \quad (1)$$

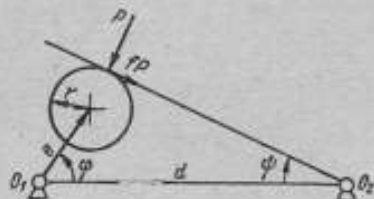


Рис. 1. Схема эксцентриково-рычажного механизма

Приняв $\varphi = \omega t$, где $\omega = \text{const}$ — круговая частота, численно равная угловой скорости вращения вала; t — время, и дважды продифференцировав, получим:

$$\ddot{\psi} = \frac{e\omega^2 d}{e^2 + d^2 - 2de \cos \varphi} \left\{ -\sin \varphi - \frac{2e \sin \varphi (d \cos \varphi - e)}{e^2 + d^2 - 2de \cos \varphi} - \frac{r}{\sqrt{e^2 + d^2 - 2de \cos \varphi - r^2}} \left[\cos \varphi - ed \sin \varphi \left(\frac{2}{e^2 + d^2 - 2de \cos \varphi} + \frac{1}{e^2 + d^2 - 2de \cos \varphi - r^2} \right) \right] \right\} \quad (2)$$

Гармонический анализ выражения (2), проведенный с помощью формул Бесселя [2] после подстановки значений входящих величин, показал, что амплитуда 2-й гармоники составляет 10^{-3} от основной, в то время как амплитуды прочих гармоник пренебрежимо малы. Поэтому выражение (2) можно записать следующим образом:

$$\ddot{\psi} = -\frac{e\omega^2}{d} \sin \omega t \quad (3)$$

Из (3) связь относительных ошибок амплитуды углового ускорения и круговой частоты выражается равенством

$$\delta = 2\delta_\omega \quad (4)$$

Определим ошибку круговой частоты, вызванную прижимом рычага к эксцентрику с постоянным усилием P .

При вращении эксцентрика силы в точке его контакта с рычагом вызывают момент сопротивления вращению, который при достаточно малом значении отношения e/d равен

$$M_1 = -P(e \cos \varphi + fr + fr \sin \varphi), \quad (5)$$

где f — коэффициент трения.

Одновременно реакции в подшипниках эксцентрикового вала, схематично показанного на рис. 2, вызывают момент сопротивления, который выражается как

$$M_2 = -P_3 f \frac{d_2}{2} - P f \frac{d_1}{2} \left(1 + \frac{a}{b}\right), \quad (6)$$

где P_3 — осевая сила, вызываемая силой тяжести.

На рис. 3 схематично показано устройство жидкостного трения (D — диаметр, H — осадка вращающегося в жидкости корпуса, x — толщина жидкостного слоя).

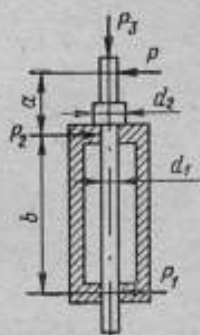


Рис. 2. Схема крепления эксцентрикового вала

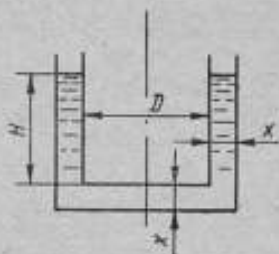


Рис. 3. Устройство жидкостного трения

Ламинарный режим течения в жидкостном слое характеризуется, как известно, критическим числом Рейнольдса [3]. В нашем случае при достаточно малом значении отношения x/H , условием ламинарного режима служит ограничение круговой частоты

$$\omega \leq \frac{4000\nu}{Dx}, \quad (7)$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости.

При ламинарном режиме момент сопротивления устройства, выраженный на основании закона Ньютона для силы при прямолинейном параллельном движении жидкости, равен

$$M_3 = -\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\nu \rho D^3}{x} \left(H + \frac{D}{8}\right) \omega, \quad (8)$$

где ρ — плотность жидкости.

Используя выражения (5), (6) и (8) и пренебрегая прочими моментами сопротивления вследствие их малости, вращение эксцентрика может быть описано уравнением с постоянными коэффициентами

$$J\omega' = m_1 - k\omega - m_2 \cos \int \omega dt, \quad (9)$$

где J — приведенный момент инерции.

Обозначив $m_1 = Ja_1$, $k = Ja_2$, $m_2 = Ja_3$, подставив в (9) и разделив обе части равенства на J , получим

$$\omega' = a_1 - a_2\omega - a_3 \cos \int \omega dt. \quad (10)$$

Уравнение (10) можно проинтегрировать численно. Положим, что при $\omega' = 0$

$$\cos \int_{t_0}^t \omega dt = 0. \quad (11)$$

Подставив (11) в (10) и решив относительно ω , получим

$$\omega_0 = \frac{a_1}{a_2} \quad (\text{при } t < t_0).$$

Естественно допустить, что $\omega = \omega_0$ при $t = t_0 + \tau$, где τ — достаточно мало.

Тогда, принимая $t_0 = 0$, можем записать

$$\int_{t_0}^t \omega dt = \omega_0 t. \quad (12)$$

Учитывая (12), из (10) найдем ω_0' .

Задавшись некоторым интервалом времени, строим ломаную Эйлера, которую принимаем за первое приближение функции $\omega(t)$. Следует заметить, что с помощью метода последовательного приближения функцию можно вычислить с любой точностью.

Интегрирование (10), проведенное при $\omega_0 = 0,3$ и 4 , позволило определить $\delta_{\omega} = 3$ и $0,025\%$ соответственно.

Из инструментальных погрешностей [1] следует выделить погрешности, зависящие от нестабильности питания, нестабильности коэффициентов трения, непостоянства температуры окружающей среды, биения вала в подшипниках, чистоты контактирующих поверхностей эксцентрика, жесткости жгута проводов исследуемого углового акселерометра, от неvertиальности расположения. Принятие соответствующих мер позволяет уменьшить указанные погрешности до пренебрежимо малых значений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Персин С. М. Основы теории и проектирования автоматических измерительных систем. Л., Гидрометеониздат, 1975, 320 с. с ил.
2. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М., ГИТТЛ, 1953, 608 с.
3. Справочник машиностроителя. Под ред. Н. С. Ачеркана, т. 2. М., Машгиз, 1960, 740 с.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.768

В. А. Иванов, А. М. Старшинов

ВНИИМ

МЕТОД И АППАРАТУРА ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВИБРАЦИЙ

Согласно техническим условиям на приборы, испытания на виброустойчивость проводятся на фиксированных частотах вибрации. Однако в реальных условиях эксплуатации вибрации в основном носят случайный нестационарный характер [1—5], примерные значения таких вибраций приведены в работе [6]. В связи с этим возникает необходимость выбора имитируемых в лабораторных условиях вибрационных режимов, эквивалентных режимам

в условиях эксплуатации, а также методов и аппаратуры для измерения параметров приборов при стендовых испытаниях.

Настоящая работа была выполнена с целью создания метода воспроизведения вибраций при точностных испытаниях приборов путем искусственного формирования эквивалентных кривых вибраций качающейся частоты. Согласно этому методу, измерения параметров прибора при испытании его на виброустойчивость производятся при вибрации, близкой к полученной при натуральных испытаниях. При этом для воспроизведения сложной вибрации, представляющей собой спектр частот, непрерывно изменяющихся во времени, в испытательную установку введено 4 магнитофонов, каждый из которых предназначен для задания спектра определенного диапазона частот.

В рассматриваемом случае при моделировании виброрежимов выполняется критерий, сформулированный в [4]

$$0,95F_0 < F_c < 1,05F_0,$$

где F_0 и F_c — вибранагрузки в условиях эксплуатации и при стендовых испытаниях соответственно.

При испытаниях частота и ускорения вибрации непрерывно изменяются во времени. При этом время воздействия вибраций на каждый диапазон частот близко к суммарному времени воздействия вибраций заданного диапазона частот в натуральных условиях. В качестве примера рассмотрим методику измерения уходов гировертикали при стендовых испытаниях (см. таблицу)

Поддиапазон частот, Гц	Средняя частота для каждого поддиапазона частот, Гц	Виброускорение, соответствующее средней частоте, g	Время прохождения частот, с
50—150	100	3,5	7,0
150—300	200	4,5	6,0
300—600	400	6,2	10,0
600—800	650	7,8	11,0
800—1000	900	10,0	13,0

При испытаниях гировертикаль устанавливалась на однокомпонентном электродинамическом вибростенде типа VG-1750 фирмы «Goodman» на переходном кронштейне. Уходы гировертикали преобразовывались в сигналы преобразователей угла, установленных по наружной и внутренней оси карданова подвеса, и через фазочувствительные выпрямители аппаратуры контроля регистрировались самопишущими приборами постоянного тока Н 373—2. При этом скорость лент самописцев устанавливалась равной 9 см/мин.

При испытаниях в условиях вибрации с частотой, непрерывно изменяющейся во времени, параметры вибрации задавались в виде программы, записанной на ленту магнитофона «Ferrograph» и определяемой данными телеметрической записи параметров вибрации мест крепления гировертикали при натуральных испытаниях.

Методика записи программы вибраций на ленту магнитофона и воспроизведения программы на вибростенде состояла в следующем. На вход усилителя вибростенда подавался сигнал от звукового генератора фирмы «Briel and Rja» (Automatic Vibration Exciter Control Type 1025), имеющего устройство автоматического изменения частоты и переключатель скорости изменения частоты, а затем производилась калибровка напряжения звукового генератора. Далее в каждом поддиапазоне выбиралась средняя частота и виброускорение. По ламповому вольтметру устанавливалось напряжение на выходе звукового генератора, соответствующее вибрациям со средними

частотами и виброускорением в выбранном поддиапазоне. Звуковой генератор подключался к входу магнитофона, частота вибраций изменялась во времени от 50 до 1000 Гц и обратно, причем в каждом поддиапазоне частот по ламповому вольтметру поддерживалось напряжение, соответствующее виброускорению при данной частоте. Затем магнитофон подключался к входу усилителя вибростенда, и воспроизводились заданные вибрации.

В случае испытания приборов в условиях вибрации, представляющей собой сумму двух частот, непрерывно изменяющихся во времени, при записи программы на ленту на вход магнитофона подаются одновременно сигналы с двух звуковых генераторов. В остальном методика аналогична описанной выше.

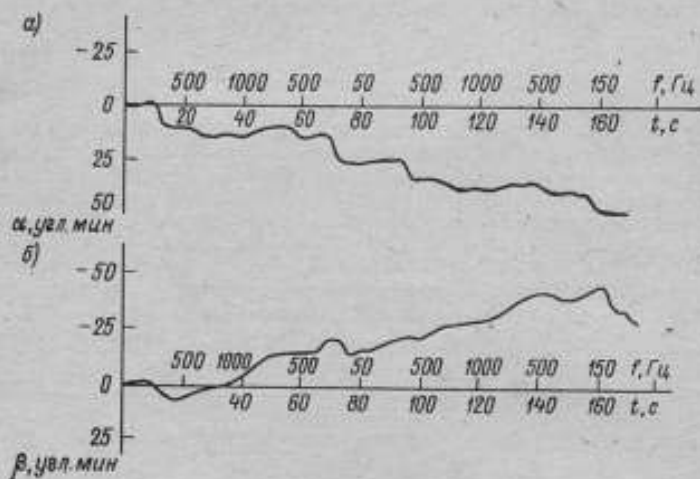


График измерения уходов гировертикали по:
а — наружной и б — внутренней оси

На рисунке приведены результаты измерений по указанной методике уходов гировертикали при действии вибрации с частотой, непрерывно изменяющейся во времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анилович В. Я. О применении методов теории стационарных случайных процессов к задаче анализа колебаний колесного трактора. — В сб. «Труды III-го совещания по основным проблемам теории машин и механизмов». Динамика машин. М., Машгиз, 1963, с. 260—268.
2. Дружинин Г. В. Надежность устройств автоматики. М., «Энергия», 1964. 320 с. с ил.
3. Иорш Ю. И. Защита самолетного оборудования от вибрации. М., Оборонгиз, 1949, 222 с. с ил.
4. Маликов М. Ф. Основы метрологии. М., Изд-во стандартов, 1949, 479 с. с ил.
5. Случайные колебания. Под ред. С. Н. Кренделла. М., «Мир», 1967, 356 с.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВЫХ ВИБРАЦИЙ НА ВРАЩАЮЩЕМСЯ ОБЪЕКТЕ

Точность прибора, установленного на подвижном объекте, в значительной степени зависит от его инвариантности к вибрационным перегрузкам. Угловые и линейные вибрации искажают информацию об измеряемых параметрах и сокращают сроки работы прибора.

