

ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ
ИМ. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

Справ.

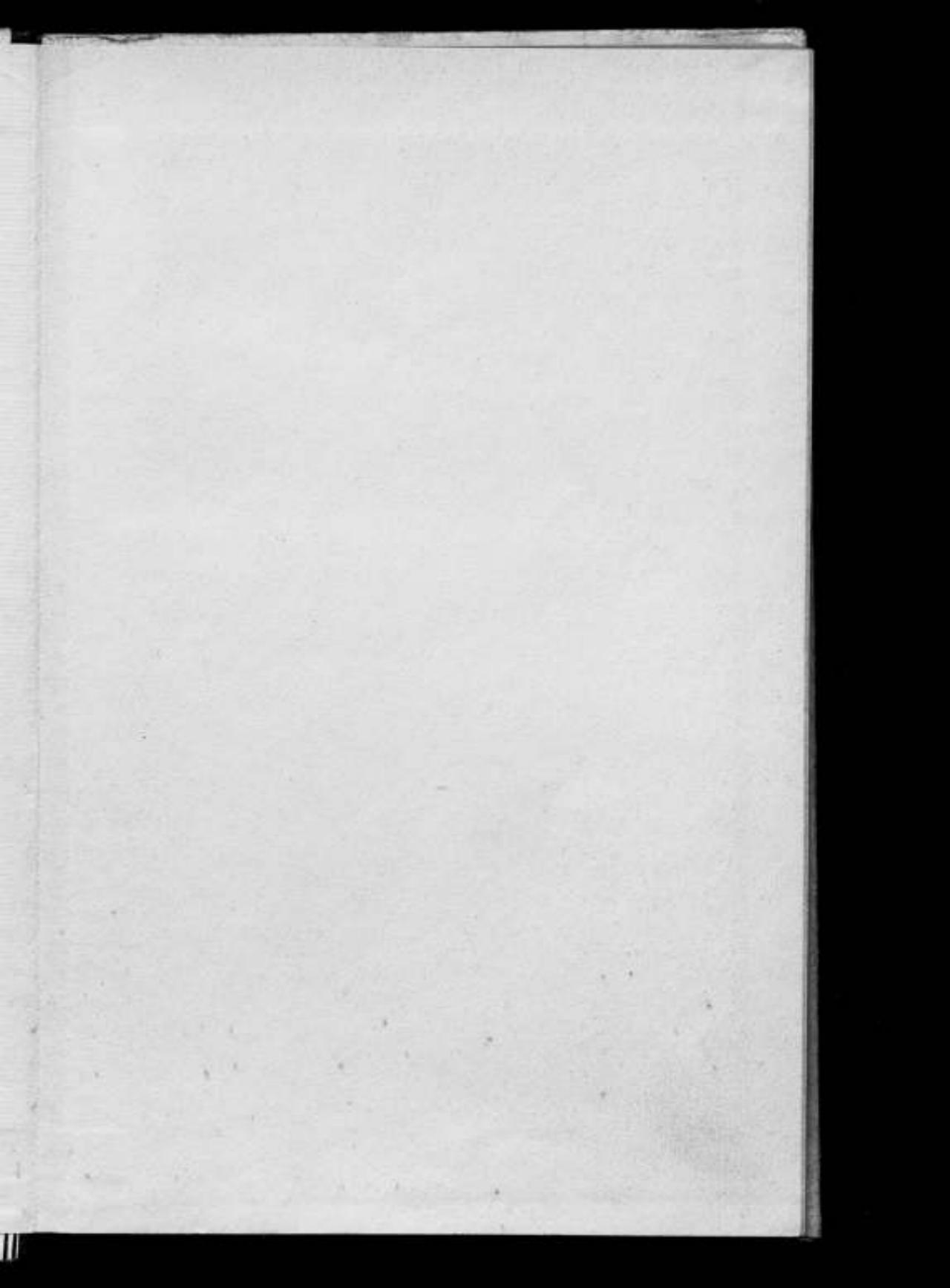
ИССЛЕДОВАНИЯ
ПАРАМЕТРОВ
ДВИЖЕНИЯ

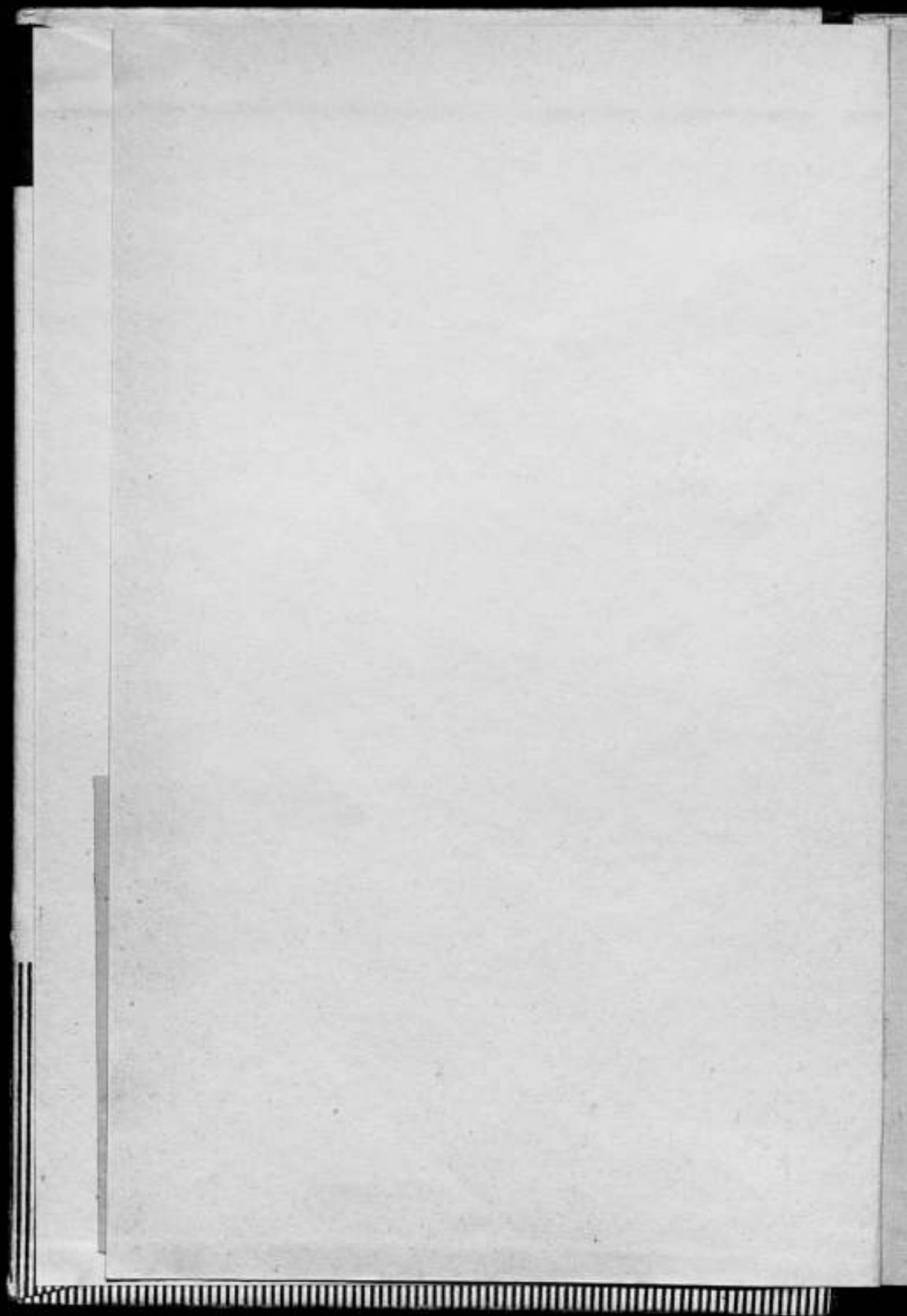
ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

Выпуск 139 (199)









ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
МЕТРОЛОГИИ ИМЕНИ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

Выпуск 139 (199)

Под редакцией
канд. техн. наук В. Л. ЛАССАНА

m/5556

БИБЛИОТЕКА
Всесоюзного научно-исследова-
тельского центра метрологии
имени Д. И. Менделеева



«ЭНЕРГИЯ»
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1972

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

В. О. Арутюнов (председатель), Н. Н. Александрова (секретарь), С. В. Горбачевляч, А. Н. Гордов, Е. Ф. Долгинский, А. И. Карташев, Л. К. Каяк, И. И. Кирик, Д. К. Коллеров, П. П. Кремлевский, И. Н. Кротков, В. Л. Лассан, Б. Н. Олейник, Л. К. Пеккер, Т. Б. Рождественская, А. М. Федоров, Е. Н. Чечурин, К. П. Широков, Е. Г. Шрамков, М. Ф. Юдин

Сборник посвящен исследованиям в области измерения параметров движения.

В работах по измерению угловых скоростей рассмотрены новые лазерные методы измерения, системы регулирования скорости с синхронным приводом, погрешности эдектропривода и способы усовершенствования образцовой тахометрической установки.

Различные методы градуировки угловых акселерометров, а также вопросы воспроизведения постоянных и переменных угловых ускорений составляют содержание другой группы статей.

Область измерений постоянных и низкочастотных переменных линейных ускорений представлена работами, в которых излагаются методы градуировки акселерометров в гравитационном поле Земли и на центрифуге. Предлагается усовершенствование маятникового метода определения абсолютного значения ускорения силы тяжести Земли.

Следующая группа статей посвящена измерению параметров вибраций. В них излагаются исследования, относящиеся к созданию образцовых виброизмерительных стенов, измерению параметров вибраций с помощью эффекта Мессбауэра, изменению малых уровней параметров вибраций, а также к вопросам виброзащитных устройств и фундаментов.

В статьях, относящихся к области измерения параметров удара, изложены методы градуировки измерительных преобразователей ударных ускорений, соображения относительно оптимальной формы кривой ударного ускорения, оценка динамических погрешностей, определение собственной частоты преобразователей, а также приведены исследования предельного акселерометра.

Кроме того, в сборнике помещен ряд статей, в которых излагаются общетеоретические вопросы, имеющие значение для нескольких направлений данной области измерения. В этих работах затронуты вопросы градуировки измерительных нелинейных систем 2-го порядка, применения кристалла сульфата лития для измерительных преобразователей, описывается малогабаритная термобарокамера для исследования акселерометрических измерительных преобразователей, особенности поверки детанометров, измеряющих неравномерность скорости движения магнитной ленты, и некоторые другие вопросы, представляющие интерес для области измерения параметров движения.

Ответственный редактор
доктор техн. наук, проф.
В. О. АРУТЮНОВ

Г. Б. ГУТМАН, В. И. РОЛНЧ, В. М. ТИМОФЕЕВ,
В. Э. ТРЕТЬЯКОВ, Ю. В. ФИЛАТОВ
ВНИИМ

О ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ЛАЗЕРНОГО КОЛЬЦЕВОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

Лазерный измерительный преобразователь угловой скорости состоит из кольцевого лазера, схемы сложения, фотоприемника и электронного измерительного комплекса.

Как известно [1], оптическая длина пути, а следовательно, и частота противоположно распространяющихся электромагнитных волн вращающегося кольцевого лазера в первом приближении линейно зависят от угловой скорости его вращения. Смешивая эти волны на поверхности квадратичного детектора, можно выделить сигнал разностной частоты (сигнал биений), частота которого также пропорциональна угловой скорости

$$\Delta\nu = k\omega,$$

где k — коэффициент, определяемый параметрами кольцевого лазера.

Очевидно, что период сигнала биений соответствует некоторому постоянному для данного лазера угловому перемещению. Если сформировать из сигнала биений последовательность импульсов, то их число, соответствующее повороту лазерного измерительного преобразователя на фиксированный угол φ , является величиной постоянной, не зависящей от угловой скорости. Угловую скорость можно определять, измеряя число импульсов (угол φ) за некоторый промежуток времени. Поскольку относительная погрешность измерения промежутка времени весьма мала ($10^{-6} - 10^{-7}$), то погрешность определения ω почти полностью определяется погрешностью измерения угла φ . Таким образом, многократно поворачивая кольцевой лазер на фиксированный угол и каждый раз определяя число импульсов, соответствующее этому углу, можно судить о точности лазерного измерительного преобразователя ω .

Блок-схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. Кольцевой лазер со схемой сложения и фотоприемником

размещается на платформе, обеспечивающей его вращение в диапазоне 0,1 — 10 1/с. Образующая платформы покрыта магнитным слоем, на который записываются два импульса. При вращении платформы магнитная головка (ГВ) считывает записанные импульсы, которые управляют работой электронного реле, так что суммирование импульсов сигнала биений осуществляется только внутри фиксированного угла. Такая схема обеспечивает фиксацию

угла с погрешностью не более 1,5°. Сигнал биений с фотоприемника 1 через полосовой усилитель 2, усилитель-формирователь 3 и электронное реле 4 подается на счетчик импульсов 5.

Для определения числа аксиальных мод вращающегося кольцевого лазера один из его лучей через линзу Л диаметром 100 мм, укрепленную на неподвижном основании, и диафрагму Д направляется на фотоприемник 6 (ФЭУ-68). На латунную диафрагму фотоприемника с генератора 7 подается сигнал 300 мГц, в результате чего на нагруженном сопротивлении ФЭУ-68 выделяется сигнал промежуточной частоты, равной разности частот межмодовых биений и

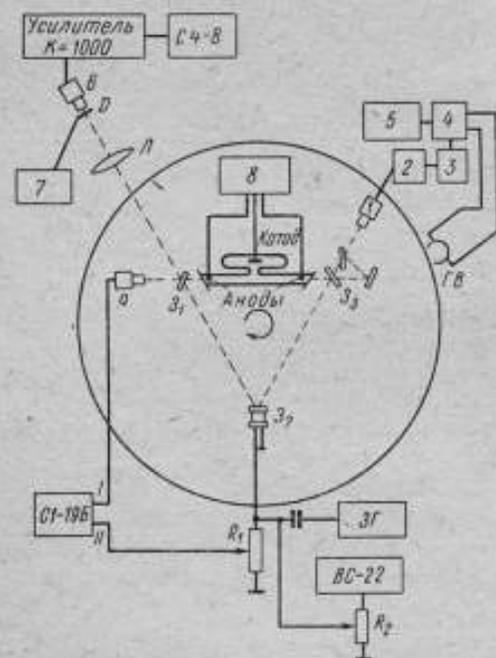


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки

частоты генератора. Затем сигнал усиливается и наблюдается на анализаторе спектра СЧ-8 [2]. Такой метод определения числа мод обусловлен невозможностью передачи сигнала 300 мГц через используемые ртутные контакты.

В экспериментах применялся кольцевой лазер с резонатором, выполненным в форме равностороннего треугольника со стороной $L = 290$ мм, причем зеркало Z_2 крепилось на пьезокерамику ЦТС-19. В одном из плеч резонатора расположена трубка длиной $l = 250$ мм. Трубка имеет один катод и два анода, что позволяет регулировать величину дрейфа ионов, влияющего на частоту полезного сигнала. Подкачка осуществляется постоянным током, причем используемый стабилизированный блок питания 8 обеспечивает отдельную регулировку тока в каждом из плеч трубки.

Для исключения конкуренции противоположно распространяющихся волн в качестве рабочего вещества использовалась смесь Не с двумя изотопами Ne (^{20}Ne и ^{22}Ne , взятыми в пропорции 1 : 1). Для поддержания постоянства рабочей смеси трубка снабжена дополнительным баллоном. Генерация осуществляется на длине волны $\lambda = 6328 \text{ \AA}$.