В связи с этим измерение угловых вибраций является весьма актуальной задачей.

Работа прибора (рис. 1) на медленно вращающемся основании была рассмотрена в [1]. Для повышения чувствительности прибора используем принцип динамической настройки [2], для чего введем упругие моменты по осям подвеса. Таким образом, уравнения прибора в первом приближении представляются выражениями

$$\left. \begin{aligned} a\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + \mu\theta + (c\omega + k_1)\dot{\psi} &= -c(\omega_z \cos \omega t - \omega_\eta \sin \omega t); \\ d\ddot{\psi} - b\dot{\psi} + \mu\psi + (k\omega + k_2)\dot{\theta} &= k(\omega_\eta \sin \omega t + \omega_z \cos \omega t), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $a = J_z + J_{Bz}$; $b = H - (2J_z + J_{Bz} + J_{Bz} - J_{Bx})\omega$; $d = J_z + J_{Bz} + J_c$; $k = H - (a + J_{Hb} - J_{HD} - J_{Bx})\omega$; $c = H - (J_z + J_{Bz} - J_x)\omega$; $H = J\Omega$; μ — коэффициент вязкого трения; ω_z , ω_η — угловые скорости корпуса прибора; $\omega_z = \omega_{z0} + \omega_0 \sin qt$; $\omega_\eta = \omega_{\eta 0} + \omega_0 \cos qt$; k_1 , k_2 — коэффициенты упругости по внутренней и наружной осям подвеса; ω_{z0} , $\omega_{\eta 0}$ — постоянные составляющие угловой скорости корпуса; ω_0 — амплитуда гармонической составляющей угловой скорости корпуса.

Характеристическое уравнение системы (1) имеет вид

$$p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0,$$

$$a_3 = \frac{(a+d)\mu}{ad};$$

$$a_2 = \frac{ak' + dc' + b^2 + \mu}{ad};$$

$$a_1 = \frac{(c' + k')\mu}{ad};$$

$$a_0 = \frac{c'k'}{ad}.$$

Корни характеристического уравнения (2) принимают значения:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm i\beta;$$

$$p_{3,4} = -\gamma \pm i\varepsilon;$$

где

$$\alpha = \frac{(c\omega + k_1 + k\omega + k_2)\mu}{2(b^2 + c'd + k'a + \mu^2)};$$

$$\beta = \frac{(c\omega + k_1)(k\omega + k_2)}{ak' + dc' + b^2 + \mu^2} - \frac{(c' + k')^2 \mu^2}{4(ak' + dc' + b^2 + \mu^2)^2}; \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{(a+d)\mu}{2ad} - \frac{(c' + k')\mu}{2(ak' + dc' + b^2 + \mu^2)};$$

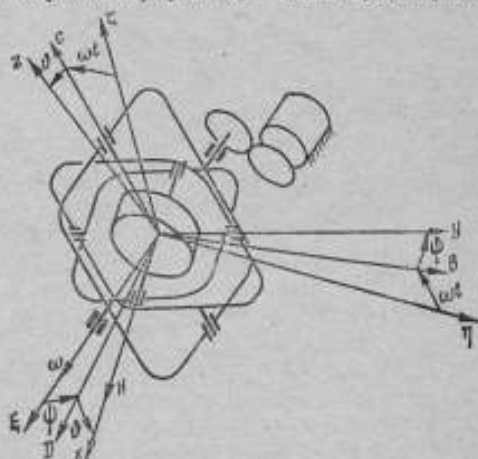


Рис. 1. Измеритель угловых вибраций на вращающемся основании

$$z^2 = \frac{ak' + dc' + b^2 + \mu^2}{ad} - \frac{c'k'}{ak' + c'd + b^2 + \mu^2} - \frac{(a+d)^2 \mu^2}{4(ad)^2} - \frac{(c' + k') \mu^2 (a+d)}{2ad(ak' + c'd + b^2 + \mu^2)} + \frac{3(c' + k')^2 \mu^2}{4(b^2 + c'd + k'a + \mu^2)^2}$$

$$c' = c\omega + k_1; \quad k' = k\omega + k_2$$

Полагая $\beta = \omega$, вводим условие динамической настройки. Подставив $p = \alpha - i\omega$ в (2), получим систему, из которой несложно найти коэффициенты упругих моментов k_1 и k_2

$$\omega^2 (a_2 - 4\alpha) - a_1 + 2a_2\alpha - 3a_3\alpha^2 - 4\alpha^3 = 0;$$

$$\omega^4 - a_2\omega^2 + a_0 - (3a_3\omega^2 + a_1)\alpha + (\alpha_2 - 6\omega^2)\alpha^2 - a_3\alpha^3 + \alpha^4 = 0, \quad (4)$$

Из анализа условий (4) динамической настройки следует, что члены содержащие μ в числителе, незначительно влияют на значение коэффициентов упругости. Тогда условие динамической настройки определится из соотношения

$$k_2 = -\frac{b^2\omega^2}{a\omega^2 - (c + k_1)} + d\omega^2 - k\omega \quad (5)$$

или при $k_1 = 0$

$$k_2 = (J_c - J_{HD} + J_{HB}) \omega^2.$$

В соответствии с найденными корнями (3) характеристического уравнения (2) решение однородной системы во вращающейся системе координат запишется в виде

$$\begin{aligned} \vartheta(t) &= e^{-\alpha t} (c_1 \cos \beta t + c_2 \sin \beta t) + e^{-\gamma t} (c_3 \cos \epsilon t + c_4 \sin \epsilon t); \\ \psi(t) &= e^{-\alpha t} (c_5 \cos \beta t + c_6 \sin \beta t) + e^{-\gamma t} (c_7 \cos \epsilon t + c_8 \sin \epsilon t). \end{aligned} \quad (6)$$

Частота вращения оси гироскопа относительно корпуса прибора $\nu = \omega - \beta$. Главная ось гироскопа совершает конусообразное движение вокруг оси принудительного вращения с частотой ν , на которое накладывается нутационное движение.

Расчетный анализ выражений (3) показал, что частота нутационных колебаний значительно превышает частоту прецессионного движения, поэтому, воспользовавшись принципом идентификации, представим уравнения гироскопа в виде

$$\begin{aligned} H\ddot{\psi} + H\omega_1\dot{\psi} &= -\mu\ddot{\theta} + H[\omega_{qc} \sin \omega t - \omega_{\xi r} \cos \omega t + \omega_0 \sin(\omega - q)t]; \\ -H\ddot{\theta} + H\omega_1\dot{\theta} &= -\mu\ddot{\psi} + H[\omega_{qc} \cos \omega t + \omega_{\xi c} \sin \omega t + \omega_0 \cos(\omega - q)t]. \end{aligned} \quad (7)$$

Система уравнений (7) описывает модель гироскопа, имеющего безынерционный подвес и совершающего прецессионное движение, аналогичное движению реального гироскопа

$$p_{12}^* = -\frac{\varepsilon_1 \omega_1}{1 + \varepsilon_1^2} \pm i \frac{\omega}{1 + \varepsilon_1^2} = p_{12} = -\alpha \pm i\beta,$$

где

$$\alpha = -\frac{\varepsilon_1 \omega_1}{1 + \varepsilon_1^2}; \quad \beta = \frac{\omega_1}{1 + \varepsilon_1^2}; \quad \varepsilon_1 = \frac{\mu}{H}. \quad (8)$$

Решение системы (7) с учетом условий (8) запишется в виде

$$\begin{aligned} \psi(t) &= e^{-\alpha t} (c_1 \cos \beta t + c_2 \sin \beta t) + M \sin \omega t + N \cos \omega t + \\ &+ G_1 \sin(\omega - q)t + G_2 \cos(\omega - q)t; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\delta(t) = e^{-\alpha t} (c_3 \cos \beta t + c_4 \sin \beta t) + P \cos \omega t + R \sin \omega t + E_1 \sin(\omega - q)t + E_2 \cos(\omega - q)t.$$

Съем сигнала целесообразнее всего осуществлять в невращающейся системе координат по величине угла рассогласования между вектором скорости принудительного вращения и осью $O \zeta[2]$, определяющегося частным решением выражений (9). Переходя от решения (9) во вращающейся системе координат к выражениям, определяющим положение ротора относительно корпуса с помощью формул

$$\begin{aligned} \chi &= \psi \cos \omega t + \delta \sin \omega t; \\ \lambda &= -\psi \sin \omega t + \delta \cos \omega t; \end{aligned} \quad (10)$$

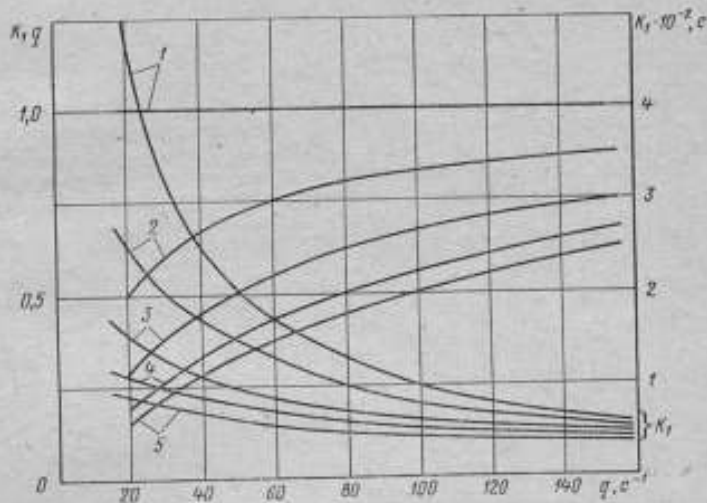


Рис. 2. График расчета коэффициента K_1 ($\nu > 0$, $\omega = 1000\text{с}^{-1}$, $\epsilon = \frac{\mu}{H} = 10^{-4}$) при ν , равном: 1—0; 2—20; 3—50; 4—80; 5—100

рассматривая только частное решение и полагая $\omega \zeta_c = 0$, имеем

$$\chi = \omega_{\eta c} W + \omega_0 K_1 \sin(qt + \varphi);$$

$$\lambda = \omega_{\eta c} U + \omega_0 K_1 \cos(qt + \varphi),$$

где χ и λ — углы, определяющие положение ротора относительно корпуса прибора

$$\begin{aligned} W &= \frac{2(\epsilon_1 \omega)^2 \omega_2 - (\omega + \omega_1) [\omega^2 - \omega_1^2 + (\epsilon_1 \omega)^2]}{[\omega^2 - \omega_1^2 + (\epsilon_1 \omega)^2] + 4\epsilon_1^2 \omega^2 \omega_1^2}; \\ U &= \frac{(\omega + \omega_1) 2\omega + [\omega^2 + (\epsilon_1 \omega)^2 - \omega_1] \epsilon_1 \omega}{[\omega^2 - \omega_1^2 + (\epsilon_1 \omega)^2]^2 + 4\epsilon_1^2 \omega^2 \omega_1^2}; \\ K_1 &= \sqrt{U_1^2 + W_1^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{U_1}{W_1}; \quad \omega_0 = Aq; \end{aligned} \quad (11)$$

$$W_1 = \frac{2e_1^2 (\omega - q)^2 \omega_1 - (\omega - q + \omega_1) [(\omega - q)^2 + (e_1 \omega)^2 - \omega^2]}{[(\omega - q)^2 - \omega_1^2 + (e_1 \omega)^2]^2 + [2e_1 (\omega - q) \omega_1]^2};$$

$$U_1 = \frac{[(\omega - q + \omega_1) 2\omega + [(\omega - q)^2 + (e_1 \omega)^2 - \omega^2]] e_1 \omega}{[(\omega - q)^2 - \omega_1^2 + (e_1 \omega)^2]^2 + [2e_1 (\omega - q) \omega_1]^2};$$

A — амплитуда вибраций.

Расчет коэффициента K_1 по формулам (11) приведен на рис. 2, из которого следует, что при $\nu = 0$ (условие динамической настройки) гироскоп измеряет вибрацию без искажения, при $\nu > 0$ коэффициент передачи K_1 уменьшается и в этом случае точность измерения будет зависеть и от собственных колебаний, и от чувствительности преобразователя угла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудряшов Г. Н., Павлов Вал. А. О движении астатического гироскопа с принудительным вращением карданова подвеса, установленного на подвижном основании. — «Труды ЛИАП», 1975, вып. 91, с. 107—113.
2. Сейвет П. Динамика идеальных подвесов в применении к вращающимся в пространстве телам. — «Механика», сб. пер. № 5. М., «Мир», 1967, 167 с. с ил.
3. Брозгуль Л. И., Смирнов Е. Л. Вибрационные гироскопы. М., «Машиностроение», 1970, 213 с. с ил.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.76/77.082.087.92

В. А. Иванов, Ю. Д. Поляков, Н. С. Чаленко

ВНИИМ

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

Во ВНИИМ разработаны электростатические преобразователи параметров движения, основанные на новых принципах. В отличие, например, от электростатических преобразователей [1] они не нуждаются в источниках переменного тока. Рассмотрим преобразователи, которые реализуют три принципа: механического переноса электрических зарядов движущимися телами; автоколебательного движения токопроводящих макрочастиц в электростатическом поле; периодизации пробоя газовых промежутков.

Для пояснения первого принципа рассмотрим работу электростатического преобразователя угловой скорости ЭПУС-3 [2] (рис. 1). Основной узел преобразователя представляет собой токопроводящее зубчатое колесо 3, закрепленное через изолятор 1 на вращающем валу 2. Ножевидные электроды 4 и 5 расположены на расстоянии 0,1 мм от острия зуба колеса 3 и последовательно с сопротивлением 7 подключены к источнику питания 6. Сопротивление 7 выбирается в пределе 0,2—1,0 МОм. При вращении вала зубья колеса 3 перемещаются относительно электродов 4 и 5 и переносят между ними электрические заряды. При этом на сопротивлении 7 выделяются электрические импульсы с крутым по времени фронтом нарастания порядка 0,8—1,2 мкс. Уменьшение амплитуды электрического импульса в два раза происходит за 1—1,5 мкс. Частота следования электрических импульсов регистрируется измерительным прибором 8. В качестве токопроводящего элемента для переноса электрического заряда вместо зубчатого колеса могут

быть применены любые выступающие детали на вращающемся объекте. Преобразователь измеряет угловую скорость в диапазоне 0,5—1000 рад/с и выдает результаты в цифровом виде. Он не создает вращающего момента на валу, скорость которого измеряется. Амплитуда выходного сигнала при напряжении 800—1000 В на электродах составляет 2—3 В и не зависит от измеряемой угловой скорости, форма выходного электрического сигнала также не зависит от нее.

В тех случаях, когда на измеряемую угловую скорость вращающегося вала не влияют моменты внешних сил трения порядка $2 \cdot 10^{-4}$ — $5 \cdot 10^{-6}$ Нм можно применять электростатические преобразователи без источника питания. В этом случае энергия для преобразователя передается от наэлектризованного за счет трения диэлектрического диска, на котором с двух сторон нанесены токопроводящие штрихи [3]. Накопленные разнополярные заряды на штрихах, расположенных друг против друга с двух сторон диэлектрического диска, разряжаются на ножевидные электроды, соединенные сопротивлением. С сопротивления снимаются электрические импульсы, частота следо-

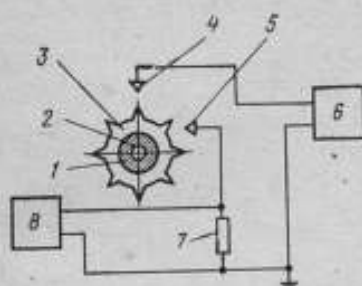


Рис. 1. Схема электростатического преобразователя угловой скорости

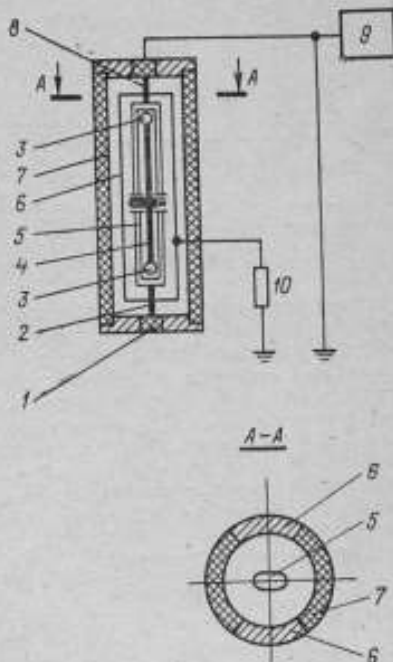


Рис. 2. Схема гиротактометра

вания которых пропорциональна угловой скорости диска. Автоколебательное движение токопроводящих макрочастиц в электростатическом поле рассматривалось в работе [4].

Схема гиротактометра, основанного на автоколебательном движении токопроводящей макрочастицы, приведена на рис. 2 [5]. Здесь в качестве токопроводящей частицы применены токопроводящие элементы 3, расположенные на диэлектрическом уравновешенном коромысле 4, в токопроводящей рамке 5 на подшипниках. Рамка 5 в свою очередь подвешена в крышках 1 корпуса 7 на упругих элементах 2 и 8. Электростатическое поле наводится между электродами 6 и токопроводящей рамкой 5. Напряжение питания 9 последовательно с сопротивлением 10 подводится к электродам 6 и рамке 5. Под действием сил электростатического поля элемент 3 вместе с коромыслом 4 совершают колебательное движение. При вращении прибора относительно оси, совпадающей с осью упругих элементов, на элемент 3 будет действовать поворотное ускорение. При этом элемент 3 вместе с коромыслом 4 и рамкой 5 будет совершать колебательное движение относительно

оси упругих элементов 2 и 8. Угол поворота рамки пропорционален измеряемой абсолютной угловой скорости.

Точность и добротность разработанного гироскопа и вибрационного гироскопа зависит, главным образом, от параметров колебательной системы. Для постоянства и увеличения частоты колебаний механической системы предложена усовершенствованная конструкция. Инерционные элементы колебательной системы выполнены в виде стеклянных шариков, на которые нанесены токопроводящие кольца. Перезарядка токопроводящей части коромысла происходит в момент касания стеклянным шариком электрода. Если шарик токопроводящий, то перезарядка его происходит при приближении к электроду на расстояние 0,3—0,8 мм, так как при этом снижается частота колебаний вследствие возникновения сил отталкивания.

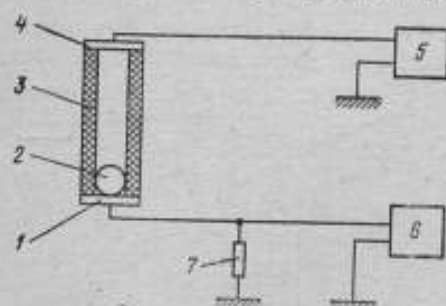


Рис. 3. Схема акселерометра

Этот принцип может быть использован также для измерения линейных ускорений [6]. Акселерометр для измерения линейных ускорений (рис. 3) представляет собой пустотелый диэлектрический цилиндр 3, в котором свободно размещен токопроводящий шарик 2. Шарик выполнен пустотелым и заполнен сыпучим веществом. Торцы пустотелого цилиндра 3 закрыты электродами 1 и 4, подключенными к источнику питания 5 последовательно с сопротивлением 7. При включении источника питания 5 между электродами 1 и 4 наводится электростатическое поле. Под действием сил электростатического поля токопроводящий шарик 2 начинает совершать колебательное движение между электродами 1 и 4. Время перемещения шарика 2 в одну и другую сторону под действием линейного ускорения различно. При этом измеряемое ускорение a будет определяться из выражения

$$a = \frac{h}{t_1^2} - \frac{h}{t_2^2},$$

где h — расстояние между электродами с вычитанием диаметра шарика; t_1 — время прохождения шариком пути h в направлении линейного ускорения; t_2 — время прохождения шариком пути h в направлении, противоположном направлению линейного ускорения.

На принципе автоколебаний токопроводящей макрочастицы разработан импульсный преобразователь линейных перемещений, схема которого приведена на рис. 4 [7]. Он содержит неподвижный электрод 4, расположенный между неподвижным 2 и подвижным 5 электродами. В межэлектродном пространстве 4—6 находится большое количество токопроводящих макрочастиц 3. Источник питания 7 последовательно с сопротивлением 8 подключен к электродам 2 и 6. При подаче постоянного напряжения на электроды на электроде 4 индуцируются заряды разных полярностей, и поэтому между электродами 4 и 2, 4 и 6 наводится электростатическое поле. Под действием сил электростатического поля токопроводящая сферическая частица 5 и токопроводящие макрочастицы 3 совершают колебательное движение. При этом

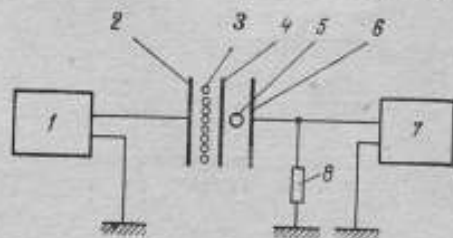


Рис. 4. Схема импульсного преобразователя линейных перемещений

на сопротивлении 8 выделяются импульсы тока, частота следования которых регистрируется прибором 1. Амплитуда импульсов токов, получаемых при колебании частицы 5, намного больше амплитуд импульсов, получаемых при колебании макрочастицы 3, что позволит регистрировать только импульсы, получаемые при колебании частицы 5. При изменении расстояния между электродами 4 и подвижным электродом 6 частота колебаний частицы 5 будет изменяться [4]. При перемещении электрода 6 расстояние между электродами 4 и 6 изменится от 0,8 мм (диаметр сферической частицы 5) до 10 мм. При этом частота электрических импульсов изменяется от 800 до 60 Гц и отсутствует пробой между электродами 4 и 6.

Аналитическое выражение для частоты автоколебаний токопроводящей частицы с учетом жесткости получено в [8]. Рассмотрим влияние вязкости на частоту автоколебаний макрочастицы.