Для активной стабилизации кольцевого лазера сигнал, соответствующий интенсивности излучения лазера, с фотоприемника 9 поступает на вход I осциллографа С1-19Б. Со звукового генератора 3Г на пьезокерамику подается напряжение с амплитудой $\sim 10 \text{ В}$, а также напряжение с высоковольтного блока питания ВС-22, которое с помощью потенциометра R_2 можно изменять в пределах 0—2000 В. На вход II осциллографа С1-19Б с делителя R_1 подается напряжение от звукового генератора, вследствие чего на экране осциллографа появляются фигуры Лиссажу, по которым можно судить о положении частоты генерации в различных точках доплеровского контура. Стабилизация осуществляется при помощи потенциометра R_2 , что обеспечивает поддержание частоты генерации с погрешностью не хуже 10^{-7} .

Сигналы с вращающейся платформы на измерительные приборы подаются через скользящие ртутные контакты. Все измерения проводились сериями по 25—45 в каждой. В первой части эксперимента определялась точность работы лазерного измерительного преобразователя угловой скорости как со стабилизированной, так и нестабилизированной частотой генерации в течение значительных промежутков времени. Все измерения проводились при $\varphi = 360^\circ$ и $\omega \approx 2,0 \text{ 1/с}$. На рис. 2 показана зависимость средней квадратической погрешности измерения ω от времени для стабилизированного и нестабилизированного кольцевого лазера, причем стабилизация осуществлялась в различных точках доплеровского контура. Эксперимент проводился в течение 8 суток. Кольцевой лазер работал в среднем 12 ч в сутки.

На рис. 3 представлены типичные гистограммы для серий измерений, проведенных на нестабилизированном кольцевом лазере.

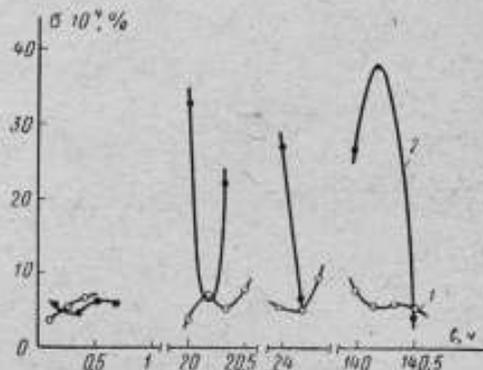


Рис. 2. Средняя квадратическая погрешность работы кольцевого стабилизированного (1) и нестабилизированного (2) лазера в течение всего эксперимента

Среднее арифметическое число импульсов в сериях менялось от 1704750 до 1705013.

На рис. 4 показана гистограмма для серии измерений стабилизированного лазера при стабилизации на вершине доплеровского контура. Сильные колебания средней квадратической погрешности, а также вид гистограмм нестабилизированного кольцевого лазера объясняется зависимостью частоты сигнала биений от положения частоты генерации на доплеровском контуре, что хорошо согласуется с теорией [3, 4].

Действительно, при активной стабилизации, проводимой в различных точках доплеровского контура, среднее арифметическое число импульсов серии менялось от 1704800 до 1705000. В то же время средняя квадратическая погрешность для каждой серии измерений не превышала $10 \cdot 10^{-4}\%$.

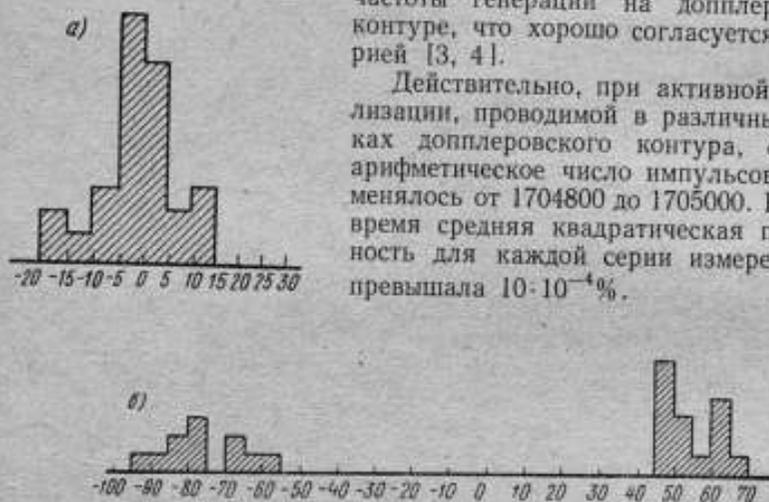


Рис. 3. Гистограмма измерений для нестабилизированного кольцевого лазера со средней квадратической погрешностью σ и погрешностью результата измерения S , равными соответственно

$$a - \sigma = 5,9 \cdot 10^{-4}\% \text{ и } S = 1,1 \cdot 10^{-4}\%, \quad б - \sigma = 38 \cdot 10^{-4}\% \text{ и } S = 6,3 \cdot 10^{-4}\%$$

При отсутствии стабилизации средняя квадратическая погрешность была малой (см. рис. 2) в том случае, когда за время измерений частота генерации слабо перемещалась по доплеровскому контуру. В противном случае средняя квадратическая погрешность резко возрастала.

Средняя квадратическая погрешность определения ω за все время измерений (~ 8 суток) для стабилизированного лазера составляла $9,0 \cdot 10^{-4}\%$, в то время как для нестабилизированного лазера она равна $\sigma = 35 \cdot 10^{-4}\%$. При непрерывной (между измерениями) стабилизации среднее арифметическое число импульсов в каждой серии измерений меняется весьма слабо: колебания среднего арифметического не превышают 6—8 импульсов. Таким образом, активная стабилизация кольцевого лазера позволяет значительно увеличить точность лазерного датчика угловой скорости.

Во второй части эксперимента исследовалась точность работы лазерного датчика при различных углах φ .

На рис. 5 показаны типичные гистограммы для различных значений угла φ . На рис. 6 представлена зависимость средней квадратической погрешности от φ . Измерения проводились при активной стабилизации лазера на определенной точке доплеровского контура при $\omega = 1,9 \pm 0,1$ 1/с. Из рис. 5 видно, что разброс показаний в серии измерений возрастает с увеличением φ . Это подтверждает корректность метода оценки точности прибора для измерений мгновенных значений угловой скорости. Из приведенных гистограмм следует, что в спектре сигнала биений нет высокочастотных составляющих, которые бы интегрировались и уменьшали разброс измерений на больших углах φ . Увеличение средней квадратической погрешности при уменьшении φ (рис. 6) объясняется тем, что при малых углах φ резко проявляется погрешность схемы фиксации угла (при $1,5^\circ$ она соответствует 2—3 импульсам, что подтверждается гистограммами рис. 5 для 1 и 27°). В связи с этим, очевидно, следует говорить не об уменьшении точности измерений ω при малых углах φ , что равноценно определению ω за малые ($\sim 0,01$ с) промежутки времени, а о необходимости применения другой измерительной схемы.

Уменьшение погрешности при увеличении φ от 360° ($\sigma = 6 \cdot 10^{-4}\%$) до $16 \times 360^\circ$ ($\sigma = 0,4 \cdot 10^{-4}\%$) можно объяснить недостаточной стабилизацией периметра резонатора кольцевого лазера. В процессе стабилизации частота генерации перемещается по доплеровскому контуру в пределах ± 10 мГц относительно точки стабилизации. При измерениях на достаточно больших углах происходит усреднение разброса значений, поскольку время измерения увеличивается и частота генерации успевает много раз переместиться по доплеровскому контуру в интервале ± 10 мГц. Таким образом, для повышения точности, вместо довольно сложной системы активной стабилизации, можно применить сканирование периметра резонатора на ширину доплеровского контура с достаточно большой частотой ($\sim 2 - 5$ кГц), что подтверждают проведенные эксперименты.

Интересно отметить, что при стабилизации в одной и той же точке доплеровского контура среднее число импульсов, полученных для различных φ и пересчитанных к $\varphi = 360^\circ$, колеблется весьма слабо: от 1704848 до 1704864. Отметим также, что ни при двухчастотном режиме генерации, ни в переходном режиме (одна—две частоты) средняя квадратическая погрешность при равных φ

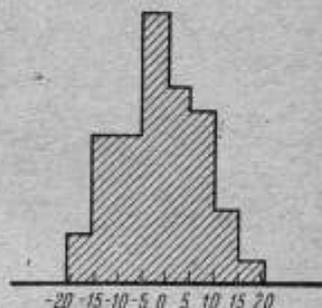


Рис. 4. Гистограмма измерений кольцевого лазера при активной стабилизации и $\sigma = 5,6 \cdot 10^{-4}\%$ и $S = 0,8 \cdot 10^{-4}\%$

и ω не изменялась. По-видимому, можно сделать вывод, что изменение среднего числа импульсов связано с различным положением частоты генерации на доплеровском контуре, а не с наличием одно- или двухчастотной генерации.

В заключение эксперимента была исследована точность лазерного измерительного преобразователя угловой скорости при раз-

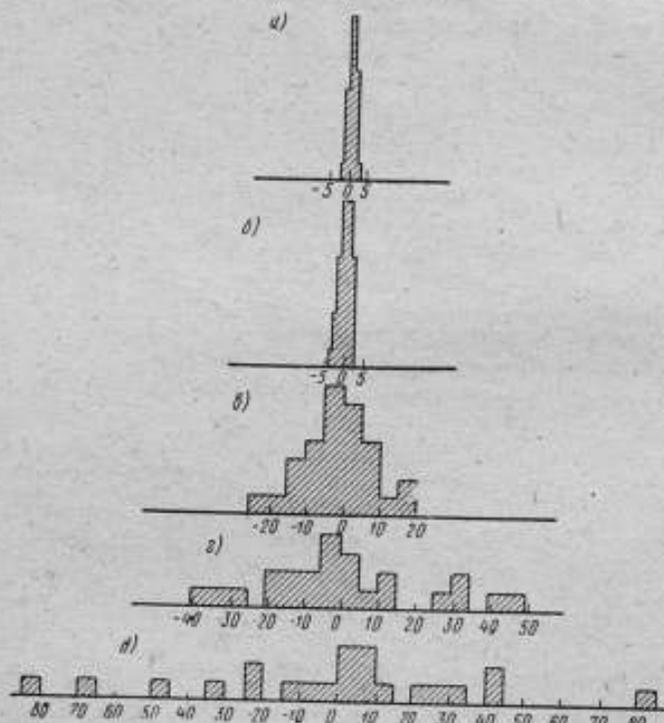
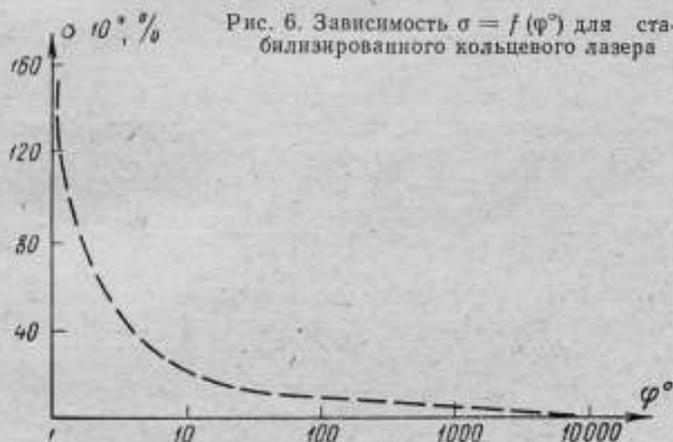


Рис. 5. Гистограмма измерений для стабилизированного кольцевого лазера при:

а — $\varphi = 1^\circ$, $\sigma = 130 \cdot 10^{-4}\%$; б — $\varphi = 27^\circ$, $\sigma = 10 \cdot 10^{-4}\%$; в — $\varphi = 360^\circ$, $\sigma = 6,9 \cdot 10^{-4}\%$; г — $\varphi = 4 \times 360^\circ$, $\sigma = 3,1 \cdot 10^{-4}\%$; д — $\varphi = 8 \times 360^\circ$, $\sigma = 1,6 \cdot 10^{-4}\%$.

личных значениях ω для стабилизированного кольцевого лазера. Известно, что выражение $\Delta v = k\omega$, где $k = \text{const}$, должно выполняться достаточно хорошо для рассматриваемого диапазона изменения ω . Тогда среднее арифметическое число импульсов и величина средней квадратической погрешности σ для фиксированных углов не должны зависеть от угловой скорости ω . Действительно, эксперименты не обнаружили какой-либо тенденции к изменению σ при измерениях на различных ω . Однако при изменении ω довольно сильно меняется среднее число импульсов. Так, при изменении ω

от 2 до 4,5 1/с ($\varphi = 360^\circ$) среднее арифметическое число импульсов колебалось в пределах 100—200 в зависимости от режима работы трубки. Это может проявляться как погрешность измерения угловой скорости вращения, если измеряемая ω отличается от угловой скорости, при которой производилась калибровка кольцевого лазера (определение величины коэффициента k). Зависимость среднего арифметического числа импульсов от угловой скорости объясняется влиянием вращения Земли и дрейфа ионов в трубке на частоту полезного сигнала.



Вращение Земли (для рассматриваемого кольцевого лазера на широте Ленинграда сигнал биений от вращения Земли ~ 17 Гц) дает различные добавки к среднему числу импульсов при различных ω . При измерении ω путем счета импульсов внутри некоторого угла, на которой поворачивается платформа за время Δt , эти добавки выступают как систематические погрешности. Однако они могут быть легко вычислены и исключены.

Явление дрейфа ионов вызвано направленным движением ионов в трубке. Девiation частоты полезного сигнала при изменении ω можно регулировать изменением токов в плечах трубки и снизить частоту сигнала биений до 2—3 Гц вследствие дрейфа ионов. Однако этот вопрос требует специального исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Неег С. V. Phys. Rev. 134, A 799, 1964.
2. Данилов О. Б., Мельцин А. П. Способ измерения биений продольных типов колебаний ОКГ непрерывного действия. «Приборы и техника эксперимента». 1967, № 5.
3. Агноowitz F. Phys. Rev. 139, A635, 1965.
4. Круглик Г. С. К теории биений в кольцевом ОКГ. «ЖПС», 1967, № 7.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

ТОЧНЫЕ СИСТЕМЫ ГЛУБОКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ СКОРОСТИ С СИНХРОННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

Работа ряда поверочных установок требует регулирования скорости в широком диапазоне (до 1000 : 1 и более). Создание электропривода с указанным диапазоном регулирования при точности поддержания мгновенной скорости до 0,1% и выше представляет собой сложную научно-техническую задачу.

Одним из путей осуществления такого регулирования является применение замкнутых систем электропривода с синхронными двигателями. Подобные системы являются астатическими по скорости, что позволяет обеспечить в разомкнутой системе высокую точность поддержания средней скорости при задании частоты питания от высокостабильных генераторов.

Колебания мгновенной скорости, проявляющиеся в непрерывном изменении угла нагрузки θ , могут быть снижены введением обратных связей. Низкие скорости можно обеспечить с помощью специальных субсинхронных реактивных двигателей двойного питания (ДДП). Средняя скорость вращения такого двигателя определяется выражением

$$n_{\text{дв}} = \frac{60 (f_1 - f_2)}{z_2}, \quad (1)$$

где f_1 и f_2 — частоты питания статорных обмоток; z_2 — число зубцов ротора.

Как следует из выражения (1), малые значения средних скоростей достигаются при питании двигателя от двух преобразователей частоты ПЧ₁ и ПЧ₂ с близкими выходными частотами. При этом указанные частоты могут иметь относительно большую величину. Условная полюсность ДДП, равная z_2 , значительно превышает полюсность обычных синхронных машин, что облегчает получение низких скоростей вращения. Применение ДДП в качестве исполнительного двигателя во многом определило структуру системы, функциональная схема которой представлена на рис. 1.

Выходные напряжения высокостабильного задающего генератора ЗГ, имеющего нерегулируемый и регулируемый (f_1 и f_2) по частоте выходы, поступают на два канала управления. Делители D_1 и D_2 предназначены для согласования частот, поступающих на системы управления преобразователями частоты СВ₁ и СВ₂. Системы замыкаются по углу θ при выявлении разности фаз импульсов обратной связи $f_{\text{ос}}$, получаемых с датчика обратной связи ДОС, и импульсов с выхода смесителя. Частота выходных импульсов смесителя $f_{\text{ср}}$ пропорциональна средней скорости вращения $n_{\text{дв}}$. Делители D_3 и D_4 являются согласующими. Блок ВФР преобразует разность фаз в пропорциональное напряжение постоянного

тока, которое в дальнейшем поступает на корректирующее устройство КУ. Последнее выполняет операции усиления, дифференцирования и суммирования сигналов обратной связи. Затем выходной сигнал КУ воздействует на СУ₂. Таким образом, выходное напряжение преобразователя частоты ПЧ₂, выполненного с широтно-импульсной синусоидальной модуляцией, определяется величиной суммарного сигнала обратной связи.

Коэффициенты передачи согласующих делителей могут быть определены из условия равенства частот $f'_{cp} = f'_{oc}$, поступающих на ВФР. При этом амплитуда максимального отклонения угла θ ограничивается величиной $\Delta\theta_{max} \leq \frac{\pi}{N}$ (N — число измерений по-

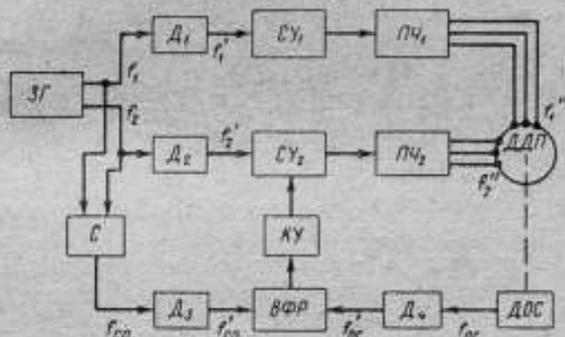


Рис. 1. Функциональная схема системы электропривода с ДДП

ложения ротора за один оборот). При равенстве коэффициентов деления обоих каналов управления выражение для угловой скорости ДДП записывается в виде

$$n_{дв} = \frac{60(f_1 - f_2)}{k_n k_{d1} z_2}, \quad (2)$$

где k_n — коэффициент деления по частоте системы управления; k_{d1} — коэффициент деления делителей D_1 и D_2 . С другой стороны, при $f'_{cp} = f'_{oc}$

$$f'_{oc} = \frac{n_{дв} N}{k_{d1} 60} = \frac{f_1 - f_2}{k_{d1}} = f'_{cp}, \quad (3)$$

где k_{d1} и k_{d2} — коэффициенты делений делителей D_3 и D_4 . Из выражений (2) и (3) вытекает условие согласования статических коэффициентов передачи отдельных блоков

$$\frac{60(f_1 - f_2)}{k_n k_{d1} z_2} = \frac{60(f_1 - f_2) k_{d1}}{k_{d2} N};$$

$$\frac{k_{d2} N}{k_n k_{d1} z_2 k_{d1}} = 1.$$

Частота измерения определяется из условия

$$f_{изм} = \frac{n_{дв} N}{60k_{дв}} \gg f_c,$$

где f_c — частота среза аналоговой части структуры системы.

При выборе задающего генератора ЗГ следует исходить из требуемого диапазона регулирования скорости $D = \frac{n_{дв\min}}{n_{дв\max}}$ и заданной

дискретности установки скорости $\delta n_{дв} = \frac{n_{дв}}{n_{дв_0}}$ ($n_{дв_0}$ и $n_{дв_1}$ — ближайšie заданные значения скорости)

$$D = \frac{f_1 - f_{2\max}}{f_1 - f_{2\min}};$$

$$\delta n_{дв} = \frac{f_1 - (f_{2\max} - \delta f_2)}{f_1 - f_{2\max}} = 1 + \frac{\delta f_2}{f_1 - f_{2\max}},$$

где $f_{2\max}$ и $f_{2\min}$ — частоты по регулируемому каналу ЗГ, соответствующие минимальной и максимальной выходной скорости ДДП соответственно; δf_2 — интервал сетки частот ЗГ. Дополнительным условием, определяющими величины коэффициентов передачи, является соотношение частот питания двигателя

$$\Delta f_{\max} = f_1^* - f_{2\min}^* \leq (0,1 - 0,2) f_1^*. \quad (4)$$

При выполнении условия (4) повышается статическая устойчивость работы ДДП и достигается возможность частотного регулирования скорости без изменения величины питающего напряжения. Однако, как показали исследования, ДДП целесообразно применять до скоростей, соответствующих скольжениям $s < 0,5$, где $s = f_2/f_1$. Скорости вращения, превышающие указанную величину, могут быть обеспечены системой электропривода с синхронными реактивным двигателем (СРД). Регулирование скорости привода в заданных пределах достигается изменением частоты ПЧ, в качестве которого целесообразно использовать инвертор с широтно-импульсной модуляцией.

При синусоидальном законе модуляции выходного напряжения удается создать высокую степень равномерности вращения двигателя даже в зоне низких скоростей. Этим достигается требуемое перекрытие поддиапазонов регулирования тарирующего устройства.

Одной из трудностей создания прецизионных частотно-регулируемых электроприводов, содержащих широтно-импульсные регуляторы, является необходимость в 3-фазной системе модулирующих напряжений, частота и амплитуда которых задают частоту и величину основной составляющей напряжения двигателя. Точность поддержания скорости существенно определяется стабильностью

частоты. Удовлетворяющая указанным требованием система задающих напряжений может быть получена с помощью высокостабильного генератора синусоидальных колебаний с достаточно малым интервалом сетки частот. Уровни частот выходных напряжений генератора выбираются с учетом возможности выделения опорной частоты, используемой для сравнения с частотой обратной связи при фазовом принципе системы электропривода.

На рис. 2 представлена структурная схема привода с синхронным реактивным двигателем. С выхода задающего генератора ЗГ снимаются управляющие напряжения двух частот: опорного кварцевого резонатора ($f_1 = \text{const}$) и регулируемой f_2 .

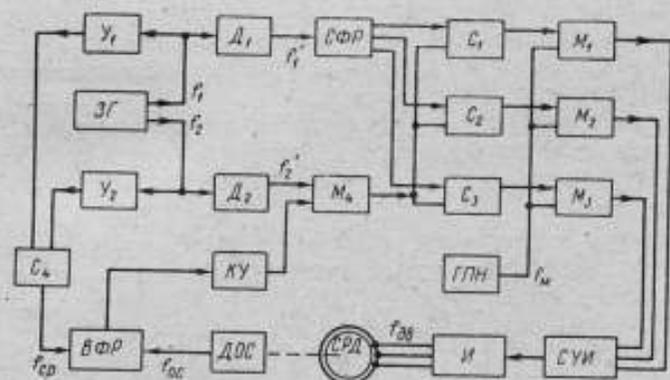


Рис. 2. Функциональная схема системы электропривода верхнего поддиапазона с СРД

Преобразованные с помощью согласующих гармонических делителей D_1 и D_2 сигналы частот $f'_1 = f_1/k_{д1}$ и $f'_2 = f_2/k_{д2}$ смешиваются с последующим сигналом разностной частоты

$$f_{дв} = f'_2 - f'_1,$$

где $k_{д1}$ и $k_{д2}$ — коэффициенты деления согласующих делителей. Для осуществления фазового сдвига выходных напряжений смешение производится по трем каналам (смесители $C_1 - C_3$); при этом составляющая постоянной частоты f'_1 предварительно расщепляется на три фазы статическим фазорасщепителем (СФР), построенным на пассивных RC-цепях.

Модуляторы $M_1 - M_3$ осуществляют функцию широтно-импульсного преобразования, частота несущей $f_{н}$ задается генератором пилообразных напряжений (ГПН). Система управления инвертором СУИ обеспечивает требуемую последовательность переключения силовых элементов инвертора И, питающего исполнительный дви-

гатель. Величина скорости двигателя определяется заданной частотой генератора

$$n_{дв} = \frac{60}{p} \left(\frac{f_2}{k_{\mu_2}} - \frac{f_1}{k_{\mu_1}} \right),$$

где p — число пар полюсов СРД.

Дискретность задания скорости зависит от интервала сетки выходных частот генератора

$$\delta n_{дв} = \frac{60}{pk_{\mu_2}} \delta f_2.$$

Частота сравнения $f_{ср}$ выделяется с помощью смесителя C_4 как разность частот сигналов, поступающих с выходов умножителей $У_1$ и $У_2$, наличие которых вызвано необходимостью согласования частот сравнения и обратной связи.

Замыкание системы осуществляется по принципу описанного выше низкоскоростного привода. Сигнал обратной связи, сформированный корректирующим устройством $KУ$, модулирует по амплитуде задающее напряжение частоты f_2 . При этом закон модуляции автоматически переносится и на систему управляющих напряжений инвертора, в результате чего уменьшаются колебания текущего значения скорости привода, возникающие при колебаниях угла нагрузки синхронного реактивного двигателя.

Таким образом, широкий диапазон регулирования скорости поверочных устройств может быть достигнут при использовании двух систем электропривода. Для получения низких скоростей служит система электропривода с ДДП. Верхние скорости диапазона обеспечиваются системой регулирования с СРД. Результаты экспериментальных исследований систем электропривода приведены в таблице.

| Измеряемая величина | Привод с двигателем | | | | | | | | | |
|---|---------------------|--------|--------|--------|--------|-----------------------|--------|-------|--------|--------|
| | двойного питания | | | | | синхронным реактивным | | | | |
| Заданное значение скорости, рад/с | 0,0104 | 0,6270 | 0,209 | 1,045 | 4,18 | 3,141 | 2,566 | 2,812 | 5,6 | 188,4 |
| Относительная погрешность определения скорости в разомкнутой системе привода, % | 0,21 | 0,27 | 0,0970 | 0,031 | 0,019 | 0,347 | 0,19 | 0,072 | 0,027 | 0,009 |
| Относительная погрешность определения скорости в замкнутой системе, % | 0,017 | 0,0305 | 0,0103 | 0,0056 | 0,0023 | 0,011 | 0,0071 | 0,005 | 0,0023 | 0,0008 |

Поступила в редакцию
17.02. 1971 г.

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТАХОМЕТРИЧЕСКОЙ
УСТАНОВКИ ТИПА ОТХЗ-150

Образцовая универсальная тахометрическая установка типа ОТХЗ-150 предназначена для воспроизведения дискретных значений угловых скоростей с целью поверки, градуировки и испытания различных тахометров. Установка воспроизводит угловые скорости в диапазоне 5—150000 об/мин с погрешностью, не превышающей 0,01%.

Принцип работы установки основан на стабилизации скорости вращения частотой электромеханического преобразователя, синхронизированного частотой кварцевого генератора.*

Установки данного типа универсальны, надежны в работе и обладают высокой точностью в широком диапазоне угловых скоростей. Однако они не лишены ряда недостатков. Так, при подготовке к работе необходимо проделать следующие операции. Установить на кварцевом генераторе частоту 500 или 1000 Гц, соответствующую выбранному диапазону воспроизведения угловой скорости и синхронизирующую скорость двигателя преобразователя частоты. Затем надо запустить синхронный двигатель преобразователя частоты. Для этого раскручивают ротор через фрикционное устройство и одновременно прослушивают момент синхронизации скорости по биениям частоты. Чтобы уловить момент синхронизации скорости двигателя преобразователя частоты и вовремя отключить фрикцион от ротора, требуется некоторый опыт оператора. Запустить двигатель приходится и при переходе на другой диапазон воспроизведения. Кроме того, к недостаткам преобразователя частоты следует отнести искажения гармонической формы сигнала, т. е. изменения периода и амплитуды частоты, снимаемой с фотокаскада. Искажения вызваны тем, что воспроизведение частот осуществляется фотомеханическим способом. Диск имеет несколько рядов отверстий, последний из которых делается с определенным допуском по углу. Непостоянство периода и амплитуды вызвано также эксцентриситетом диска и неравномерностью вращения ротора синхронного мотора, обусловленной неравномерностью зазора между статором и ротором и допуском при их изготовлении.

На осциллограмме (рис. 1) приведена частота с генератора образцовых частот f_1 и частота f_2 , снимаемая с фотокаскада преобразователя частоты ($f_1 = f_2 = 1000$ Гц).

Для частоты f_1 отношение периодов в любой момент времени— величина постоянная и равная единице, т. е. $T_1/T_2 = 1$.

* Лассан В. Л. Образцовая тахометрическая установка для измерения угловых скоростей в пределах 5 — 60000 об/мин. Труды институтов Комитета, вып. 50 (110), Изд-во стандартов, 1961.

Для частоты f_2 это отношение является величиной переменной, отличной от единицы, и лежит в пределах 0,7—1,3, т. е. $T_1^*/T_2^* = 0,7 - 1,3$.

Это говорит о том, что значение частоты в разные промежутки времени изменяется, но средняя величина остается постоянной.

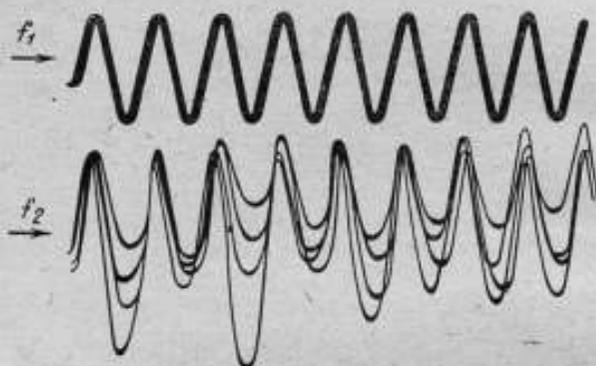


Рис. 1. Осциллограмма частот: f_1 — образцовой; f_2 — снимаемой с преобразователя частоты

На осциллограмме (рис. 2) видны колебания сигнала с фотопреобразователя с частотой f , промодулированные частотой 50 Гц. Модуляция происходит за счет наводок в высокоомной цепи фотоэлемента и подсветки фотоэлемента лампой накаливания, которая питается переменным током.

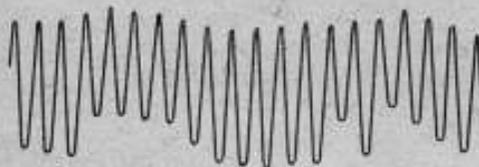


Рис. 2. Осциллограмма частоты фотопреобразователя

Искажение при синхронизации скорости постоянного двигателя с помощью стабилизатора вызывает колебания угловой скорости около среднего значения. Максимальное отклонение мгновенного значения от среднего значения угловой скорости составляет $\pm 0,5\%$,

но при этом погрешность среднего значения за один оборот во всем диапазоне установки не превышает $\pm 0,01\%$.

На осциллограмме (рис. 3), снятой с помощью самописца, хорошо видны колебания скорости от среднего значения, частота которых лежит в пределах 0,5—2 Гц. Амплитуду этих колебаний можно определить из осциллограммы по кривым 3 и 4. Чувствительность самописца $s = 0,09$ мм/об/мин. Эти кривые соответствуют угловой скорости 1400 и 1600 об/мин. Размах колебаний со-

ставляет 1 мм, а амплитуда $l = 0,5$ мм. При этом амплитуда колебаний угловой скорости будет

$$\Delta n = \frac{l}{s} = \frac{0,5}{0,09} = 5,5 \text{ об/мин,}$$

что составляет

$$\delta = \frac{\Delta n}{n} \cdot 100\% = \frac{5,5}{1400} \cdot 100 = 0,4\%.$$

Как показали исследования, для других дискретных значений угловых скоростей погрешности лежат в пределах 0,3 — 0,5%.

Линии 1 и 2 представляют запись скоростей 1000 и 1200 об/мин при синхронизации от звукового генератора. В данном случае колебания скорости заметно уменьшились и самописец в силу малой своей чувствительности их не отметил. Но звуковые генераторы имеют большую частотную погрешность (1—2%) и поэтому не могут использоваться в образцовых установках.