К колебательной системе приложен момент электростатических сил

$$M(\varphi) = 1,68QE l \cos \varphi, \quad (1)$$

где Q — заряд на токопроводящих кольцах; E — напряженность поля между электродами; φ — угол отклонения штанги с шариками; l — плечо.

Для малых углов φ_0 (порядка $2-4^\circ$) можно записать $\cos \varphi_0 \approx 1$. Полагая, что при перемещении колебательной системы от одного электрода к другому вращающий момент $M(\varphi) = M = \text{const}$. С учетом силы вязкости трения уравнение штанги с шариками между электродами будет иметь вид

$$J\ddot{\varphi} + f\dot{\varphi} = M \quad \text{при } 0 < \varphi < \varphi_0, \quad (2)$$

где J — момент инерции колебательной системы; f — коэффициент вязкого трения.

При определении частоты механических автоколебаний штанги с шариками необходимо вычислить ее угловую скорость в установившемся режиме. Для этого уравнение (2) приведем к виду

$$\omega \frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{f}{J} \omega = \frac{M}{J}. \quad (3)$$

Для интегрирования уравнения (3) введем новую переменную $\frac{f}{J} \omega =$

$\frac{M}{l} = x$, тогда (3) примет вид

$$\frac{J^2}{f^2} \left(x + \frac{M}{J} \right) \frac{dx}{d\varphi} + x = 0. \quad (4)$$

После разделения переменных получим

$$\frac{J^2}{f^2} \frac{\frac{f}{J} \omega_n - \frac{M}{J}}{\frac{f}{J} \omega_n k - \frac{M}{J}} \int \left(x + \frac{M}{J} \right) \frac{dx}{x} = - \int_{-\varphi}^{\varphi_0} d\varphi, \quad (5)$$

где k — коэффициент восстановления импульса при ударе шарика об электроды; ω_n — угловая скорость штанги с шариками при установившемся режиме перед касанием электрода.

При записи выражения (5) необходимо учитывать, что при ударах шариков об электроды изменяется знак заряда Q , а также направление вектора вращающего момента M поля.

После интегрирования (5) и последующего преобразования получим трансцендентное уравнение

$$\ln \frac{f\omega_n - M}{f\omega_n k - M} = - \frac{2\varphi_0 f^2}{JM} - \frac{f\omega_n (1-k)}{M}. \quad (6)$$

Для приближенного решения выражения (6) приведем его к виду

$$\frac{f(\omega_n - M)}{f(\omega_n k - M)} = e^{-\left[\frac{J\omega_n(1-k)}{M} + \frac{2\varphi_0 J^2}{JM}\right]} \quad (7)$$

Разложив правую часть выражения (7) в степенной ряд и подставив числовые значения его слагаемых, определим сходимость ряда. Числовые значения параметров колебательной системы взяты для исследованного прибора. Сумма ряда стремится к единице. Ограничиваясь двумя слагаемыми ряда, что приводит к относительной погрешности 0,1%, определим зависимость угловой скорости от параметров колебательной системы

$$\omega_n = \frac{1}{(1-k)J} \sqrt{\varphi_0^2 J^2 + 2\varphi_0 M J (1-k)} - \frac{\varphi_0 J}{(1-k)J} \quad (8)$$

Частота механических колебаний штанги с шариками будет иметь вид

$$\Omega_n = \frac{\omega_{ср}}{4\varphi_0} = \frac{\omega_n + k\omega_n}{8\varphi_0}$$

При контакте шариков с электродами токопроводящее кольцо перезаряжается, в результате чего на сопротивлении, последовательно включенном с источником питания, возникают электрические импульсы. В связи с этим частота следования электрических импульсов будет вдвое больше

$$\Omega_s = \frac{\omega_n + k\omega_n}{4\varphi_0} \quad (9)$$

Подставляя ω_n из выражения (8) и (9), после преобразования получим

$$\Omega_s = \left[\frac{1}{4\varphi_0 J} \sqrt{\varphi_0^2 J^2 + 2\varphi_0 M J (1-k)} - \frac{f}{4J} \right] \frac{1+k}{1-k} \quad (10)$$

Подставляя величину M из выражения (1) с учетом малости угла φ в (10), получим окончательно

$$\Omega_s = \left[\frac{1}{4\varphi_0 J} \sqrt{\varphi_0^2 J^2 + 3,36\varphi_0 J (1-k) QEI} - \frac{f}{4J} \right] \frac{1+k}{1-k} \quad (11)$$

Для повышения частоты колебаний необходимо подбирать материал электродов и шариков таким образом, чтобы их коэффициент k был близок к единице.

Измерение частоты следования электрических импульсов позволяет следить за постоянством средней скорости колебательной системы, что повышает точность измерения абсолютной угловой скорости с помощью тахогенераторов.

На принципе автоколебания токопроводящей частицы в электростатическом поле созданы приборы со струнными преобразователями. Они применяются для преобразования силы, ускорения, угловой скорости, перемещения в частоту колебаний струны [8, 9, 10]. Аналитическое выражение для частоты автоколебаний струны с учетом ее упругости получено в [8]. Движение струнных преобразователей рассмотрено в [11].

На рис. 5 приведена схема преобразователя с кварцевой струной, покрытой токопроводящим слоем. Кварцевая струна 2 с токопроводящим покрытием натянута в рамке 3 из диэлектрика и подключена к источнику питания 5 последовательно с высокоомным сопротивлением 4 порядка 600 мОм. С двух сторон к струне 2 подведены электроды 1, которые последовательно с сопротивлением 7 порядка 0,5 мОм подключены к корпусу источника питания 5. К сопротивлению 7 подключен измерительный прибор 8. При подаче напряжения на струну 2 и электроды 1 между ними наводится электростатическое

поле. Под действием сил поля струна 2 совершает поперечные колебания между электродами 1, не касаясь их [10]. Разряд между струной 2 и электродами 1 происходит за счет ионизации тонкого слоя воздуха. Натяжение струны производилось с силой от $0,2 \cdot 10^{-2}$ до $2 \cdot 10^{-2}$ Н, при этом частота поперечных колебаний струны изменялась от 1 до 5 кГц. Амплитуда колебаний струны составляла 0,5 мм.

Явление периодизации пробоя в газах отмечено, например, в [12]. На этой основе разработан ряд приборов [13, 14]. Рассмотрим устройство для измерения угла поворота (рис. 6). Электрод 2, выполненный в виде полусферы, закреплен с помощью штока на поворотном валу 3, к которому подключен выход источника питания 6. Электрод 5, выполненный в виде витка резьбы, подключен к корпусу источника питания 6 последовательно с высокоомным сопротивлением 7 и низкоомным сопротивлением 8. Вход регистрирующего устройства 9 подключен к низкоомному сопротивлению 8.

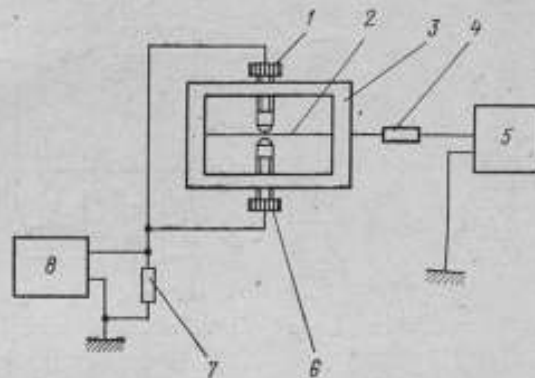


Рис. 6. Схема струнного преобразователя.

Вал 3 закреплен в корпусе 4 прибора с помощью диэлектрических дисков 1, несущих радиальноупорные подшипники. При подаче постоянного напряжения на электроды 2 и 5 в зазоре между ними наблюдается электрический пробой газа. В момент пробоя на низкоомном сопротивлении возникают электрические импульсы, частота следования которых пропорциональна расстоянию между электродами 2 и 5, т. е. углу поворота. Диапазон измерения угла поворота составляет от 0 до 360° .

Аналогичная система может быть применена для измерения линейных перемещений. В результате экспериментального исследования таких систем установлено, что при изменении зазора между электродами от 0 до 0,4 мм частота следования электрических импульсов изменяется от 1 до 6000 Гц при напряжении питания 2000 В. При этом амплитуда выходного сигнала составляет не менее 1 В.

На основании принципа периодизации пробоя в газах разработан угловой акселерометр [13]. Он представляет собой (рис. 7) торoidalный корпус 1, разделенный непроницаемой перегородкой 3, которая одновременно является электродом. По обе стороны перегородки расположены электроды 2 и 4. Электрод 3 подключен к выходу источника питания 5, а электроды 2 и 4 последовательно с низкоомными сопротивлениями 7, 10 и высокоомным сопротивлением 6 — к корпусу источника питания 5. Вход смесителя частот 8 подключен к низкоомным сопротивлениям 7 и 10, а его выход — к измерительному прибору 9. Смеситель частот 8 реагирует также на разность частот на его входе (фаза-частотный дискриминатор). При подаче постоянного напряжения на электроды 2, 3 и 4 от источника питания 5 в зазоре между

электродами 2 и 3, 3 и 4 будет наблюдаться электрический пробой газа. При этом на низкоомных сопротивлениях 7 и 10 выделяются электрические импульсы. Частота следования импульсов зависит от зазора между электродами, сопротивлений, напряжения источника питания и давления газа в тороидальном корпусе прибора. При угловом ускорении, равном нулю, частоты следования импульсов устанавливаются одинаковыми подбором сопротивлений 7 и 10. Зазоры между электродами 2 и 3, 3 и 4 устанавливаются примерно одинаковыми. Одинаковые частоты следования электрических импульсов посылаются на вход смесителя 8, при этом на входе последнего разность равна нулю. При воздействии углового ускорения давление в зазорах электродов 2 и 3, 3 и 4 изменяется. Разность давлений в этих зазорах пропор-

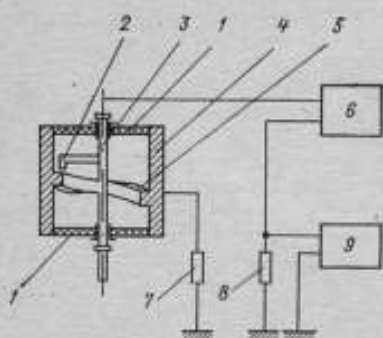


Рис. 6. Схема устройства для измерения угла поворота

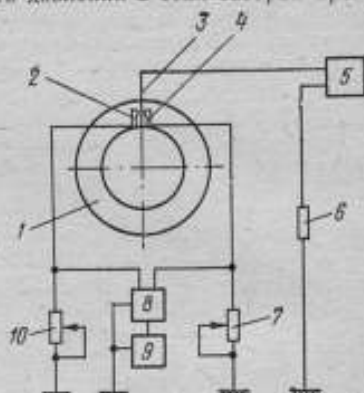


Рис. 7. Схема углового акселерометра

циональна измеряемому угловому ускорению. На выходе смесителя 8 выделяется разностная частота, пропорциональная угловому ускорению. Так как контур, в котором изменится давление, замкнут, а электроды 2 и 4 находятся в одной точке, то линейное ускорение практически не влияет на выходной сигнал углового акселерометра. Для повышения чувствительности корпус акселерометра может быть выполнен многovitковым. Так как периодизация пробоя в газах существенным образом зависит от давления в объеме, где расположены электроды, то этот принцип может быть применен также для измерения давления [14].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новицкий П. В., Кноринг В. Г., Гутников В. С. Цифровые приборы с частотными датчиками, М. —Л., «Энергия», 1970, 423 с., с ил.
2. Иванов В. А., Чаленко Н. С., Лассан В. Л. Устройство для измерения угловой скорости. Авт. свид. № 365647. — «Бюлл. изобр.», 1973, № 6, с. 96—97.
3. Азизов А. М., Иванов В. А., Чаленко Н. С. Устройство для измерения угловой скорости. Авт. свид. № 417722. — «Бюлл. изобр.», 1974, № 8, с. 126—127.
4. Мяздриков О. А. Определение коэффициента восстановления импульса при ударе. — «Заводская лаборатория», 1966, № 11, с. 1374—1376.
5. Иванов В. А., Мяздриков О. А., Чаленко Н. С. Тахометр. Авт. свид. № 408216. — «Бюлл. изобр.», 1973, № 47, с. 47.
6. Иванов В. А., Павлов И. В., Чаленко Н. С. Акселерометр. Авт. свид. № 393683. — «Бюлл. изобр.», 1973, № 33, с. 170.