Для этой цели вместо электромеханического преобразователя частоты был разработан и изготовлен генератор образцовых частот. Генератор дает возможность получать кварцеванные частоты синусоидальной формы от 50 до 1500 Гц с дискретностью 50 Гц и имеет выход 50 Гц импульсной формы для питания стробоскопической лампы. Относительная погрешность по частоте генератора определяется стабильностью кварцевого резонатора и составляет $5 \cdot 10^{-5}$. Генератор был применен в образцовой тахометрической установке.

Использование магнитной муфты для демпфирования колебаний угловой скорости со стороны двигателя постоянного тока не дало желаемого результата. Кроме того, в силу технологической сложности узел вызывает дополнительные колебания скорости. Колебания возникают из-за непостоянства скорости проскальзывания якоря, обусловленного неравномерностью зазора между статором и якорем муфты.

При работе на установках магнитная муфта снималась и стабилизация скорости регулировалась за счет изменения характеристики цепи возбуждения двигателя. Таким образом, отпала необходимость в применении сложной в изготовлении и наладке магнитной муфты.

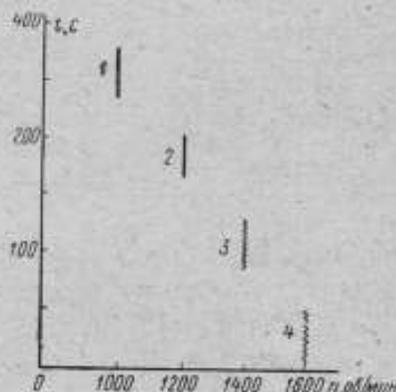


Рис. 3. Оциллограмма частоты скорости установки
1 — 1000; 2 — 1200; 3 — 1400 и 4 — 1600 об/мин

Дальнейшее исследование принципиальной схемы установки позволило устранить в цепи стабилизатора схему регулировки подмагничивания. Была выбрана оптимальная величина напряжения подмагничивания для всего диапазона угловых скоростей, которая остается постоянной в процессе эксплуатации и подбирается при наладке установки с помощью понижающего трансформатора и реостата в цепи якоря стабилизатора.

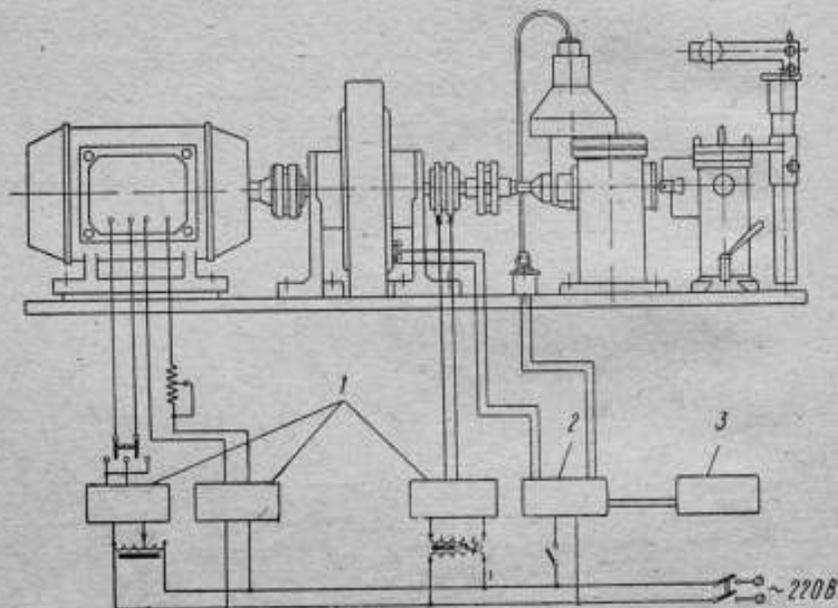


Рис. 4. Блок-схема усовершенствованной установки
1 — блоки выпрямителей; 2 — усилитель мощности; 3 — генератор образцовых частот

В результате усовершенствования образцовой тахометрической установки ОТХЗ-150 (рис. 4) удалось упростить ее схему, исключив магнитную муфту и схему регулировки подмагничивания синхронизатора и заменив электромеханический преобразователь частоты генератором образцовых частот типа ГОЧ. Все это позволило уменьшить габариты установки, упростить управление ее и, главное, снизить колебания угловой скорости.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПРЕЦИЗИОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПРИ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

В прецизионных приводах постоянного тока с фазовым управлением [1] при малой погрешности поддержания среднего значения скорости $10^{-4} - 10^{-5}$ мгновенные колебания ее могут достигать $10^{-3} - 10^{-4}$ от заданной величины. В случае постоянства нагрузочного момента эти колебания вызываются в основном зубцовыми и якорными пульсациями электромагнитного момента, которые возникают из-за непостоянства магнитного сопротивления зубцовой зоны и анизотропии магнитных свойств сердечника якоря, а также из-за непостоянства момента сопротивления в опорах качения [2].

Характерной особенностью этих возмущений является их гармонический характер и линейная зависимость частоты воздействия от скорости вращения. В общем случае они могут быть представлены синусоидальной функцией

$$M_{k0} = M_{k0} \sin k\omega_d t, \quad (1)$$

где M_{k0} — амплитудное значение возмущающего момента; ω_d — скорость вращения вала двигателя; k — коэффициент пропорциональности. Для зубцовых пульсаций момента $k = z_n$, где z_n — число зубьев якоря; для якорных пульсаций момента $k = 2p$, где p — число пар полюсов двигателя. Амплитудные значения тех и других пульсаций достигают нескольких процентов от номинального момента двигателя.

Если воспользоваться амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) электропривода, то по каждому из возмущений может быть определена амплитуда вынужденных колебаний скорости и скорость вращения двигателя, при которой относительная неустойчивость достигает максимального значения. На рисунке показана АЧХ прецизионного электропривода [2] по возмущающему моменту, которая построена в соответствии с уравнением:

$$A(\omega_n) = \frac{\Delta_0}{M_{k0}} = \frac{\kappa'_n R \omega_n \sqrt{1 + \omega_n^2 T_n^2}}{\sqrt{(\kappa_n - B\omega_n^2)^2 + (\kappa_1 k z_n \omega_n - B T_n \omega_n^3)^2}}, \quad (2)$$

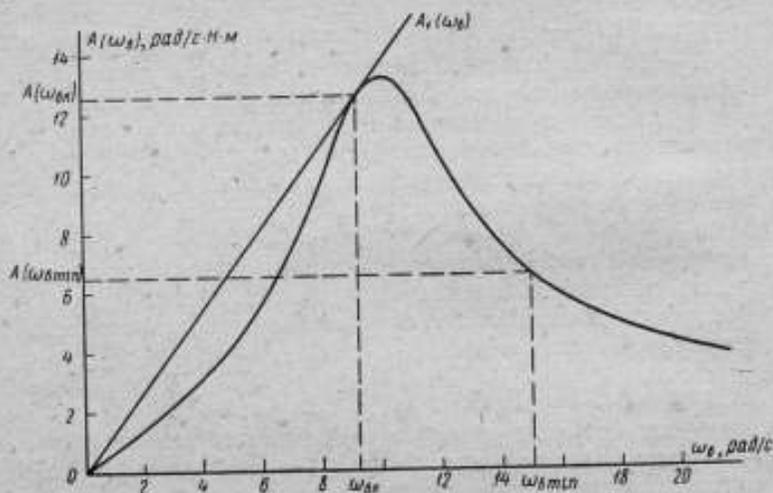
где $\omega_n = k\omega_d$ — частота возмущающего момента; Δ_0 — амплитудное значение колебаний скорости. Относительная величина мгновенных колебаний скорости

$$\gamma = \frac{\Delta_0 k}{\omega_n}. \quad (3)$$

Если решать (3) относительно Δ_0 и разделить на M_{k0} , то получим

$$A_1(\omega_n) = \frac{\Delta_0}{M_{k0}} = \frac{\gamma\omega_n}{kM_{k0}}. \quad (4)$$

Из (4) следует, что АЧХ системы, имеющей постоянную относительную неустойчивость вращения при действии возмущающего момента вида (1), представляется линейной зависимостью от ω_n . Этот вывод является существенным, так как служит обоснованием графического метода нахождения максимальной относительной



Амплитудно-частотная характеристика прецизионного электропривода

неустойчивости γ_{\max} прецизионного электропривода. Для определения γ_{\max} следует провести через начало координат (см. рисунок) линию, касательную к АЧХ системы. По координатам точки касания определяется

$$\gamma_{\max} = \frac{A_0(\omega_{dk}kM_{k0})}{\omega_{dk}} \quad (5)$$

и соответствующая ей скорость вращения двигателя

$$\omega_{dk} = \frac{\omega_{nk}}{k}.$$

Указанным методом можно найти γ_{\max} и ω_{dk} для всех существующих в системе гармонических возмущений. Этот метод позволяет исследовать и нелинейные системы. Если точка касания лежит за пределами диапазона регулирования скорости, определяемого выражениями

$$\omega_{n \min} = k\omega_{d \min} \text{ и } \omega_{n \max} = k\omega_{d \max},$$

то максимальное значение относительной неустойчивости будет находиться на соответствующей границе диапазона и составлять

$$\gamma_{\max} = \frac{A(\omega_{\text{в min}} k M_{\text{вн}})}{\omega_{\text{в min}}}$$

Для примера рассчитаем γ_{\max} двигателя ПНФ-17,5, вызванную якорными пульсациями момента, если $M_{\text{вн}} = 0,1$ Н·м, $2p = 2$.

В соответствии с (5) имеем

$$\gamma_{\max} = \frac{12,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 0,1}{9,2} = 2,75 \cdot 10^{-4} = 0,0275\%$$

при $\omega_{\text{дк}} = 4,6$ рад/с.

Полученные результаты были подтверждены экспериментальными исследованиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андрушук В. В., Андрушук Вик. В., Ефимов И. Г. Прецизионный привод постоянного тока с управляемыми кремневыми вентилями, ГОСИНТИ, № 17-66-1661/109, 1966.

2. Дранников В. Г., Андрушук В. В. Разработка и исследование высокоточных систем электроприводов. Сб. докладов V Всесоюзной конференции по автоматизированному электроприводу, Тбилиси, 1968.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.768

В. А. ИВАНОВ, Н. С. СОЛОВЬЕВА, Б. Л. СУСЛОВ
ВНИИМ

ПОГРЕШНОСТИ ИСПЫТАНИЙ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ НА ДВУХОСНОЙ УСТАНОВКЕ С НЕРАВНОМЕРНЫМ ВРАЩЕНИЕМ

Испытательная установка [1] предназначена для снятия частотных характеристик угловых акселерометров. С целью воспроизведения угловых ускорений требуемой амплитуды и частоты платформе 1 (рис. 1) с установленным на ней акселерометром 2 задается вращение с постоянными скоростями вокруг вертикальной и горизонтальной осей. При непостоянстве во времени указанных скоростей воспроизводимое ускорение отличается от гармонического, что ведет к погрешностям снятия частотных характеристик.

Оценим эти погрешности для случая, когда угловые скорости платформы являются произвольными периодическими функциями времени с малым отклонением относительно среднего значения. Изменение скорости вращения платформы может быть вызвано неточностью изготовления редуктора, несбалансированностью платформы, фазовыми качаниями синхронных двигателей и другими причинами.

Полагая подвижную часть акселерометра статически и динамически уравновешенной, а моменты на ее оси — линейными функциями угла и скорости поворота, уравнение его движения при произвольных скоростях вращения платформы представим в виде:

$$I_z(\ddot{\alpha} + \dot{\psi} \cos \varphi - \dot{\varphi} \sin \varphi) + f\dot{\alpha} + k\alpha = 0, \quad (1)$$

где $\dot{\psi}$ и $\dot{\varphi}$ — скорости вращения платформы относительно вертикальной и горизонтальной осей; I_z — осевой момент инерции подвижной части; f — коэффициент демпфирования; k — коэффициент жесткости пружины. Примем

$$\psi = \psi_0 + \Delta\psi;$$

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi,$$

где ψ_0 и φ_0 — постоянные члены разложения ряда Фурье; $\Delta\psi_0$ и $\Delta\varphi_0$ — остальные члены разложения, т. е.

$$\Delta\psi = \sum_{j=1}^{\infty} b_j \cos(j\dot{\psi}_0 t + \psi_j);$$

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos(i\dot{\varphi}_0 t + \varphi_i). \quad (2')$$

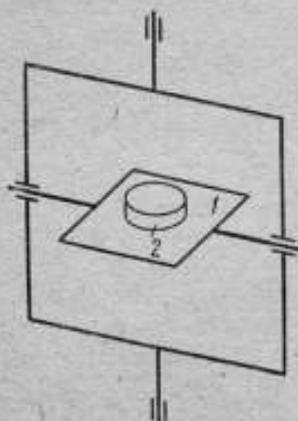


Рис. 1. Кинематическая схема установки
1 — платформа; 2 — акселерометр

Из (2) следует

$$\varphi = \varphi_0 t + F(t) + \varphi_0,$$

где φ_0 — постоянная интегрирования; $F(t) = \int_0^t \Delta\dot{\varphi} dt$. Отсюда уравнение (1) примет вид

$$\ddot{\alpha} + \frac{f}{I_z} \dot{\alpha} + \frac{k}{I_z} \alpha = -\Delta\ddot{\psi} \cos[\dot{\varphi}_0 t + F(t) + \varphi_0] + (\dot{\psi}_0 + \Delta\dot{\psi}) \times \\ \times (\dot{\varphi}_0 + \Delta\dot{\varphi}) \sin[\dot{\varphi}_0 t + F(t) + \varphi_0]. \quad (2)$$

С учетом малости величин $\Delta\psi$, $\Delta\varphi$ и особенностей разложения Фурье, можно полагать малой также и величину интеграла $\int_0^t (\Delta\dot{\varphi} dt)$. С учетом этого выражения (2) с точностью до членов второго порядка малости перепишем следующим образом:

$$\ddot{\alpha} + \frac{f}{I_z} \dot{\alpha} + \frac{k}{I_z} \alpha = \dot{\psi}_0 \dot{\varphi}_0 \sin(\dot{\varphi}_0 t + \varphi_0) + \\ + [\dot{\psi}_0 \Delta\dot{\psi} \sin(\dot{\varphi}_0 t + \varphi_0) + \dot{\varphi}_0 \Delta\dot{\psi} \sin(\dot{\varphi}_0 t + \varphi_0) + \\ + \dot{\psi}_0 \dot{\varphi}_0 \cos(\dot{\varphi}_0 t + \varphi_0) F(t) - \Delta\dot{\psi} \cos(\dot{\varphi}_0 t + \varphi_0)]. \quad (3)$$

Принимая во внимание (2), получим

$$F(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{i\dot{\varphi}_0} \sin(i\dot{\varphi}_0 t + \varphi_i) + c; \quad \Delta\ddot{\psi} = - \sum_{j=1}^{\infty} b_j j \dot{\psi}_0 \sin(j\dot{\psi}_0 t + \psi_j).$$

При подстановке в (3) полученных выражений уравнение движения акселерометра после преобразований примет вид

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + 2n\dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = & \dot{\psi}_0 \dot{\varphi}_0 \sin(\dot{\varphi}_0 t + \varphi_0) + \\ & + \frac{1}{2} \dot{\psi}_0 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{i} [(i-1) \sin[(1-i)\dot{\varphi}_0 t + (\varphi_0 - \varphi_i)] + \\ & + (i+1) \sin[(1+i)\dot{\varphi}_0 t + (\varphi_0 - \varphi_i)]] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} b_j \times \\ & \times [(\dot{\varphi}_0 - \dot{\psi}_0 j) \sin[(\dot{\varphi}_0 - j\dot{\psi}_0)t + (\varphi_0 - \psi_j)] + (\dot{\varphi}_0 + \dot{\psi}_0 j) \times \\ & \times \sin[(\dot{\varphi}_0 + \dot{\psi}_0 j)t + (\varphi_0 - \psi_j)]], \end{aligned} \quad (4)$$

где $f/I_x = 2n$; $k/I_x = \omega_0^2$.

Таким образом, вследствие неустойчивости вращения платформы с акселерометром относительно вертикальной и горизонтальной осей возникают переменные ускорения:

$$e_{1i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_i \dot{\psi}_0}{i} [(i-1) \sin[(1-i)\dot{\varphi}_0 t + (\varphi_0 - \varphi_i)]]; \quad (i = 1, 2, \dots)$$

$$e_{2i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_i \dot{\psi}_0}{i} [(i+1) \sin[(1+i)\dot{\varphi}_0 t + (\varphi_0 - \varphi_i)]];$$

$$e_{1j} = \frac{1}{2} b_j [(\dot{\varphi}_0 - \dot{\psi}_0 j) \sin[(\dot{\varphi}_0 - j\dot{\psi}_0)t + (\varphi_0 - \psi_j)]]; \quad (j = 1, 2, \dots)$$

$$e_{2j} = \frac{1}{2} b_j [(\dot{\varphi}_0 + \dot{\psi}_0 j) \sin[(\dot{\varphi}_0 + j\dot{\psi}_0)t + (\varphi_0 - \psi_j)]].$$

Эти ускорения, как следует из решения уравнения (4), приводят в установившемся состоянии к колебаниям подвижной части акселерометра

$$\alpha_{1i} = \frac{\dot{\psi}_0 a_i (i-1)}{2i \sqrt{[\omega_0^2 - [(1-i)\dot{\varphi}_0]^2]^2 + 4n^2 [(1-i)\dot{\varphi}_0]^2}} \sin[(1-i)\dot{\varphi}_0 t + \varphi_0 - \varphi_i - \arctg \frac{2n(1-i)\dot{\varphi}_0}{\omega_0^2 - (1-i)^2 \dot{\varphi}_0^2}];$$

$$\alpha_{2i} = \frac{\dot{\Psi}_0 \alpha_i (i-1)}{2i \sqrt{\{\omega_0^2 - [(i-1)\dot{\Psi}_0]^2\}^2 + 4n^2 [(i-1)\dot{\Psi}_0]^2}} \sin [(1+i)\dot{\Psi}_0 t + \varphi_0 - \varphi_i - \arctg \frac{2n(1+i)\dot{\Psi}_0}{\omega_0^2 - (1+i)^2 \dot{\Psi}_0^2}];$$

$$\alpha_{1i} = \frac{b_i (\dot{\Psi}_0 - \dot{\Psi}_0 i)}{2 \sqrt{\{\omega_0^2 - [\dot{\Psi}_0 - j\dot{\Psi}_0]^2\}^2 + 4n^2 (\dot{\Psi}_0 - j\dot{\Psi}_0)^2}} \sin [(\dot{\Psi}_0 - j\dot{\Psi}_0) t + \varphi_0 - \psi_i - \arctg \frac{2n(\dot{\Psi}_0 - j\dot{\Psi}_0)}{\omega_0^2 - (\dot{\Psi}_0 - j\dot{\Psi}_0)^2}];$$

$$\alpha_{2j} = \frac{b_j (\dot{\Psi}_0 + \dot{\Psi}_0 j)}{2 \sqrt{\{\omega_0^2 - [\dot{\Psi}_0 + j\dot{\Psi}_0]^2\}^2 + 4n^2 (\dot{\Psi}_0 + j\dot{\Psi}_0)^2}} \sin [(\dot{\Psi}_0 + j\dot{\Psi}_0) t + \varphi_0 - \psi_j - \arctg \frac{2n(\dot{\Psi}_0 + j\dot{\Psi}_0)}{\omega_0^2 - (\dot{\Psi}_0 + j\dot{\Psi}_0)^2}].$$

Амплитуды A_{1i} , A_{2i} , A_{1j} , A_{2j} колебаний α_{1i} , α_{2i} , α_{1j} , α_{2j} достигают максимума соответственно при

$$\dot{\Psi}_0 = \frac{\sqrt{2(2kl_z - f^2)}}{2l_z(1-i)}; \quad \dot{\Psi}_0 = \frac{\sqrt{2(2kl_z - f^2)}}{2l_z(1+i)}; \quad \dot{\Psi}_0 = \sqrt{\frac{k}{l_z} + j\dot{\Psi}_0};$$

$$\dot{\Psi}_0 = \sqrt{\frac{k}{l_z} - j\dot{\Psi}_0}. \quad (5)$$

Максимальные значения амплитуд при этом составят

$$A_{1i \max} = \frac{\dot{\Psi}_0 \alpha_i (i-1) l_z^2}{if \sqrt{4kl_z - f^2}};$$

$$A_{2i \max} = \frac{\dot{\Psi}_0 \alpha_i (i+1) l_z^2}{if \sqrt{4kl_z - f^2}};$$

$$A_{1j \max} = A_{2j \max} = \frac{b_j l_z}{2f}.$$

Предельные погрешности от i -х и j -х гармоник можно охарактеризовать отношениями

$$\delta_{1i} = \frac{A_{1i}}{A_0}; \quad \delta_{2i} = \frac{A_{2i}}{A_0}; \quad \delta_{1j} = \frac{A_{1j}}{A_0}; \quad \delta_{2j} = \frac{A_{2j}}{A_0},$$

где A_{1i} , A_{2i} , A_{1j} , A_{2j} — амплитуды α_{1i} , α_{2i} , α_{1j} , α_{2j} ; $A_0 = \frac{\Psi_0 \dot{\Psi}_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \dot{\Psi}_0^2)^2 + 4n^2 \dot{\Psi}_0^2}}$.

Оценку величин δ_{1i} , δ_{2i} , δ_{1j} , δ_{2j} проведем вначале для области низких частот, в которой амплитудно-частотная характеристика углового акселерометра имеет малый наклон. При этом будем различать случай, когда частота i -й (j -й) гармоники существенно меньше собственной частоты акселерометра, и случай, когда она близка к ней. Принимая во внимание реальные значения I_2 , f , k

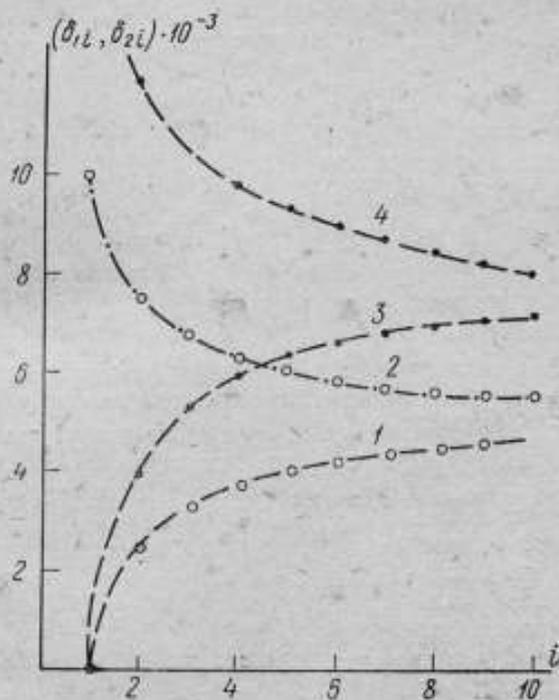


Рис. 2. Распределение погрешностей при $a_i/\dot{\psi}_0 = 0,01$
 $\delta_{1i} = f(i)$; $\delta_{2i} = f(i)$; $\delta_{1i \max} = f(i)$; $\delta_{2i \max} = f(i)$ (соответственно
 кривые 1, 2, 3, 4)

[2], а также малость $\dot{\psi}_0$, ψ_0 ($\dot{\psi} \leq 20$ рад/с, $\psi_0 \leq 20$ рад/с) для первой из областей можно принять

$$\delta_{1i} \approx \frac{a_i(i-1)}{2i\dot{\psi}_0}; \quad \delta_{2i} \approx \frac{a_i(i+1)}{2i\dot{\psi}_0};$$

$$\delta_{1j} = \frac{b_j(\dot{\psi}_0 - \dot{\psi}_0 j)}{2\dot{\psi}_0\psi_0}; \quad \delta_{2j} = \frac{b_j(\dot{\psi}_0 + \dot{\psi}_0 j)}{2\dot{\psi}_0\psi_0}. \quad (6)$$

Для второй области, где погрешности максимальны по i и j

$$\delta_{1i \max} \approx \frac{a_i(i-1)I_2k}{if\dot{\psi}_0 \sqrt{4kI_2 - f^2}}; \quad \delta_{2i \max} \approx \frac{a_i(i+1)I_2k}{if\dot{\psi}_0 \sqrt{4kI_2 - f^2}};$$

$$\delta_{1j \max} \approx \delta_{2j \max} \approx \frac{b_jk}{2f\dot{\psi}_0\psi_0}. \quad (7)$$

Подобные оценки могут быть осуществлены для произвольной области амплитудно-частотной характеристики, если учесть коэффициенты динамичности испытываемого акселерометра.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

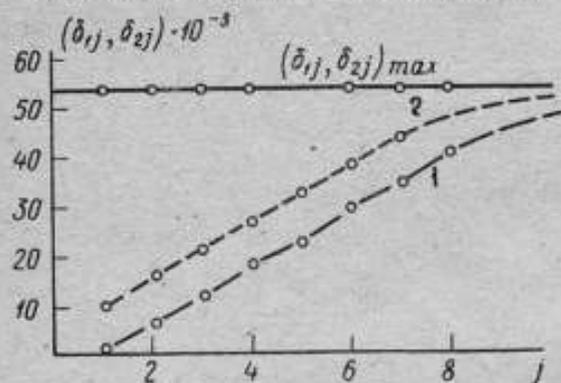


Рис. 3. Распределение погрешностей при $b_j/\psi_0 = 0,01$; $\psi_0 = 30$ рад/с
 $1 - \delta_{1j} - f(j)$; $2 - \delta_{2j} - f(j)$.

Наибольшая точность снятия амплитудно-частотных характеристик при неравномерном вращении достигается при угловых скоростях $\dot{\psi}$ и $\dot{\varphi}$, как можно больше отличающихся от значений, вычисленных при $i, j = 1, 2, \dots$, согласно выражениям (5).

В выбранных с учетом этого точках амплитудно-частотной характеристики на ее начальном участке максимальные относительные погрешности от $i = x$ и $j = x$ гармоник скоростей $\dot{\psi}$ и $\dot{\varphi}$ могут быть приближенно охарактеризованы отношениями $a_{ij}/\dot{\psi}_0$ и $b_j/\dot{\psi}_0$. Кроме того, j -я гармоника скорости $\dot{\psi}$ приводит к погрешности $b_{jj}/\dot{\psi}_0$. Более точные оценки погрешностей дают выражения (6). Если не учитывать условие (7), максимальные погрешности будут в значительной степени зависеть от конструктивных параметров акселерометров и в меньшей степени от i и j . Однако во всех случаях погрешности не могут превысить значений, вычисляемых в соответствии с (7).

На основании (6) и (7) были рассчитаны погрешности для углового акселерометра, описанного в работе [2]. Для этого акселерометра $I_2 = 4,25 \cdot 10^{-3}$ г·см·с²; $k = 202,6$ г·см; $f = 0,62$ г·см. Расчетные данные приведены на рис. 2, 3 и 4.

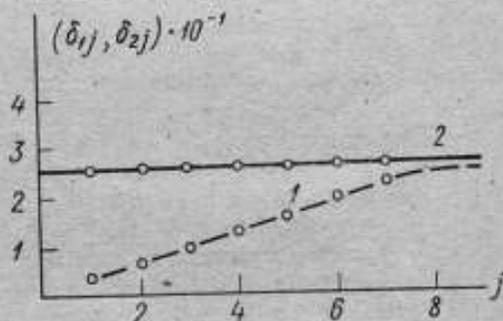


Рис. 4. Распределение погрешностей при $b_j/\dot{\psi}_0 = 0,01$; $\dot{\psi}_0 = 6,28$ рад/с; $\varepsilon = 250$ рад/с²
 $1 - \delta_{1j}$; $\delta_{2j} - f(j)$; $2 - (\delta_{1j}, \delta_{2j})_{\max} - f(j)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мур В. Устройство и способы для воспроизведения медленно меняющихся угловых ускорений. Патент США, № 3.015.946.
2. Субботин В. М. К оптимальному выбору параметров гидравлического датчика угловых ускорений. Изв. вузов СССР, «Приборостроение», 1969, № 2.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.768

В. А. ИВАНОВ, Б. Л. СУСЛОВ, В. П. ШУМИЛИН
ВНИИМ

СТАТИЧЕСКАЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ ГРАДУИРОВКА УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Статическая градуировка угловых акселерометров, основанная на задании корпусу прибора постоянного углового ускорения в диапазоне 100—1000 рад/с², технически сложна и сопровождается значительными методическими погрешностями. Сложность ее заключается в следующем. При статической градуировке необходимы быстродействующие устройства памяти для регистрации сигналов акселерометра одновременно с сигналами измерителя задаваемого ускорения. Съем сигнала акселерометра производится через токо-съемные устройства, работающие при скоростях до 1000 рад/с. Для задания ускорения требуется достаточно мощный (0,3—0,5 кВт) и в то же время малоинерционный привод. При этом практически исключается применение редукторов, так как они создают значительную переменную составляющую воспроизводимого ускорения. Высокие скорости вращения вала градуировочной установки приводят к методическим погрешностям из-за деформации элементов акселерометра центробежными силами. При этом в зоне наибольших усилий оказывается преобразователь угла поворота подвижной части акселерометра. Другая погрешность связана с тем, что в общем случае ось вала установки O_1 , ось подвеса подвижной части O_2 и центр масс последней O_3 не совпадают (рис. 1). При вращении вала испытательной установки с постоянной скоростью ω возникает момент центробежных сил

$$M = \frac{\omega^2 l}{g} M_{ст},$$

где $M_{ст}$ — статический момент дебаланса от ускорения силы тяжести g , направленной по O_1O_2 ; l — проекция O_2O_3 на O_1O_2 . Этот момент вызывает ложный сигнал. В то же время в результате смещения центра масс в направлении O_1O_2 изменяется жесткость пружины акселерометра, что влияет на крутизну статической характеристики.

Динамическая градуировка угловых акселерометров, предполагающая задание корпусу акселерометра переменных угловых ускорений, выгодно отличается от статической своей технической простотой и меньшими методическими погрешностями. Последнее связано с существенным уменьшением угловых скоростей задаваемых корпусу акселерометра. Для такой градуировки можно использовать крутильный маятник с электродинамическим приводом [2, 3] в режиме вынужденных или свободных колебаний и двухосную установку со взаимно перпендикулярными осями [1]. При использовании крутильного маятника амплитуда воспроизводимого ускорения равна $\varepsilon = A\omega^2$, где ω и A — круговая частота и амплитуда колебаний соответственно.

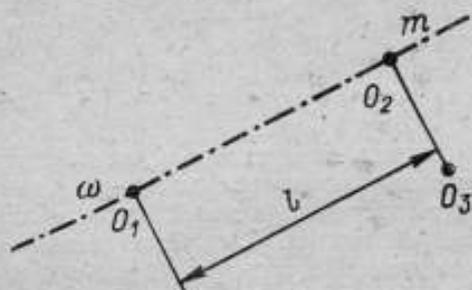


Рис. 1. Взаимное расположение осей и центра масс

При использовании двухосной установки $\varepsilon = \omega_1\omega_2$ (ω_1 и ω_2 — скорость вращения относительно вертикальной и горизонтальной оси соответственно), а частота равна $\omega_2/2\pi$.

Если градуируемый прибор является квазистатическим [4], то с помощью динамического метода может быть получена также статическая характеристика.