7. Иванов В. А., Поваренков А. С., Чаленко Н. С. Устройство для преобразования малых линейных перемещений в импульсный электрический сигнал. Авт. свид. № 446740 — «Бюлл. изобр.» 1974; № 38, с. 102.

8. Иванов В. А., Чаленко Н. С. Струнный преобразователь в сб. «Новые конструкции точных механизмов и приборов и технология их изготовления». Изд. ЛДНТП, 1974, с. 41—45.

9. Иванов В. А., Чаленко Н. С. Устройство для измерения резонансных частот упругих элементов. Авт. свид. № 373544. — «Бюлл. изобр.» 1973, № 14, с. 113—114.

10. Бычков Ю. А., Иванов В. А., Лоос Г. Д., Чаленко Н. С. Струнный преобразователь. Авт. свид. № 496477. — «Бюлл. изобр.», 1975, № 47, с. 102.

11. Бычков Ю. А., Иванов В. А., Чаленко Н. С. Анализ динамических свойств электростатических струнных преобразователей. — Изв. вузов СССР. «Приборостроение», 1974, № 10, т. 5—9.

12. Леб Л. Основные процессы электрических зарядов в газах. М.—Л., «Гостехиздат», 1950, 676 с., с ил.

13. Бычков Ю. А., Иванов В. А., Лоос Г. Д., Чаленко Н. С. Угловой акселерометр. Авт. свид. № 463911. — «Бюлл. изобр.» 1975, № 10, с. 99.

14. Бычков Ю. А., Иванов В. А., Лоос Г. Д., Чаленко Н. С. Преобразователь давления в частоту следования электрических импульсов. Авт. свид. № 485333. — «Бюлл. изобр.», 1975, № 35, с. 112.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.76/.77.082:621.315.615.088.72

Н. С. Чаленко
вним

ВОЗМОЖНОСТЬ СОЗДАНИЯ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ДВИЖЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ В НЕОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

При проведении работ по созданию жидкостных преобразователей механических величин (параметров движения) обнаружено движение истинных растворов полярной жидкости (например, спиртов, кетонов) в жидком неполярном диэлектрике (керосине, четыреххлористом углероде и т. д.) в сильных неоднородных электростатических полях. При этом скорость движения жидкости превышает 2,0 м/с.

С целью изучения физической сущности этого эффекта и возможности использования его в приборостроении были изготовлены системы, с помощью которых создавались электростатические поля различной конфигурации. Плоское электростатическое поле, образованное электродами, расположенными по образующей цилиндра, вызывает вращение жидкости. Угловая скорость жидкости, полученная при среднем значении напряженности поля порядка $5 \cdot 10^4$ В/м, составляет более 80 рад/с, причем угловая скорость и вращающий момент линейно зависят от напряжений, приложенного к электродам. Неоднородное поле, образованное электродами, расположенными в одной плоскости, вызывает линейное движение жидкости. При этом на систему электродов действует реактивная сила, которая также линейно зависит от напряжений, приложенного к электродам. Коэффициент полезного действия исследуемых систем предварительно составил 50—60%.

В результате экспериментального исследования данного эффекта обнаружено, что при определенной конструкции электродов четное их число вызывает устойчивое движение жидкости от минуса к плюсу, т. е. в одну сторону, а нечетное вызывает стабильные автоколебания жидкости и системы электродов, т. е. движение жидкости в одну и другую сторону с постоянным периодом. Данное явление имеет существенное значение для практического использования этого эффекта.

На основании экспериментальных данных установлено, что максимальная скорость жидкости достигается при содержании 6% об. C_2H_5OH в CCl_4 . При увеличении концентрации спирта более 6% об. скорость движения уменьшается, а при концентрации более 20% об. резко возрастает ток в цепи питания. Причиной возникновения этого эффекта является образование зарядов в области электродов за счет эмиссии с электродов или ионизации молекул полярной жидкости. Молекулы полярной жидкости являются, по-видимому, акцепторами и донорами зарядов, так как при определенном движении жидкости в ней с помощью дополнительных электродов образуются положительные и отрицательные заряды. Это подтверждается также тем, что при добавлении полярной жидкости в жидкий неполярный диэлектрик происходит движение раствора и появляется ток в цепи питания, что указывает на перенос зарядов (электронов) между электродами движущимися молекулами полярной жидкости. Для исследования применялись электроды из латуни. При применении раствора C_2H_5OH в CCl_4 не замечено ни коррозии электродов, ни налета на них.

Полученные экспериментальные данные подтверждают возможность применения описанного эффекта не только для создания средств измерения и воспроизведения параметров движения, но и для измерения высоких напряжений, воспроизведения и измерения давления, при исследовании гидродинамических процессов и т. д.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.77:519.2

А. М. Азизов
ЛТИ
В. А. Иванов,
А. Г. Курицын
ВНИИМ

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ 2-го ПОРЯДКА СО СЛУЧАЙНО ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

Целью работы было получение формул, позволяющих учесть влияние случайных изменений параметров преобразователей на точность измерений статистических характеристик исследуемых процессов. Задача решалась применительно к измерительным преобразователям 2-го порядка: линейным и угловым акселерометрам, гироскопам, электронизмерительным приборам и т. д.

Пусть измерительный преобразователь описывается уравнением

$$y'' + h(t)y' + \omega(t)y = f(t) \quad (1)$$

с начальными условиями

$$y(0) = y'(0) = 0, \quad (2)$$

где $h(t)$, $\omega(t)$, $f(t)$ — нормально распределенные стационарные случайные функции, которые в общем случае могут быть стационарно коррелированы.

Решая уравнение (1) методом [1], получим

$$y(t) \approx y_0(t) + y_1(t), \quad (3)$$

где

$$y_0(t) = \int_0^t g(t-\tau) f(\tau) d\tau; \quad (4)$$

$$y_1(t) = - \int_0^t \int_0^{\tau_1} g(t-\tau_1) [g'(\tau_1 - \tau_2) \tilde{h}(\tau_1) + g(\tau_1 - \tau_2) \tilde{\omega}(\tau_1)] f(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2. \quad (5)$$

Здесь $\bar{h}(t) = h(t) - M[h(t)]$ и $\bar{w}(t) = w(t) - M[w(t)]$ — центрированные значения параметров $h(t)$ и $w(t)$; $g(\tau)$ — импульсная переходная функция преобразователя при $\bar{h}(t) = \bar{w}(t) \equiv 0$, т. е.

$$g(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\omega_0 - \frac{h_0^2}{4}}} e^{-\frac{h_0}{2}\tau} \sin \sqrt{\omega_0 - \frac{h_0^2}{4}} \tau, \quad (6)$$

где $h_0 = M[h(t)]$; $\omega_0 = M[w(t)]$.

При этом считаем, что $h_0 > 0$; $\omega_0 - \frac{h_0^2}{4} > 0$.

Поскольку $M[\bar{h}(t)] = M[\bar{w}(t)] = 0$, то, согласно (3), (4) и (5), получим

$$M[y(t)] \approx \int_0^t \int_0^{\tau_1} g(\tau) d\tau - \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} g(t - \tau_1) [g'(\tau_1 - \tau_2) k_{hf}(\tau_1 - \tau_2) + g(\tau_1 - \tau_2) k_{wf}(\tau_1 - \tau_2)] d\tau_1 d\tau_2, \quad (7)$$

где $f_0 = M[f(t)]$; $k_{hf}(\tau)$, $k_{wf}(\tau)$ — корреляционные функции связи соответствующих процессов.

Найдем выражение для корреляционной функции решения $y(t)$. Согласно (3), получим

$$k_y(t_1, t_2) \approx k_{y_0}(t_1, t_2) + k_{y_0, y}(t_1, t_2) + k_{y, y_0}(t_1, t_2) + k_{y, y_1}(t_1, t_2).$$

Отбрасывая в этом равенстве последнее слагаемое, в первом приближении получим

$$k_y(t_1, t_2) \approx k_{y_0}(t_1, t_2) + k_{y_0, y_1}(t_1, t_2) + k_{y_1, y_0}(t_1, t_2). \quad (8)$$

Можно показать [2], что для нормально распределенных случайных величин x_1, x_2, x_3 справедливы формулы

$$\overline{x_1 x_2 x_3} = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} + \overline{x_1} k_{23} + \overline{x_2} k_{13} + \overline{x_3} k_{12}. \quad (9)$$

Используя (4), (5), (6), (8) и (9), получим

$$k_y(t_1, t_2) \approx \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} g(\tau_1) g(\tau_2) k_f(\tau_1 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 - f_0 \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} g(t_1 - \tau_1) \times \\ \times g(t_2 - \tau_2) \left\{ [g(\tau_2) + g(\tau_1)] k_{hf}(\tau_1 - \tau_2) + \left[\int_0^{\tau_2} g(\tau) d\tau + \int_0^{\tau_1} g(\tau) d\tau \right] \times \right. \\ \left. \times k_{wf}(\tau_1 - \tau_2) \right\} d\tau_1 d\tau_2. \quad (10)$$

При выводе (10) учитывалось, что все используемые корреляционные функции вещественные.

Таким образом, формулы (7) и (10) позволяют в первом приближении вычислить математические ожидания и корреляционные функции показаний рассматриваемой группы измерительных преобразователей.