При этом наиболее простым путем получения такой характеристики представляется следующий. С помощью упомянутых установок воспроизводятся угловые ускорения, амплитуды которых равны заданным постоянным уровням, а частоты существенно меньше собственной частоты акселерометра. В этом случае коэффициент динамичности $k \approx 1$, поэтому амплитуда выходного сигнала акселерометра практически равна сигналу при постоянном ускорении, равном амплитуде переменного ускорения. Полученная таким образом статическая характеристика может быть уточнена за счет экстраполяции амплитудно-частотной характеристики.

Сравнительная характеристика статических и динамических методов представлена в таблице. Приведенные данные получены расчетным путем и соответствуют следующим условиям испытаний угловых акселерометров:

| | |
|---|------|
| Воспроизводимое ускорение ε , рад/с ² | 1000 |
| Время поддержания ускорения τ , с | 1 |
| Частота вынужденных колебаний крутильного маятника f , Гц | 5 |
| Скорости вращения относительно вертикальной и горизонтальной осей установки [1] $\omega_1 = \omega_2$, рад/с | 30 |

| | |
|---|---------------------|
| Радиус подвижной части акселерометра r , м | $3,5 \cdot 10^{-3}$ |
| Момент инерции подвижной части J , кг·м ² | $5 \cdot 10^{-9}$ |
| » дебаланса подвижной части от ускорения силы тяжести, Н·м | $5 \cdot 10^{-7}$ |

| Сравниваемые параметры и особенности конструкции | Статические методы | Динамические методы | |
|---|---|--|--|
| | | С использо- ванием крутильного маятника | С использо- ванием двухосного стенда |
| Уровень центробежных (линейных) ускорений при градуировке | До 3000 g | До 3 g | До 4 g |
| Погрешность градуировки от дебаланса подвижной части акселерометра и неточностей размещения при постоянной скорости $\omega = 1000$ рад/с | До 10% | До 0,03% | До 0,04% |
| Собственная частота акселерометра | Без ограничений | Ограничена снизу | |
| Время поддержания углового ускорения | Ограничено | Без ограничений | |
| Токоусъем | Токоусъемное устройство при скоростях до 10000 об/мин | Гибкие токоподводы | Контактные кольца при скоростях до 1000 об/мин |
| Усилитель мощности с низким коэффициентом гармоник и высокой стабильностью амплитуды | Не требуется | Требуется | Не требуется |
| Запоминающие устройства при градуировке | Требуются | Не требуются | |
| Возможность расширения диапазона сверх 1000 рад/с ² | Ограничена | Имеется | Имеется |
| Возможность применения при снятии динамических характеристик, в том числе частотных | Применение невозможно | Применение | возможно |

Возможность применения динамического метода была подтверждена экспериментально на одно- и двухосных установках путем градуировки низкочастотного акселерометра ЛХ-200. В качестве одноосной установки, представляющей собой крутильный маятник с электродинамическим приводом, была применена модернизированная установка УВУК-3, воспроизводящая гармонические угловые колебания. Модернизация заключалась в расширении нижнего предела частотного диапазона с 20 до 3 Гц путем уменьшения жесткости упругого подвеса. Практическое отсутствие высших гармоник в воспроизводимом процессе обеспечивалось работой в режиме, близком к резонансу, путем изменения собственных частот колебательной системы регулировкой жесткости упругого подвеса.

Амплитуда колебаний платформы с градуируемым акселерометром измерялась автоколлимационным методом. Кроме того, процесс колебаний регистрировался счетолучевым осциллографом непосредственно введением валика с зеркалом внутрь осциллографа на место одного из вибраторов. На этой же ленте регистрировался выходной сигнал u акселерометра. Действующее значение u измерялось нулевым методом путем сведения к нулю разности между низкочастотным сигналом u и точно измеренным сигналом u_0 . При

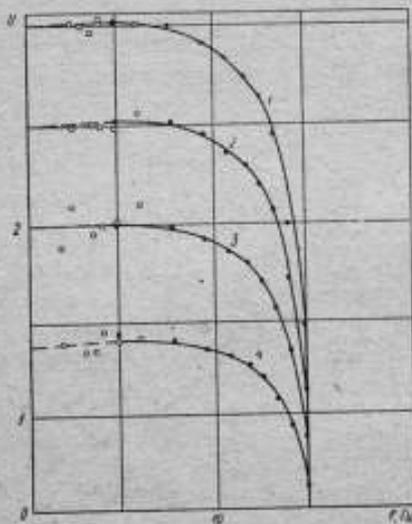


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики акселерометра LX-200 при ϵ , равном

1 — 250; 2 — 200; 3 — 150 и 4 — 100 рад/с²;
● и ○ — результаты градуировки на одноосной и двухосной установке соответственно

этом в качестве нуля-индикатора применялся электронно-лучевой осциллограф. Погрешность задания частоты колебаний не превышает в случае применения генератора ГЗ-44 0,001%. В связи с этим погрешность определения амплитуды углового ускорения зависит практически только от погрешности измерения амплитуды колебаний Φ_0 . При автоколлимационном методе измерения величина $\delta\Phi_0 \leq 1\%$.

В процессе градуировки воспроизводились ускорения с амплитудой до 500 рад/с² при частотах 3—30 Гц.

Макет двухосной установки для воспроизведения переменных угловых ускорений представляет собой платформу с регулируемым электроприводом, на которой установлена вращающаяся система с акселерометром. Ось этой системы перпендикулярна оси платформы. В качестве при-

вода платформы, вращающейся вокруг вертикальной оси, применен двигатель постоянного тока. Вращение градуируемого акселерометра на платформе вокруг горизонтальной оси осуществляется синхронным приводом.

Градуировка прибора производилась после балансировки системы относительно обеих осей вращения.

На макете воспроизводились ускорения с амплитудами 25—250 рад/с² в диапазоне частот 1,75—4 Гц. Погрешность задания угловых скоростей составляла около 1,5%. Следовательно, ускорения воспроизводились с погрешностью $\leq 3\%$. Угловые скорости определялись стробоскопическим методом.

Выходной сигнал акселерометра измерялся вольтметром, осциллографом и частотомером. С помощью вольтметра определялось амплитудное значение аналогового сигнала, а с помощью частото-

мера — изменение частоты выходного сигнала измерительного преобразователя акселерометра.

На установках было получено семейство амплитудно-частотных характеристик (рис. 2). Как следует из экспериментальных данных и технического описания ЛХ-200, подвергшийся испытанию акселерометр ЛХ-200 представляет собой квазистатическую сильно демпфированную систему, близкую к линейной. Поэтому его чувствительность к воздействию постоянного ускорения может быть определена экстраполяцией амплитудно-частотных характеристик в точки, соответствующие $\omega = 0$.

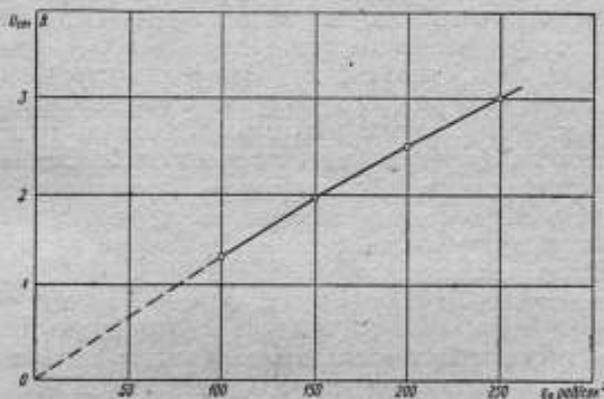


Рис. 3. Статическая характеристика акселерометра ЛХ-200 ($\omega = 0$)

По результатам экстраполяции была получена статическая характеристика $u = f(e_{ст})$ (рис. 3), представляющая собой кривую, близкую к прямой. Сравнение результатов, полученных на одно- и двухосной установках, показывает их хорошее совпадение ($\delta e \leq 2\%$).

Метод крутильного маятника предпочтительнее для градуировки на малых уровнях ускорения (до 100 рад/с^2). Его можно применять также при снятии амплитудно-частотных характеристик в широком диапазоне частот.

Воспроизведение больших ускорений (до 1000 рад/с^2) при частотах не более 5 Гц целесообразнее производить на двухосной установке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мур В. А. Устройство и способ для воспроизведения медленно меняющихся угловых ускорений. Патент США № 3.015.946.
2. Цейтлин С. И. Калибратор для динамической градуировки измерителей инфранизочастотных вращательных микроколебаний. Сб. «Вибрационная техника», 1969, № 2.
3. Шумилин В. П. Измерение параметров угловых колебаний. «Измерительная техника», 1966, № 5.
4. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. Госиздат, 1950.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

ГРАДУИРОВКА УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВАРИАТОРОВ СКОРОСТИ

Наиболее точные результаты градуировки угловых акселерометров методом сличения можно получить при статических измерениях. В связи с этим актуальной задачей является разработка устройства, создающего постоянные угловые ускорения заранее установленной величины, т. е. разработка меры углового ускорения.

Широко распространенным устройством для создания режима статических измерений при сличении является устройство воспроизведения постоянного углового ускорения с использованием равноускоренного движения падающего груза [1]. Однако громоздкость, низкая производительность, недостаточная стабильность воспроизводимого ускорения и неудобство в эксплуатации этого устройства заставляют искать более приемлемую конструкцию возбудителя для статической градуировки. Это вызвано также отсутствием образцовых акселерометров.

Одним из способов получения постоянного углового ускорения является преобразование его в линейно изменяющееся с помощью вариаторов скорости. Примером реализации этого способа является разработанное во Всесоюзном научно-исследовательском светотехническом институте (Москва) устройство для калибровки измерителей углового ускорения [2]. Основным узлом этого устройства является фрикционный вариатор с синхронным электроприводом. Проскальзывание, присущее фрикционным передачам, особенно сильное при больших ускорениях и больших моментах инерции поверяемых приборов, вызывает нестабильность создаваемого ускорения и, следовательно, снижение точности градуировки или поверки. С учетом этого недостатка было разработано два устройства для градуировки угловых акселерометров. Кинематическая схема устройства с использованием вариатора скорости в виде спирали Архимеда изображена на рис. 1. Устройство работает следующим образом. Ведущее колесо 3, зубцовый венец 9 которого имеет вид спирали Архимеда, закреплено на валу синхронного двигателя 1. Электродвигатель 1 вместе с колесом 3 может вертикально перемещаться по направляющим 7 под действием собственного веса и пружины 5. В верхнем положении двигатель удерживается электромагнитом 2, при этом ведомая шестерня 8 соосна с осью колеса 3 и конец ее оси входит в специальную направляющую 10, повторяющую профиль зубцового венца колеса 3. Ось ведомого колеса 8 вращается в подшипниках, на свободном ее конце закреплен градуируемый акселерометр 4. После включения электродвигателя происходит разгон всех вращающихся частей (в том числе и акселерометра) до номинальной скорости привода. После затухания всех процессов, связанных с переходным режимом во время пуска, выключают

электромагнит 2. Электродвигатель 1 с колесом 3 опускается по направляющим 7, причем направляющая 10 шестерни 3 скользит по оси шестерни 8, обеспечивая равномерное увеличение радиуса зацепления в соответствии с профилем зубчатого колеса 3. В конце процесса воспроизведения углового ускорения происходит полное расцепление шестерен 3 и 8 и опускание двигателя 1 на установленные внизу амортизаторы 6. Для приведения устройства в исходное состояние служит дополнительный механизм с электроприводом (на рисунке не показан). Воспроизводимое устройством угловое ускорение ε определяется из выражения

$$\varepsilon = \frac{h}{2\pi R} \omega^2,$$

где h — шаг спирали; R — радиус цилиндрической шестерни 8; ω — угловая скорость шестерни 3.

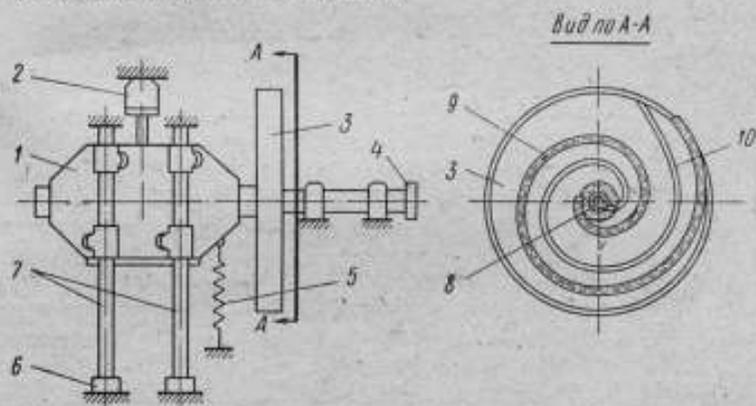


Рис. 1. Кинематическая схема устройства для градуировки с вариатором скорости в виде спирали Архимеда

При постоянных конструктивных параметрах устройства величину углового ускорения задают изменением синхронной скорости ω электродвигателя 1, например, с помощью генератора фиксированных частот.

Продолжительность воспроизведения постоянного углового ускорения зависит от величины ω и конструктивных размеров устройства

$$T = \frac{2\pi(R - R_1)}{\omega h},$$

где R_1 — радиус цилиндрического колеса.

Кинематическая схема устройства для градуировки с использованием конического вариатора изображена на рис. 2.

Синхронный электродвигатель 1 через пятиступенчатый редуктор 2 с накидной шестерней вращает с постоянной угловой ско-

ростью конический барабан 3. На поверхности барабана имеется винтовая канавка с постоянным осевым шагом h_1 для наматывания троса 4. Трос 4 сматывается с цилиндрического барабана 8, на поверхности которого также имеется канавка с постоянным осевым шагом h_2 . Конец троса 4 закреплен на барабане 8 с помощью крючка 9, который допускает легкое расцепление троса 4 с поверхностью барабана в конце процесса перематки. Вращение цилиндрического барабана 8 через скользящую шпонку 5 передается валу, на котором закреплен испытуемый акселерометр 6. Для исключе-

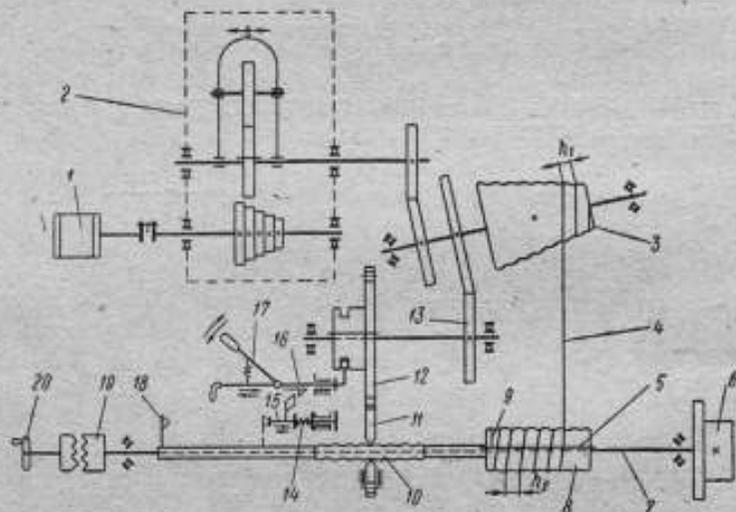


Рис. 2. Кинематическая схема устройства для градуировки с коническим вариатором

ния перекоса троса 4 в процессе его перематки образующие барабана 3 и 8 в точках схода троса 4 расположены параллельно друг другу и, кроме того, применено принудительное осевое перемещение цилиндрического барабана 8. Перемещение осуществляется за счет сложения двух движений. Первое из них вызывается вывинчиванием из маточной гайки 11 ходового винта 10, жестко связанного с барабаном 8, при его вращении вместе с барабаном 8. Второе движение возникает при вращении самой гайки 11 за счет шестерчатой передачи 12, 13 от конического барабана 3. В конце процесса перематки троса 4 следует прекратить осевое перемещение цилиндрического барабана 8. Для этого предусмотрен упор 18, который через толкатель 15 смещает рычаг 19, разъединяя шестерню 12 с зубчатым венцом маточной гайки 11. Одновременно системой синхронизации выключается синхронный двигатель 1. После этого скорости вращения ходового винта 10 и маточной гайки 1 уравниваются, и осевое перемещение барабана 8 прекращается. Для

приведения системы в исходное состояние необходима обратная перемотка троса 4 с барабана 3 на барабан 8. Этот процесс в данной кинематической схеме осуществляется вручную при выключенном электродвигателе 1. Для этого конец троса 4 надевается на крючок 9 барабана 8, отключается накидная шестерня редуктора 2, при нажатом фиксаторе 17 рычагом 16 вводится в зацепление шестерня 12, включается муфта 19 и маховиком 20 производится перемотка троса 4. При вращении вала 7 маховиком 20 происходит обратное осевое перемещение цилиндрического барабана 8. При этом упор 18 отходит от толкателя 15, который под действием пружины 14 возвращается в первоначальное положение, заходя за фиксатор 17. Устройство подготовлено к новому циклу работы.