Найдем, в качестве примера, математическое ожидание решения в установившемся режиме, т. е. при $t \rightarrow \infty$, в следующих случаях:

- $k_{hf}(\tau) = D_{hf} e^{-\alpha_{hf}|\tau|}$; $k_{wf}(\tau) = D_{wf} e^{-\alpha_{wf}|\tau|}$;
- $k_{hf}(\tau) = D_{hf} e^{-\alpha_{hf}|\tau|} \cos \beta_{hf}\tau$; $k_{wf}(\tau) = D_{wf} e^{-\alpha_{wf}|\tau|} \cos \beta_{wf}\tau$;

$$3. k_{hf}(\tau) = D_{hf} e^{-\alpha_{hf} |\tau|} \left(\cos \beta_{hf} \tau + \frac{\alpha_{hf}}{\beta_{hf}} \sin \beta_{hf} |\tau| \right);$$

$$k_{wf}(\tau) = D_{wf} e^{-\alpha_{wf} |\tau|} \left(\cos \beta_{wf} \tau + \frac{\alpha_{wf}}{\beta_{wf}} \sin \beta_{wf} \delta \right);$$

$$4. k_{hf}(\tau) = D_{hf} e^{-\alpha_{hf} |\tau|} (1 + \alpha_{hf} |\tau|);$$

$$k_{wf}(\tau) = D_{wf} e^{-\alpha_{wf} |\tau|} (1 + \alpha_{wf} |\tau|).$$

Подставляя эти выражения в формулу (7), интегрируем с учетом (6) и переходя к пределу, получим соответственно

$$\bar{y} = \lim_{t \rightarrow \infty} M[y(t)] \approx \frac{f_0}{\omega_0} - \frac{D_{hf} \alpha_{hf}}{\omega_0 P(\alpha_{hf})} - \frac{D_{wf}}{\omega_0 P(\alpha_{wf})}; \quad (11)$$

$$\bar{y} \approx \frac{f_0}{\omega_0} - \frac{D_{hf} [\alpha_{hf} P(\alpha_{hf}) + \beta_{hf}^2 (\alpha_{hf} + h_0)]}{\omega_0 \{ [P(\alpha_{hf}) - \beta_{hf}^2]^2 + \beta_{hf}^2 (2\alpha_{hf} + h_0)^2 \}} - \frac{D_{wf} [P(\alpha_{wf}) - \beta_{wf}^2]}{\omega_0 \{ [P(\alpha_{wf}) - \beta_{wf}^2]^2 + \beta_{wf}^2 (2\alpha_{wf} + h_0)^2 \}}; \quad (12)$$

$$\bar{y} = \frac{f_0}{\omega_0} - \frac{D_{hf} (\alpha_{hf}^2 + \beta_{hf}^2) (2\alpha_{hf} + h_0)}{\omega_0 \{ [P(\alpha_{hf}) - \beta_{hf}^2]^2 + \beta_{hf}^2 (2\alpha_{hf} + h_0)^2 \}} - \frac{D_{wf} (3\alpha_{wf}^2 + 2\alpha_{wf} h_0 + \omega_0 - \rho_{wf}^2)}{\omega_0 \{ [P(\alpha_{wf}) - \beta_{wf}^2]^2 + \beta_{wf}^2 (2\alpha_{wf} + h_0)^2 \}}; \quad (13)$$

$$\bar{y} \approx \frac{f_0}{\omega_0} - \frac{D_{hf} \alpha_{hf}^2 (2\alpha_{hf} + h_0)}{\omega_0 [P(\alpha_{hf})]^2} - \frac{D_{wf} (3\alpha_{wf}^2 + 2\alpha_{wf} h_0 + \omega_0)}{[P(\alpha_{wf})]^2}; \quad (14)$$

где

$$P(\alpha) = \alpha^2 + h_0 \alpha + \omega_0.$$

Вычислим также дисперсию показаний измерительного преобразователя в установившемся режиме в следующих случаях:

$$1. k_f(\tau) = D_f e^{-\alpha_f |\tau|}; \quad k_{wf}(\tau) = D_{wf} e^{-\alpha_{wf} |\tau|};$$

$$2. k_f(\tau) = D_f e^{-\alpha_f |\tau|} \cos \beta_f \tau; \quad k_{wf}(\tau) = D_{wf} e^{-\alpha_{wf} |\tau|} \cos \beta_{wf} \tau;$$

$$3. k_f(\tau) = D_f e^{-\alpha_f |\tau|} \left(\cos \beta_f \tau + \frac{\alpha_f}{\beta_f} \sin \beta_f |\tau| \right);$$

$$k_{wf}(\tau) = D_{wf} e^{-\alpha_{wf} |\tau|} \left(\cos \beta_{wf} \tau + \frac{\alpha_{wf}}{\beta_{wf}} \sin \beta_{wf} |\tau| \right);$$

$$4. k_f(\tau) = D_f e^{-\alpha_f |\tau|} (1 + \alpha_f |\tau|); \quad k_{wf}(\tau) = D_{wf} e^{-\alpha_{wf} |\tau|} (1 + \alpha_{wf} |\tau|).$$

При этом $k_{hf}(t)$ во всех случаях предполагается ограниченной.

Подставляя эти выражения в формулу (10), интегрируя с учетом (6) и переходя к пределу, получим соответственно

$$D_y \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} k_y(t_s) \approx \frac{D_f(\alpha_f + h_0)}{h_0 w_0 P(\alpha_f)} - \frac{2f_0 D_{wf}(\alpha_{wf} + h_0)}{w_0^2 h_0 P(\alpha_{wf})}; \quad (15)$$

$$D_y \approx \frac{D_f [(\alpha_f + h_0) P(\alpha_f) + \alpha_f \beta_f^2]}{h_0 w_0 [P(\alpha_f) - \beta_f^2]^2 + \beta_f^2 (2\alpha_f + h_0)^2} - \frac{2f_0 D_{wf} [(\alpha_{wf} + h_0) P(\alpha_{wf}) + \alpha_{wf} \beta_{wf}^2]}{w_0^2 h_0 [P(\alpha_{wf}) - \beta_{wf}^2]^2 + \beta_{wf}^2 (2\alpha_{wf} + h_0)^2}; \quad (16)$$

$$D_y \approx \frac{D_f [2\alpha_f (\alpha_f + h_0)^2 + h_0 w_0 + 2\alpha_f \beta_f^2]}{h_0 w_0 [P(\alpha_f) - \beta_f^2]^2 + \beta_f^2 (2\alpha_f + h_0)^2} \quad (17)$$

$$D_y \approx \frac{2f_0 D_{wf} [2\alpha_{wf} (\alpha_{wf} + h_0)^2 + h_0 w_0 + 2\alpha_{wf} \beta_{wf}^2]}{w_0^2 h_0 [P(\alpha_{wf}) - \beta_{wf}^2]^2 + \beta_{wf}^2 (2\alpha_{wf} + h_0)^2} - \frac{D_f [2\alpha_f (\alpha_f + h_0)^2 + h_0 w_0]}{h_0 w_0 [P(\alpha_f)]^2} - \frac{2f_0 D_{wf} [2\alpha_{wf} (\alpha_{wf} + h_0)^2 + h_0 w_0]}{w_0^2 h_0 [P(\alpha_{wf})]^2}. \quad (18)$$

Таким образом, полученные общие соотношения (7) и (10), а также частные результаты (11) — (18) являются основой статистического анализа в рамках корреляционной теории измерительных преобразователей 2-го порядка со случайно изменяющимися параметрами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schelkunoff S. A. Solution of linear and slightly nonlinear differential equations. — «Quart. J. Appl. Math», 1946, N 4, p. 348—355.
2. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968, 463 с. с ил.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 621.317.72.083.92—526:681.3.05:531.77

Ю. А. Торолов

ЛЭТИ

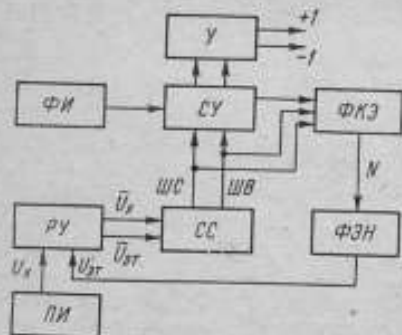
ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ

При измерении параметров движения с помощью приборов, работающих на различных физических принципах, часто возникает необходимость приведения информации к единой цифровой форме. Наличие табличных данных, точные преобразования координат, вычисление параметров траектории и высокая точность обусловили преимущественное применение в таких системах цифровой вычислительной техники [1, 4]. Для согласования цифровых вычислительных машин с чувствительными элементами используются универсальные преобразователи напряжения в код, входящие в состав современных автоматизированных систем, вычислительных комплексов, систем измерения, регистрации и обработки информации.

Аналоговые электрические сигналы чаще всего преобразуются в двоичный код, что объясняется простотой выполнения последующих арифметических операций. Кроме того, двоичная система счисления оказывается наиболее экономичной при построении машины из элементов с двумя устойчивыми состояниями. Однако иногда обмен информацией целесообразно произ-

водить не в коде, а в приращениях, так как при этом практически устраняются погрешности коммутации, создается возможность хранения и передачи информации по каналам связи при наличии шумов. Для передачи l -разрядного числа параллельным кодом требуется l одноразрядных каналов связи, а последовательным кодом — один канал, но время передачи при этом составляет lt , где t — период следования разрядов числа. Для хранения результата нужна l -разрядная ячейка памяти.

Приращения могут принимать значения $+1, 0, -1$. Таким образом, для передачи приращения, включая его знак, требуется всего два канала связи. Преимуществом данного способа является также большее количество полезной информации, содержащейся в передаваемых результатах, что особенно важно при телеизмерениях и регистрации, когда число каналов связи и время обмена информацией очень ограничено. К недостаткам этого способа



Структурная схема преобразования аналоговых сигналов

следует отнести ограничения величины изменения входных сигналов, которые могут быть переданы в течение шага счета, и трудность восстановления вычисленного значения этих сигналов при искажении в каналах передачи при искажении в последнем случае небольшие искажения могут быть исправлены с помощью специальных кодов [2, 3].

Структурная схема преобразования аналоговых сигналов в дискретную форму с инкрементной передачей приведена на рисунке, где введены следующие обозначения: ПИ — преобразователь информации, РУ — развязывающее устройство, СС — схема сравнения, СУ — схема управления, ФИ — формирователь импульсов, ФКЭ — формирователь кодовых эквивалентов, ФЭН — формирователь эталонного напряжения, У — усилитель, u_x — кодируемое напряжение, \bar{u}_x — нормированное кодируемое напряжение, $u_{ст}$ — эталонное напряжение, $\bar{u}_{ст}$ — нормированное эталонное напряжение, N — двоичный код, $+1$ — положительные единичные приращения u_x , -1 — отрицательные единичные приращения u_x , ШС — шина сложения, ШВ — шина вычитания.

Развязывающее устройство служит для согласования ПИ и СС по нагрузке, а также для нормирования уровней u_x и $u_{ст}$ в случае использования преобразователей с различными диапазонами измеряемых параметров. При подаче питания на схему на ФКЭ устанавливается произвольный код N. Пусть напряжение $u_x = 0$ и $\bar{u}_x - \bar{u}_{ст} \leq -U_0$, где U_0 — напряжение срабатывания схемы сравнения. Следящая система РУ—СС—СУ—ФКЭ—ФЭН устанавливает $\bar{u}_{ст}$ равным нулю с точностью до шага квантования. Дальнейшая работа схемы зависит от соотношения кодируемого напряжения u_x и эталонного напряжения $u_{ст}$. Если $(\bar{u}_x - \bar{u}_{ст}) > +U_0$, то сигнал СС поступает по шине сложения на СУ и ФКЭ. Схема управления начнет пропускать тактовые импульсы от ФИ на усилитель У и ФКЭ. Код N начнет увеличиваться, соответственно увеличивается и $\bar{u}_{ст}$ до выполнения условия

$$|\bar{u}_x - \bar{u}_{ст}| < U_0,$$

где U_0 — напряжение отпущения СС. При этом каждому коду N на ФКЭ соответствует эталонное напряжение $u_{ст}$ на ФЭН.

Одновременно с изменением кода N с выхода усилителя У снимаются импульсы, каждый из которых соответствует единичному положительному изменению u_x . При выполнении вышеприведенного условия кодируемое \bar{u}_x

и эталонное $u_{ст}$ напряжения считаются равными и СС устанавливается в нейтральное положение.

Если $(\bar{u}_x - \bar{u}_{ст}) < -U_{п}$, то уравновешивание напряжений \bar{u}_x и $\bar{u}_{ст}$ происходит по шине вычитания до выполнения этого условия. При этом с уменьшением кода N с выхода $У$ снимаются импульсы, каждый из которых соответствует единичному отрицательному изменению u_x .

Преобразователь, собранный по рассмотренной структурной схеме, был изготовлен в виде автономного блока и размещен на двух платах 160×130 мм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богуславский И. А. Методы навигации и управления по неполной статистической информации. М., «Машиностроение», 1970, 256 с., с ил.
2. Козырева Г. М., Шляйко А. В. Об обнаружении и исправлении ошибок в каналах связи с дельта-модуляцией первого и высшего порядков. — «2-я Всесоюзная конференция по теории кодирования и ее приложения». М., «Наука», 1966, с. 19—27.
3. Хемминг Р. В., Сильвер Р. А., Болсер М. и др. Коды с обнаружением и исправлением ошибок. Пер. с англ. под ред. Петровского А. М. М., Изд-во иностр. литер., 1956, 71 с.
4. Челпанов И. Б. Оптимальная обработка сигналов в навигационных системах. М., «Наука», 1967, 392 с., с ил.

Поступила в редакцию 12.2.1976 г.

УДК 531.77.087.92

В. П. Демиденко, И. И. Ермаков,
М. И. Морозов

Кавказское высшее военное
инженерное училище

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ МАЛЫХ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ

Преобразователь малых угловых скоростей (рис. 1) состоит из струны 1, натянутой в виде нескольких петель между стойками 3, постоянного магнита 2 и усилителя переменного тока $У$. Струна 1 размещается между полюсами постоянного магнита и подключается в положительную обратную связь усилителя, образуя таким образом схему струнного акселерометра. В качестве чувствительного элемента, реагирующего на угловую скорость вращения основания, используется изменение емкости, образуемой полюсами магнита 2 и струной 1 (рис. 2).

Принцип действия преобразователя состоит в следующем. При подаче напряжения в электрическую схему прибора по струне протекает электрический ток, который вызывает ее отклонение в магнитном поле постоянного магнита. После достижения положения равновесия струна под действием упругих сил возвращается в исходное положение, пересекая при этом магнитные силовые линии постоянного магнита и индуцируя э. д. с. обратного направления. Таким образом, рассматривая движение струны за период нетрудно видеть, что она представляет собой переменное сопротивление в цепи положительной обратной связи усилителя. В результате этого возникают устойчивые автоколебания ее в магнитном поле постоянного магнита. Так как колебания струны происходит в плоскости, образуемой ее петлями, то зазор между отрезками струны и полюсами магнита будет постоянным (рис. 3, а). В условиях постоянной диэлектрической проницаемости газа, окружающей струну, величина емкости будет вполне определенной.

Если основание, на котором размещается преобразователь малых угловых скоростей, поворачивается вокруг оси OX (рис. 4) с угловой скоростью

$\omega_{\text{пер}}$ в инерциальном пространстве, то элементарные частицы, из которых состоит струна, имея относительную скорость перемещения

$$V_{\text{отн}} = a_V v \sin vt, \quad (1)$$

где a_V — амплитуда колебаний, v — угловая частота колебаний, будут участвовать во втором движении — переносом.

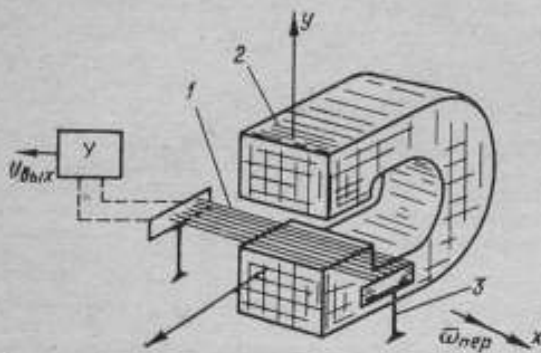


Рис. 1. Преобразователь малых угловых скоростей

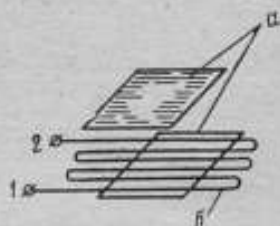


Рис. 2. Чувствительный элемент;

a — пластины; b — струна; 1, 2 — зажимы

В связи с этим создается кориолисово ускорение

$$W_K = 2\omega_{\text{пер}} V_{\text{отн}}, \quad (2)$$

или

$$W_K = 2\omega_{\text{пер}} V_{\text{отн}} \sin(\omega_{\text{пер}} t, V_{\text{отн}}). \quad (3)$$

Так как $\sin(\omega_{\text{пер}} t, V_{\text{отн}}) = 1$ (см. рис. 4), то выражение (3) можно записать в виде

$$W_K = 2\omega_{\text{пер}} V_{\text{отн}}. \quad (4)$$

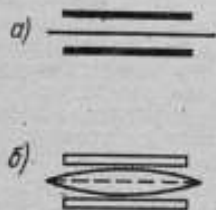


Рис. 3. Положения струны при неподвижном основании;

a и b — в нерабочем и рабочем состоянии соответственно

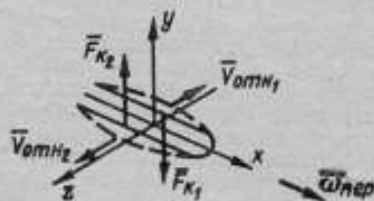


Рис. 4. Колебания струны при вращении основания

Согласно выражению (2), векторы кориолисова ускорения для элементарных частиц в каждом соседнем отрезке струны, образуя противоположное направление. Следовательно, векторы возникающих при этом сил инерции также будут иметь противоположное направление.

Результирующая сила инерции Кориолиса, действующая на каждый отрезок, будет определяться выражением

$$F_K = m \cdot 2\omega_{\text{пер}} V_{\text{отн}}, \quad (5)$$

где m — масса каждого отрезка струны.

Подставляя в (5) значение $V_{отн}$ из (1), получим

$$F_K = 2ma_v \omega_{пер} \sin vt. \quad (6)$$

Учитывая, что параметры m , a_v , v являются постоянными, выражение (6) можно записать в виде

$$F_K = k\omega_{пер} \sin vt. \quad (7)$$

Вектор сил инерции Кориолиса будет направлен по магнитным силовым линиям постоянного магнита. Он будет стремиться вызвать перемещение струн в указанном направлении. При незначительных силах воздействия отклонение отрезков струн будет определяться выражением

$$B = cF_K = ck\omega_{пер} \sin vt. \quad (8)$$

где c — коэффициент жесткости струны.

Таким образом, одна половина отрезков струн будет перемещаться к одному полюсу магнита на величину δ , а вторая — к другому полюсу на ту же величину. Величина емкости будет увеличиваться пропорционально перемещению. Поэтому, включив эту емкость в измерительный мост, можно по изменению амплитуды выходного сигнала судить о скорости переносного движения $\omega_{пер}$.

Поступила в редакцию 12.7.1976 г.

СОДЕРЖАНИЕ

✓ В. А. Иванов. Устойчивость вращающегося симметричного ротора на подвижном основании	3
- И. С. Чулкова, И. В. Павлов. Стенд для испытания приборов и узлов систем инерциальной навигации и управления	10
✓ Э. П. Агафонов, В. А. Иванов, А. С. Поваренков. Анализ погрешностей измерений угловых скоростей методом фиксированного угла	14
- А. В. Павлова. Установка для контроля угловой скорости ухода гироскопических приборов	23
- В. А. Андрищенко. Осуществление плавного режима работы следящих электроприводов малых скоростей с астатизмом 1-го порядка	27
✓ В. Е. Привалов. Повышение точности измерения параметров движения с помощью кольцевых оптических квантовых генераторов	35
✓ Н. А. Мельников, Э. И. Орденко, В. И. Чернышев. Стабильный источник разрядного тока для измерительного преобразователя угловой скорости на базе He-Ne кольцевого ОКГ	40
✓ В. Е. Привалов. Кольцевой газовый лазер для измерения углов и угловых скоростей	43
✓ А. П. Базилев, Л. П. Ткаченко. Измерение оптического пути в резонаторе газового лазера	46
- Г. М. Быкова, Л. А. Северов. О динамических характеристиках измерителя угловой скорости вибрационного типа	50
- Ю. Б. Власов. Об ошибках двумерного измерителя линейных ускорений, построенного на базе роторного вибрационного гироскопа	56
✓ В. А. Иванов, А. Б. Тимошенко, Н. С. Чаленко. Исследование системы воспроизведения единицы углового ускорения	60
✓ А. Б. Курзнер, С. А. Яушева, И. Б. Челпанов. Обобщенная модель направленных свойств акселерометров	65
✓ А. Б. Тимошенко. Расчет параметров дискретной измерительной системы для установок постоянного углового ускорения	69
✓ Э. П. Агафонов, Ю. А. Бычков, В. А. Иванов, В. М. Менчиков. Исследование динамических свойств электромеханической установки воспроизведения угловых колебаний	74
✓ В. А. Иванов, А. Г. Курицын, Н. А. Бураго. Задача о вынужденных колебаниях линейной системы со случайно изменяющимися параметрами	81
✓ С. Ф. Леванов. Установка для воспроизведения гармонических угловых ускорений в диапазоне частот от 0,05 до 0,6 Гц	89
✓ В. А. Иванов, А. М. Старшинов. Метод и аппаратура для воспроизведения случайных нестационарных вибраций	92
✓ В. А. Павлов. Измерение угловых вибраций на вращающемся объекте	95
✓ В. А. Иванов, Ю. Д. Поляков, Н. С. Чаленко. Электростатические преобразователи параметров движения	98
✓ Н. С. Чаленко. Возможность создания средств измерения параметров движения на основе движения диэлектриков в неоднородных электростатических полях	105
✓ А. М. Азизов, В. А. Иванов, А. Г. Курицын. Вероятностный анализ измерительных преобразователей 2-го порядка со случайно изменяющимися параметрами	106
- Ю. А. Горотов. Дискретное преобразование сигналов	109
- В. П. Демиденко, И. И. Ермаков, М. И. Морозов. Преобразователь малых угловых скоростей	111

РЕФЕРАТЫ ПУБЛИКУЕМЫХ СТАТЕЙ

УДК 531.76/77.082

Устойчивость вращающегося симметричного ротора на подвижном основании. Иванов В. А. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 3—10.

Исследуются устойчивость симметричного вращающегося вертикального ротора на подвижном основании с учетом переменной по времени упругости опор. Найдены два первых интеграла. Это позволило свести уравнения движения ротора к линейному дифференциальному уравнению 2-го порядка с вещественными коэффициентами, устойчивость решений которого хорошо изучена в целом ряде случаев. В качестве примера построены области устойчивости для случаев гармонических колебаний основания относительно вертикальной оси, гармонических вертикальных ускорений и изменений жесткости опор по гармоническому закону. Ил. 4. Библ. 4.

УДК 531.77

Стенд для испытаний приборов и узлов систем инерциальной навигации и управления. Чулков И. С., Павлов И. В. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 10—14.

Рассмотрена принципиальная схема стенда для испытания приборов и узлов систем инерциальной навигации и управления. Дана методика и приведен пример расчета основных параметров стенда. Ил. 2. Библ. 2.

УДК 531.77.088

Анализ погрешностей измерений угловых скоростей методом фиксированного угла. Агафонов Э. П., Иванов В. А., Поваренко А. С. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 14—20.

Приведены результаты исследования погрешности измерений угловых скоростей методом фиксированного угла. Полученные соотношения позволяют вычислить средние значения относительных погрешностей, а также их статистические характеристики. Даны рекомендации по выбору угла в зависимости от значения измеряемой скорости и погрешности ее задания. Ил. 5.

УДК 531.77:62—75.34

Установка для контроля угловой скорости ухода гироскопических приборов. Палова А. В. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 23—25.