Угловое ускорение ε , с которым вращается цилиндрический барабан в процессе работы устройства, постоянно и равно

$$\varepsilon = \frac{h_1 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \omega_k^2}{2\pi R_{\text{ц}}},$$

где h_1 — шаг намотки троса; α — угол при вершине конуса; ω_k — скорость конического барабана; $R_{\text{ц}}$ — радиус цилиндра.

Как и в предыдущем устройстве, величина углового ускорения может быть задана соответствующей установкой скорости конического барабана.

Продолжительность воспроизводимого постоянного углового ускорения с учетом переходного процесса при включении двигателя 1 определяется из выражения

$$T = \frac{1,6\pi l_k \cos \frac{\alpha}{2}}{h_1 \omega_k},$$

где l_k — рабочая длина конусного барабана.

В соответствии с описанными кинематическими схемами устройств было изготовлено два макета. Диапазон воспроизводимого углового ускорения составлял 1—200 рад/с². Величина ускорения зависит только от кинематических соотношений в конструкциях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Королев Ф. Н., Тимофеев Ю. В. Экспериментальное определение углового ускорения многопозиционных поворотных столов. Сб. «Технология и автоматизация машиностроения», Киев, 1968, № 3.
2. Варфоломеев Л. П., Либин И. Ш., Шестоков А. К. Устройство для создания постоянного углового ускорения. «Приборы и техника эксперимента», 1967, № 4.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

МАКСИМАЛЬНЫЕ ПОСТОЯННЫЕ УСКОРЕНИЯ, РАЗВИВАЕМЫЕ ДВИГАТЕЛЯМИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Оценка предельных возможностей двигателей различных типов с точки зрения получения постоянного ускорения необходима при разработке установок для воспроизведения углового ускорения, применяемых для испытания угловых акселерометров. Такая оценка была проведена для двигателей независимого возбуждения. Были рассмотрены все выпускаемые промышленностью двигатели, данные которых приведены в каталогах. Оказалось, что наилучшими в смысле получения максимального углового ускорения являются двигатели серии П [1].

Расчеты, сведенные в табл. 1—4, производились по следующим формулам [2]:

номинальный вращающий момент двигателя

$$M_{\text{ном}} = 975 \frac{P}{n_{\text{ном}}},$$

где P — мощность; $n_{\text{ном}}$ — номинальная скорость вращения; максимально возможное ускорение

$$\frac{dn}{dt} = 375 \frac{M}{GD^2} \cdot \frac{2\pi}{60} = 375 \frac{kM_{\text{ном}}}{GD^2} \cdot \frac{2\pi}{60},$$

где M — вращающий момент двигателя; k — коэффициент перегрузки двигателя по моменту; GD^2 — маховой момент двигателя; время разгона до заданной скорости

$$t_D = \frac{n}{\frac{dn}{dt}},$$

где n — скорость вращения.

Момент сопротивления при расчетах не учитывался. Разгон двигателя до номинальной скорости осуществляется при постоянном моменте, выше номинальной — при постоянной мощности [1]. Расчеты произведены для двигателей с напряжением 220 В мощностью до 10 кВт. В смысле ускорения двигатели с напряжением 110 В аналогичны двигателям с напряжением 220 В, а двигатели с напряжением 440 В мощностью менее 19 кВт не выпускаются. Двигатели более мощные, чем приведенные в табл. 1—4, перекрываются ими по максимально возможному ускорениям.

Как видно из табл. 1—4, наилучшим в смысле получения максимального постоянного углового ускорения является двигатель П12 с номинальной скоростью вращения 3000 об/мин (табл. 4), кото-

Таблица 1

 $n_{\text{ном}} = 750 \text{ об/мин (76,5 рад/с}^2); n_{\text{мах}} = 1500 \text{ об/мин (157 рад/с}^2)$

| Тип двигателя | P , кВт | $I_{\text{н}}$, А | GD^2 , кг·м ² | $M_{\text{ном}}$, кг·м | $n = n_{\text{ном}}$ | | | | $n = n_{\text{мах}}$ | |
|---------------|-----------|--------------------|----------------------------|-------------------------|--------------------------------------|-----------|--------------------------------------|-----------|---|-----------|
| | | | | | $M = 2M_{\text{ном}}$ | | $M = 2,5M_{\text{ном}}$ | | $M = 2M_{\text{ном}} \frac{n_{\text{ном}}}{n_{\text{мах}}}$ | |
| | | | | | $\frac{dn}{dt}$, рад/с ² | t_p , с | $\frac{dn}{dt}$, рад/с ² | t_p , с | $\frac{dn}{dt}$, рад/с ² | t_p , с |
| П21 | 0,2 | 1,35 | 0,042 | 0,26 | 485 | 0,162 | 605 | 0,130 | 243 | 0,645 |
| П22 | 0,3 | 1,95 | 0,052 | 0,39 | 585 | 0,134 | 735 | 0,107 | 292 | 0,535 |
| П31 | 0,45 | 2,9 | 0,09 | 0,585 | 510 | 0,154 | 640 | 0,123 | 205 | 0,615 |
| П32 | 0,7 | 4,2 | 0,116 | 0,910 | 615 | 0,128 | 770 | 0,102 | 307 | 0,510 |
| П41 | 1,0 | 6,8 | 0,15 | 1,30 | 680 | 0,116 | 850 | 0,092 | 340 | 0,465 |
| П42 | 1,5 | 9,75 | 0,18 | 1,95 | 850 | 0,092 | 1060 | 0,074 | 425 | 0,370 |
| П51 | 2,2 | 13,6 | 0,35 | 2,86 | 640 | 0,123 | 801 | 0,098 | 320 | 0,490 |
| П52 | 3,2 | 19,0 | 0,4 | 4,15 | 820 | 0,096 | 1026 | 0,077 | 410 | 0,380 |
| П61 | 4,5 | 26 | 0,56 | 5,85 | 820 | 0,096 | 1026 | 0,077 | 410 | 0,380 |
| П62 | 6 | 33,5 | 0,65 | 7,80 | 940 | 0,0835 | 1175 | 0,067 | 470 | 0,335 |
| П71 | 7 | 42,0 | 1,4 | 9,10 | 510 | 0,153 | 640 | 0,122 | 315 | 0,610 |
| П72 | 10 | 58 | 1,6 | 13,0 | 638 | 0,123 | 800 | 0,098 | 395 | 0,490 |

Таблица 2

 $n_{\text{ном}} = 1000 \text{ об/мин (105 рад/с}^2); n_{\text{мах}} = 2000 \text{ об/мин (210 рад/с}^2)$

| Тип двигателя | P , кВт | $I_{\text{н}}$, А | GD^2 , кг·м ² | $M_{\text{ном}}$, кг·м | $n = n_{\text{ном}}$ | | | | $n = n_{\text{мах}}$ | |
|---------------|-----------|--------------------|----------------------------|-------------------------|--------------------------------------|-----------|--------------------------------------|-----------|---|-----------|
| | | | | | $M = 2M_{\text{ном}}$ | | $M = 2,5M_{\text{ном}}$ | | $M = 2M_{\text{ном}} \frac{n_{\text{ном}}}{n_{\text{мах}}}$ | |
| | | | | | $\frac{dn}{dt}$, рад/с ² | t_p , с | $\frac{dn}{dt}$, рад/с ² | t_p , с | $\frac{dn}{dt}$, рад/с ² | t_p , с |
| П11 | 0,13 | 1,0 | 0,0125 | 0,126 | 800 | 0,131 | 1000 | 0,105 | 400 | 0,525 |
| П12 | 0,2 | 1,4 | 0,015 | 0,195 | 1021 | 0,103 | 1273 | 0,083 | 510 | 0,415 |
| П21 | 0,3 | 2,0 | 0,042 | 0,293 | 548 | 0,191 | 684 | 0,153 | 274 | 0,765 |
| П22 | 0,45 | 2,75 | 0,052 | 0,438 | 665 | 0,158 | 830 | 0,126 | 332 | 0,630 |
| П31 | 0,7 | 4,25 | 0,09 | 0,682 | 593 | 0,177 | 743 | 0,142 | 296 | 0,710 |
| П32 | 1 | 5,70 | 0,116 | 0,975 | 660 | 0,160 | 824 | 0,128 | 330 | 0,640 |
| П41 | 1,5 | 9,30 | 0,15 | 1,462 | 765 | 0,138 | 960 | 0,110 | 382 | 0,550 |
| П42 | 2,2 | 13,3 | 0,18 | 2,14 | 933 | 0,113 | 1166 | 0,090 | 466 | 0,450 |
| П51 | 3,2 | 18,3 | 0,35 | 3,120 | 700 | 0,150 | 874 | 0,120 | 350 | 0,600 |
| П52 | 4,5 | 25,2 | 0,40 | 4,387 | 862 | 0,122 | 1080 | 0,097 | 431 | 0,490 |
| П61 | 6 | 32,6 | 0,56 | 5,850 | 820 | 0,128 | 1025 | 0,102 | 410 | 0,515 |
| П62 | 8 | 43 | 0,65 | 7,8 | 942 | 0,112 | 1177 | 0,089 | 471 | 0,450 |
| П71 | 11 | 63 | 1,4 | 10,725 | 601 | 0,175 | 752 | 0,140 | 300 | 0,700 |

Таблица 3

$n_{ном} = 1500$ об/мин (157 рад/с²); $n_{max} = 3000$ об/мин (314 рад/с²);
2250 об/мин (236 рад/с²)

| Тип двигателя | P, кВт | I _я , А | GD ² , кг·м ² | n _{max} , 1/с | M _{ном} , кг·м | n = n _{ном} | | | | n = n _{max} | |
|---------------|--------|--------------------|-------------------------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------|---------------------------|--------------------|---|--------------------|
| | | | | | | M = 2M _{ном} | | M = 2,5M _{ном} | | M = 2M _{ном} $\frac{n_{ном}}{n_{max}}$ | |
| | | | | | | dn/dt, рад/с ² | t _p , с | dn/dt, рад/с ² | t _p , с | dn/dt, рад/с ² | t _p , с |
| П11 | 0,3 | 2,1 | 0,0125 | 314 | 0,195 | 1220 | 0,128 | 1530 | 0,103 | 610 | 0,512 |
| П12 | 0,45 | 2,9 | 0,015 | 314 | 0,293 | 1530 | 0,102 | 1910 | 0,082 | 765 | 0,408 |
| П21 | 0,7 | 4,3 | 0,042 | 314 | 0,455 | 840 | 0,187 | 1050 | 0,150 | 420 | 0,748 |
| П22 | 1,0 | 5,9 | 0,052 | 314 | 0,650 | 980 | 0,160 | 1220 | 0,128 | 490 | 0,640 |
| П31 | 1,5 | 8,7 | 0,09 | 314 | 0,975 | 850 | 0,185 | 1060 | 0,148 | 425 | 0,740 |
| П32 | 2,2 | 12 | 0,116 | 314 | 1,430 | 970 | 0,162 | 1210 | 0,130 | 485 | 0,648 |
| П41 | 3,2 | 18,4 | 0,15 | 314 | 2,08 | 1080 | 0,145 | 1350 | 0,116 | 540 | 0,540 |
| П42 | 4,5 | 25,4 | 0,18 | 314 | 2,93 | 1280 | 0,123 | 1600 | 0,098 | 640 | 0,492 |
| П51 | 6 | 33,2 | 0,35 | 236 | 3,9 | 875 | 0,180 | 1090 | 0,144 | 580 | 0,408 |
| П52 | 8 | 43,5 | 0,4 | 236 | 5,2 | 1020 | 0,154 | 1280 | 0,123 | 680 | 0,348 |
| П61 | 11 | 59,5 | 0,56 | 236 | 7,15 | 1000 | 0,157 | 1250 | 0,125 | 665 | 0,356 |

Таблица 4

$n_{ном} = 3000$ об/мин (314 рад/с²); $n_{max} = 3450$ об/мин (363 рад/с²);
3000 об/мин (314 рад/с²)

| Тип двигателя | P, кВт | I _я , А | GD ² , кг·м ² | n _{max} , 1/с | M _{ном} , кг·м | n = n _{ном} | | | | n = n _{max} | |
|---------------|--------|--------------------|-------------------------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------|---------------------------|--------------------|---|--------------------|
| | | | | | | M = 2M _{ном} | | M = 2,5M _{ном} | | M = 2M _{ном} $\frac{n_{ном}}{n_{max}}$ | |
| | | | | | | dn/dt, рад/с ² | t _p , с | dn/dt, рад/с ² | t _p , с | dn/dt, рад/с ² | t _p , с |
| П11 | 0,7 | 4,3 | 0,0125 | 363 | 0,228 | 1430 | 0,22 | 1790 | 0,175 | 1240 | 0,293 |
| П12 | 1,0 | 6,0 | 0,015 | 363 | 0,325 | 1700 | 0,185 | 2120 | 0,148 | 1470 | 0,247 |
| П21 | 1,5 | 9 | 0,042 | 363 | 0,408 | 763 | 0,412 | 952 | 0,330 | 655 | 0,555 |
| П22 | 2,2 | 12,5 | 0,052 | 314 | 0,726 | 1096 | 0,286 | 1366 | 0,230 | 1096 | 0,286 |
| П31 | 3,2 | 17,5 | 0,09 | 314 | 1,056 | 921 | 0,34 | 1150 | 0,273 | 921 | 0,340 |
| П32 | 4,5 | 24,3 | 0,116 | 314 | 1,485 | 1005 | 0,312 | 1260 | 0,250 | 1005 | 0,312 |
| П41 | 6 | 33 | 0,15 | 314 | 1,98 | 1036 | 0,303 | 1300 | 0,242 | 1036 | 0,303 |
| П42 | 8 | 43,5 | 0,18 | 314 | 2,64 | 1151 | 0,272 | 1435 | 0,218 | 1151 | 0,272 |
| П51 | 11 | 59 | 0,35 | 314 | 3,63 | 814 | 0,385 | 1020 | 0,308 | 814 | 0,385 |

рый позволяет развить ускорение $2\ 120\ \text{рад/с}^2$ в течение 0,148 с. Эти величины определяют предельные возможности электромеханических источников постоянного углового ускорения, построенных с использованием двигателей независимого возбуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каталог-справочник. Электрические машины постоянного тока единой серии П 1-22 габаритов и двигателей—генераторы. М., ВНИИЭМ, 1964.
2. Полтев В. К., Смольников Л. П. Справочное руководство электрика. Свердловск. Metallurgizdat, 1960.

Поступала в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.77

Ю. В. ЛИСИЦЫН, В. П. ШУМИЛИН
ВНИИМ

УСТРОЙСТВО ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Устройства для измерения параметров углового движения широко применяются при исследовании динамики валов двигателей внутреннего сгорания [1], измерении угловых перемещений скоростей и ускорений в навигационных целях (авиационная и ракетная техника), а также при исследовании влияния угловых колебаний на показания различных приборов (ротационная чувствительность).