Рассматривается метод построения функциональной схемы установки и алгоритма контроля и регуляции угловой скорости ухода гироскопических приборов. Приведена функциональная схема и алгоритм для астатического гироскопа. Показана возможность выявления элементов прибора, подлежащих регуляции. Ил. 2. Библ. 2.

УДК 62—83—526.531.76

Осуществление плавного режима работы следящих электроприводов малых скоростей с астатизмом 1-го порядка. Андрущенко В. А. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 27—35.

Рассматриваются достаточные и необходимые условия плавной работы следящих электроприводов малых скоростей с астатизмом 1-го порядка, указывается возможность выполнения этих условий с помощью электрических корректирующих устройств. Ил. 2. Табл. 4. Библ. 4.

УДК 621.373.826.—501.22:531.77

Повышение точности измерения параметров движения с помощью кольцевых оптических квантовых генераторов. Принадлов В. Е. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 35—39.

Кольцевые ОКГ позволяют измерять ряд параметров движения с очень высокой точностью. Рассматриваются случаи измерения угловой скорости и скорости потока. Анализируются выходные характеристики кольцевого ОКГ в режимах измерения указанных параметров движения. Оцениваются коэффициенты этих характеристик и их погрешности. Ил. 2. Библ. 10.

УДК 621.373.826.076:531.77.087.92

Стабильный источник разрядного тока для измерительного преобразователя угловой скорости на базе He—Ne кольцевого ОКГ. Мельников Н. А., Орденко Э. И., Чернышев В. И. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 40—43.

Описана схема транзисторного стабилизатора тока, предназначенного для питания разряда He—Ne кольцевого оптического квантового генератора, используемого для измерения угловых параметров движения. Основными достоинствами схемы является низкий уровень пульсации (10^{-6}) и высокая стабильность $\pm 1 \cdot 10^{-4}$. Ил. 1. Библ. 5.

УДК (531.74+531.77):621.373.826

Кольцевой газовый лазер для измерения углов и угловых скоростей. Принадлов В. Е. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 43—46.

Приводится описание кольцевых газовых лазеров, обеспечивающих высокую точность измерения угла и угловых скоростей. Рассматривается одна из схем измерения углов и возможность ее применения для точных измерений. Оцениваются перспективные измерения скорости вращения Земли. Ставится вопрос о создании эталона плоского угла на основе кольцевого газового лазера. Ил. 1. Библ. 8.

УДК 621.373.826.038.823.081.532

Измерение оптического пути в резонаторе газового лазера. Базилев А. П., Ткаченко Л. П. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 46—49.

Рассматриваются причины изменения оптического пути в кольцевых газовых лазерах. Показано, что главной из них является разница в показателях преломления окружающей трубку среды и внутреннего наполнения. Приводятся предложения по устранению причин смещения оптического пути. Табл. 2. Ил. 3. Библ. 4.

УДК 629.7.054.882

О динамических характеристиках измерителя угловой скорости вибрационного типа. Быхова Г. М., Северов Л. А. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 50—55.

Получены аппроксимации для передаточных функций измерителя с учетом расстройки его от резонансного режима, оценена точность аппроксимации. Анализируются динамические свойства измерителя. Даются рекомендации по практическому использованию полученных передаточных функций. Табл. 1. Ил. 3. Библ. 4.

УДК 629.7.054.882

Об ошибках двумерного измерителя линейных ускорений, построенного на базе оторного вибрационного гироскопа. Власов Ю. В. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 56—60

Рассматриваются специфические ошибки двумерного измерителя линейных ускорений, построенного на базе одноторных вибрационных гироскопов с вращающимся упругим подшипом роторов. Получено выражение для определения ошибки прибора при угловых движениях основания, порождаемой идентичностью параметров колебательных систем и систем сема показаний. Получено выражение для динамической ошибки прибора при изменении линейных ускорений по произвольному закону. Произведен синтез непрерывного оптимального формирующего фильтра, позволяющего уменьшить динамическую ошибку прибора. Ил. 1. Библ. 5.

УДК 531.768.089.62:531.15

Исследование системы воспроизведения единицы углового ускорения. Иванов В. А., Тимошенко А. Б., Чельяко Н. С. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 60—65

Рассматриваются высокоточные средства градуировки угловых акселерометров. Приводится описание системы воспроизведения постоянного углового ускорения, системы измерения воспроизводимого ускорения и системы аттестации менее точных градуировочных установок по более точным. Ил. 4. Библ. 3.

УДК 531.768.089.6:519.281.2

Обобщенная модель направленных свойств акселерометров. Куранер А. Б., Яушева С. А., Чельяко Н. С. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266) 1977, с. 65—69

Предложена обобщенная модель направленных свойств линейных и угловых акселерометров, основанная на зависимости направления их измерительной оси от линейного ускорения. Рассмотрена методика статической градуировки линейных акселерометров при одновременном определении параметров модели направленных свойств методом наименьших квадратов. Полученные результаты могут быть использованы при решении ряда метрологических задач для образцовых и высокоточных рабочих средств измерений линейных и угловых ускорений. Библ. 6.

УДК 531.768.083.92:531.15:519.241.6

Расчет параметров дискретной измерительной системы для установок постоянного углового ускорения. Тимошенко А. Б. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 69—74

Выведены формулы для относительного среднего квадратического отклонения результата измерения углового ускорения с учетом инструментальной погрешности, имеющей случайный характер, и методической погрешности измерения. Полученные выражения позволяют сделать выбор параметров дискретной измерительной системы при заданных значениях относительной погрешности измерения и измеряемого углового ускорения. Ил. 1. Библ. 3.

УДК 531.77.082.14:62—501.22:72.51

Исследование динамических свойств электромеханической установки воспроизведения угловых колебаний. Агафонов Э. П., Бичков Ю. А., Иванова В. А., Мельников В. М. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 74—81

Приведена уточненная математическая модель маятниковой установки с двигателем постоянного тока, предназначенной для снятия частотных характеристик акселерометров, гироскопов и других средств измерения угловых параметров движения. Новая модель позволяет учитывать наиболее существенную нелинейность установки — кривую распределения индукции под полюсами двигателя. Для двух торсионов в ряде значений угол отклонения платформы приведены численные решения. Расчетные и экспериментальные результаты хорошо совпадают. Ил. 8. Библ. 2.

УДК 531.77

Задача о вынужденных колебаниях линейной системы со случайно изменяющимися параметрами. Иванов В. А., Курицын А. Г., Бураго Н. А. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 81—89

Получено решение задачи о вынужденных колебаниях линейной системы 2-го порядка, отдельные параметры которой наряду с постоянной составляющей имеют гармоническую и случайную стационарную составляющие. Такая задача возникает, например, при анализе частотных характеристик углового акселерометра, инерционный элемент которого несбалансирован, а моменты в оси подвеса и крутизна обратной связи имеют случайные стационарные составляющие. Задача решалась в рамках корреляционной теории для четырех распространенных видов корреляционных функций. Ил. 1.

УДК 531.768.088:531.15

Установка для воспроизведения гармонических угловых ускорений в диапазоне частот от 0,05 до 0,4 Гц. Леванов С. Ф. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 89—92

Приводится описание установки для метрологического обеспечения высокочувствительных угловых акселерометров, в том числе предназначенных для измерения плавности вращения узлов оптико-механических приборов. Рассмотрены погрешности установки. Ил. 3. Библ. 3.

УДК 531.768

Метод и аппаратура для воспроизведения случайных нестационарных вибраций. Иванов В. А., Старшинов А. М. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 92—94

Предложена методика и аппаратура для воспроизведения вибраций качающейся частоты при испытании приборов, в частности, гиросвертикали на вибрационную надежность. Измерение параметров гиросвертикали производится при воспроизведении вибрации путем искусственного формирования эквивалентных кривых вибраций, полученных в натуральных условиях. Табл. 1. Ил. 1. Библ. 5.

УДК 531.383

Измерение угловых вибраций на вращающемся объекте. Павлов В. А. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 95—98

Рассматривается возможность определения амплитуды угловых вибраций объекта, установленного на вращающемся основании, посредством астатического гироскопа с вращающимся кардановым подвесом. Полученные аналитические выражения позволяют определить коэффициент передачи гироскопа при наличии упругих моментов по осям подвеса в режиме динамической настройки и без нее. Результаты исследований доказали возможность одновременного съема показаний об угловой скорости вращения объекта и об амплитуде угловой вибрации. Ил. 2. Библ. 3.

УДК 531.76/77.082.087.92

Электростатические преобразователи параметров движения. Иванов В. А., Поляков Ю. Д., Чаленко Н. С. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 98—103

Рассматриваются электростатические преобразователи параметров движения, основанные на принципах механического переноса электрических зарядов движущимися телами, автоколебательного движения токопроводящих макрочастиц в электростатическом поле, периодизации пробоя газовых промежутков. Ил. 7. Библ. 14.

УДК 531.76/77.082:621.315.615.088.72

Возможность создания средств измерения параметров движения на основе движения диэлектриков в неоднородных электростатических полях. Чаленко Н. С. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 105—106

Рассматривается движение растворов полярных жидкостей в неполярных жидких диэлектриках, помещенных в сильное неоднородное электростатическое поле. Приводятся экспериментальные данные, которые подтверждают возможность применения описанного эффекта при создании средств измерения параметров движения.

УДК 531.77.519.2

Вероятностный анализ измерительных преобразователей 2-го порядка со случайно изменяющимися параметрами. Азизов А. М., Иванов В. А., Курицын А. Г. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 106—109

Получены формулы, позволяющие вычислить математические ожидания и корреляционные функции показаний измерительных преобразователей второго порядка: акселерометров, гироскопов, электронизмерительных приборов с учетом моментов инерции их подвижных частей и других средств измерений. При этом предполагается, что входной сигнал и параметры преобразователя характеризуются нормально распределенными стационарными случайными функциями, а общий случай стационарно коррелированными. Библи. 2.

УДК 621.317.72.083.92—526:681.3.05:531.77

Дискретное преобразование сигналов. Торопов Ю. А. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 109—111

Анализируется обмен информацией о параметрах движения в последовательном и параллельном кодах и в приложениях. Дается структурная схема преобразователя напряжения постоянного тока в дискретную форму следящего типа с инициальной передачей информации. Ил. 1. Библи. 4.

УДК 531.77.087.92

Преобразователь малых угловых скоростей. Демиденко В. П., Ермаков И. И., Морозов М. И. — «Исследования в области измерений угловых параметров движения». Труды метрологических институтов СССР, вып. 206 (266), 1977, с. 111—113

Приводится схема преобразователя скоростей на основе струнного акселерометра, в котором в качестве чувствительного элемента, реагирующего на угловую скорость вращения основания, используется изменение емкости, образуемой полюсами и струной. Ил. 4.

**ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ИЗМЕРЕНИЯ
УГЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ**

Труды метрологических институтов СССР

Выпуск 206 (266)

Редактор *Л. Ф. Садовская*
Технический редактор *Э. Г. Мамонтова*

ИБ 1131

Сдано в набор 19/XI 1976 г. Подписано к печати 1/III 1977 г.
М. 21088. Формат 60×90^{1/16}. Бумага типографская № 3. Печ.
л. 7,5. Уч.-изд. л. 8,85. Тираж 1000 экз. Заказ № 2464. Цена
89 коп.

Ленинградское отделение издательства «Энергия», 192041,
Ленинград, Марсово поле, 1.

Ленинградская типография № 4 Союзполиграфпрома при
Государственном комитете Совета Министров СССР по де-
лам издательства, полиграфии и книжной торговли, 196126,
Ленинград Ф-126, Социалистическая ул., 14.



Цена 89 коп.