Экспериментально установлено, что частота измеряемых угловых колебаний определяется областью 0,1 — 200 Гц, хотя иногда достигает 1000 Гц.

Для градуировки рабочих приборов могут применяться [2]: маятниковые устройства (крутильные и физический маятники); устройства, основанные на преобразовании вращательного движения в угловые колебания ведомого вала (шарнир Кардана; кривошипно-шатунный и другие механизмы) и устройства, основанные на неуравновешенности системы (планетарный вибратор; устройства с эксцентриками, приводимыми во вращение электродвигателями, симметрично расположенными на коромысле установки [3]).

В ряде случаев для воспроизведения угловых колебаний целесообразно применять устройства, основанные на динамической неуравновешенности системы [4].

Рассмотрим одно из таких устройств — систему с динамически неуравновешенным маховиком. Схема устройства приведена на рис. 1. Положение устойчивого равновесия системы определяется наличием упругой связи между динамически неуравновешенным маховиком и корпусом устройства.

Дифференциальное уравнение движения устройства имеет вид

$$(J_0 + J \sin^2 \omega t) \ddot{\varphi} + h \dot{\varphi} + c \varphi = A \sin \omega t, \quad (1)$$

где J_0 — момент инерции маховика относительно оси x вращения системы; $J = 2m(e^2 + r^2)$ — амплитуда переменной составляющей момента инерции; m — масса эксцентрика; e — эксцентриситет; r — расстояние от оси x до точки закрепления эксцентрика на валу маховика; ω — угловая скорость маховика; h — коэффициент демпфирования; c — коэффициент жесткости упругого подвеса; $A = 2mre \omega^2$ — амплитуда момента сил инерции относительно

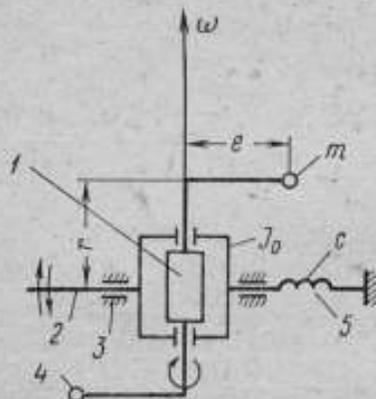


Рис. 1. Схема устройства с динамически неуравновешенным маховиком

оси x . Это линейное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами. При малых изменениях $J = J_0 + J \sin^2 \omega t$ частное решение его будет представлять собой периодическую функцию вида

$$\varphi(t) = a_1 \sin \omega t + a_2 \sin 2\omega t + \dots + a_k \sin k\omega t + b_1 \cos \omega t + b_2 \cos 2\omega t + \dots + b_k \cos k\omega t. \quad (2)$$

В этом случае точность решения зависит от числа членов разложения ряда [2].

Для предварительной оценки метрологических характеристик установки достаточно ограничиться $k = 3$. Подстановка в (1) дает

$$\begin{aligned} (J_0 + J \sin^2 \omega t) (-a_1 \omega^2 \sin \omega t - a_2 \cdot 4\omega^2 \sin 2\omega t - a_3 \cdot 9\omega^2 \sin 3\omega t - \\ - b_1 \omega^2 \cos \omega t - b_2 \cdot 4\omega^2 \cos 2\omega t - b_3 \cdot 9\omega^2 \cos 3\omega t) + \\ + h(a_1 \omega \cos \omega t + a_2 \cdot 2\omega \cos 2\omega t + a_3 \cdot 3\omega \cos 3\omega t - b_1 \omega \sin \omega t - \\ - b_2 \cdot 2\omega \sin 2\omega t - b_3 \cdot 3\omega \sin 3\omega t) + c(a_1 \sin \omega t + a_2 \sin 2\omega t + \\ + a_3 \sin 3\omega t + b_1 \cos \omega t + b_2 \cos 2\omega t + b_3 \cos 3\omega t) = A \sin \omega t. \quad (3) \end{aligned}$$

Амплитуды гармоник $\varphi_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}$, а их фазы $\theta_i = \text{arctg} \frac{a_i}{b_i}$.

Коэффициенты a_i , b_i , зависящие от постоянных коэффициентов J_0 , J , h , c , A и частоты ω , определяются из системы уравнений, в которой вместо параметра ωt подставляются шесть численных значений, подобранных таким образом, чтобы определитель системы $\Delta \neq 0$.

Уравнение (1) отличается от известного уравнения вынужденных колебаний только переменной составляющей момента инерции. Проведенные расчеты показали, что при малых значениях параметров J ($10^{-3} < J/J_0 < 10^{-2}$) и h ($0,1 < h/J_0 < 10$) ампли-

туда первой гармоники φ_{10} может быть рассчитана по приближенной формуле

$$\varphi_{10} \approx \frac{2mre}{J_0}, \quad (4)$$

которая справедлива для всего рабочего диапазона частот, кроме близких к резонансной частоте ω_0 . Амплитуда 2- и 3-й гармоник для малых значений J/J_0 значительно меньше амплитуды 1-й гармоники. Так, например, при $J/J_0 = 3 \cdot 10^{-3}$, $\omega_0 = 31 \text{ с}^{-1}$; $h/J_0 = 3$; $A/J_0 = 625$; $\varphi_{10} = 7,5 \cdot 10^{-3}$ рад; $\varphi_{20} = 8 \cdot 10^{-4}$ рад; $\varphi_{30} = 3,5 \cdot 10^{-4}$ рад.

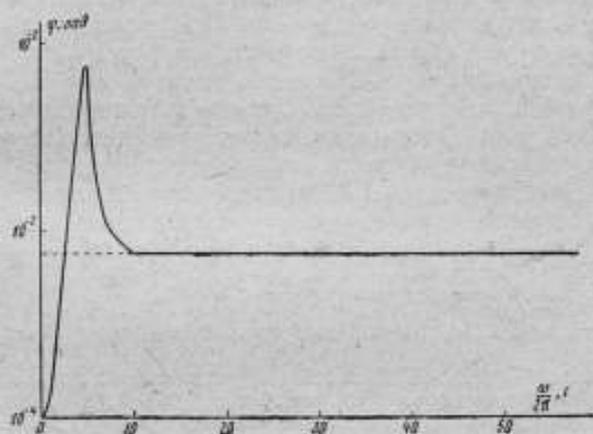


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика устройства

Таким образом, при малых значениях J/J_0 устройство должно совершать угловые колебания, близкие к гармоническим.

Экспериментальные исследования проводились на макете установки, основным элементом которой являлся электродвигатель постоянного тока типа ДПР-12 1, закрепленный на валу 2 в опорах 3. Эксцентрики 4 крепятся на концах вала двигателя под углом 180° друг к другу. Устойчивое равновесие системы обеспечивает упругий подвес 5. В программу экспериментов входило определение формы колебаний диапазона рабочих частот и амплитуд, амплитудной и амплитудно-частотной характеристик.

Амплитуда колебаний φ_0 измерялась с помощью микроскопа. Скорость вращения эксцентриков ω определялась стробоскопическим методом. Форма колебаний $\varphi = f(t)$ исследовалась путем непосредственной регистрации процесса светолучевым осциллографом.

Амплитудную характеристику определяли как функцию $\varphi_0 = f(m, r, e)$. Исследования показали, что частотные характеристики

$\varphi_0 = f_1(m)$, $\varphi_0 = f_2(r)$, $\varphi_0 = f_3(e)$ линейны. Расчетные значения φ_0 по (1) отличаются от экспериментальных не более чем на 5%.

Устройство позволяет воспроизводить угловые колебания в пределах $10^{-3} < \varphi_0 < 0,1$ рад.

Амплитуда, как и следовало ожидать, оказалась не зависимой от частоты возмущающей силы в широком диапазоне частот, кроме близких к резонансу. Характеристика $\varphi_0 = f(\omega)$ для значений $J_0 = 1,6 \cdot 10^{-3}$ кг·м², $m = 10^{-2}$ кг, $e = 10^{-2}$ м, $r = 5 \cdot 10^{-2}$ м дана на рис. 2. Осциллограммы движения вала устройства, полученные на различных частотах, подтверждают вывод о воспроизведении устройством колебаний, очень близких к гармоническим.

С целью исследования реакции опор измерялась вибрация подшипников вала устройства. Результаты показали, что амплитуда вибрации не превышает 5—10 мкм в зависимости от амплитуды угловых колебаний и является допустимой. Таким образом, можно сделать вывод, что динамически неуравновешенный маятник может быть применен в качестве возбудителя угловых колебаний в диапазоне частот $5 < f < 100$ Гц при создании испытательных установок, а также в образцовых установках низших разрядов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лурье И. А. Крутильные колебания в дизельных установках, Воениздат, 1940.

2. Шумилин В. П. Методы и образцовая аппаратура для воспроизведения и измерения параметров угловых колебаний. Автореферат диссертации на соискание степени кандидата технических наук, ВНИИМ, 1966.

3. Алексеев А. В., Шумилин В. П. Установка для воспроизведения угловых колебаний. Авт. свид. № 212580. «Бюллетень изобретений», 1968, № 9.

4. Механизм для преобразования вращательного движения в колебательное. Английский патент № 1028514.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.535

А. И. КАРТАШЕВ., М. С. ХЕЙФЕЦ, В. П. ШУМИЛИН
ВНИИМ

ТОЧНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОГО НУЛЬ-ИНДИКАТОРА

Применение в метрологических установках маятниковых систем требует точного измерения их параметров. Для регистрации равновесного положения маятника был выбран интерференционный метод. Блок-схема нуля-индикатора приведена на рисунке. В момент нахождения маятника в положении равновесия в плоскость

фотокатода ФЭУ проектируется темная ахроматическая полоса, которая вызывает уменьшение фототока. Импульс фототока запускает электронный счетчик, на который поступает сигнал от высокостабильного генератора или эталона частоты. Остановка счетчика осуществляется одним из импульсов. Метод обладает достаточно высокой точностью при относительно малом времени измерения и позволяет автоматизировать процесс регистрации периода колебаний маятника.

Высокая точность измерения периода ($\Delta T = 10$ с) может быть обеспечена при соблюдении следующих условий:

1) частота импульсов, заполняющих «электронные ворота», должна быть не менее 10 мГц при нестабильности, не превышающей $\delta f = 10^{-8}$;

2) погрешность воспроизведения импульсов, служащих для запуска и остановки счетчика, должна быть $\Delta T \leq 10^{-6}$ с (при измерении времени за один период колебаний).

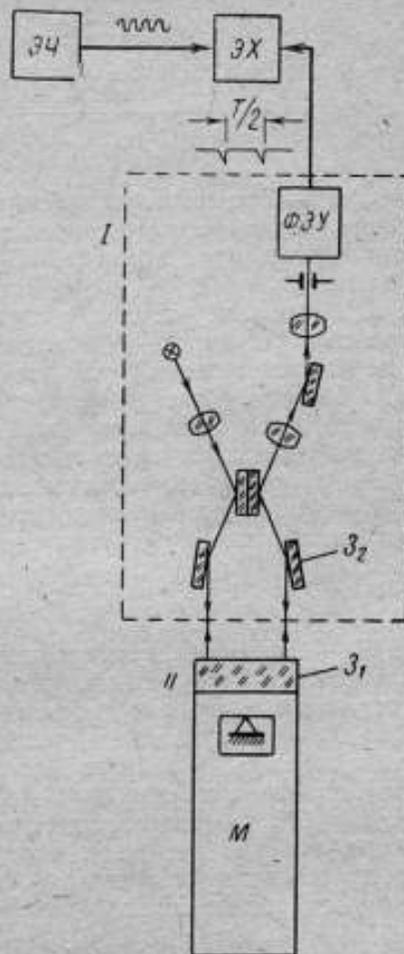
Рассмотрим возможность соблюдения этих условий.

Первое условие выполняется сравнительно просто — применением серийного электронного частотомера ЧЗ-30, имеющего встроенный генератор на частоту 80 мГц при нестабильности $10^{-8} > \delta f > 10^{-9}$.

Выполнение второго условия представляет собой более сложную техническую задачу. Обратимся к оптической схеме интерференционного нуля-индикатора. Зависимость фототока I от разности хода интерферирующих лучей Δ имеет вид *

$$I = 2i(1 - s_{\phi}), \quad (1)$$

* Колomidцева Т. С., Новикова И. В. Фотоэлектрический метод регистрации интерференционных полос в белом свете. «Оптика и спектроскопия» т. 8, вып. 3, 1960.



Блок-схема индикатора для измерения периода колебаний маятника: ЭЧ — эталон частоты; ЭХ — электронный хронометр; ФЭУ — фотоэлектрическое устройство; З₁ и З₂ — зеркала; I — интерферометр; П — маятник

$$\text{где } s_{\Phi} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \gamma_0(\lambda) r_s(\lambda) \cos \frac{2\pi\Delta}{\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \gamma_0(\lambda) r_s(\lambda) d\lambda};$$

$\gamma_0(\lambda)$ — спектральная чувствительность фототока ФЭУ; $r_s(\lambda)$ — распределение энергии источника света по длинам волн; i — фототоки интерферирующих потоков (потоки в обеих ветвях считаются равными).

Как показали расчеты, в случае применения в качестве источника света лампы СЦ-68, а в качестве фотоприемника ФЭУ-68 ширине ахроматической полосы соответствует разность хода, $\Delta_0 \approx 0,3$ мкм. Линейный размер полосы в плоскости диафрагмы, стоящей перед ФЭУ, поворотом зеркала Z_2 можно сделать достаточным для воспроизведения с помощью ФЭУ импульса, соответствующего фронту его нарастания.

Чувствительность интерферометра к угловому перемещению зеркала маятника Z_1 определяется формулой

$$k = \frac{H}{\alpha} = \frac{2B}{\text{tg } \gamma} \text{П}k_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (2)$$

где H — смещение интерференционных полос в плоскости фотокатода ФЭУ; α — угол смещения зеркала маятника; B — расстояние между осью симметрии маятника и точкой падения луча на зеркало; k_i — коэффициенты увеличения объектов; γ — угол воздушного клина, созданного зеркалом Z_2 .

Подстановка в формулу (2) данных интерферометра дает значение $k = 10^5$, что является достаточным для регистрации равновесного положения маятника, колеблющегося с малой амплитудой. Время, в течение которого ахроматическая полоса проходит через центр диафрагмы, стоящей перед ФЭУ, равно

$$T_n = \frac{\Delta_0}{2B\varphi_0}, \quad (3)$$

где φ_0 — амплитуда угловой скорости зеркала маятника. Если $\varphi_0 = 1,25$ рад/с; $2B = 50$ мм, то $T_n = 6$ мкс.

Однако так как регистрируется только передний фронт ахроматической полосы, предельная погрешность измерения периода ΔT будет значительно меньшей. Ее величина $\Delta T = \sqrt{\Delta T_c^2 + \Delta T_n^2 + \Delta T_h^2}$ складывается главным образом из предельной погрешности счетчика импульсов (ΔT_c), погрешности воспроизведения выходного импульса ФЭУ (ΔT_n) и погрешности, возникающей вследствие флуктуаций потока источника света (ΔT_h).

Составляющая $\Delta T_c \approx \frac{1}{f_c} = \frac{1}{8 \cdot 10^7} = 1,25 \cdot 10^{-8}$ с (f_c — частота заполняющих импульсов).

Составляющая $\Delta T_{\text{ш}}$, зависящая от характеристик ФЭУ современных приборов, равна 10^{-7} с. Значительно большей может быть погрешность $\Delta T_{\text{л}}$. Например, при изменении напряжения питания источника света на 0,1 В, что соответствует изменению цветовой температуры нити накала на 50° , ширина ахроматической полосы изменяется на 0,1 $\Delta_0 \approx 0,03$ мкм. Следовательно, погрешность $\Delta T_{\text{л}}$ будет равна времени, за которое зеркало Z_1 повернется на соответствующий угол и составит $6 \cdot 10^7$ с. Применение стабилизатора, обеспечивающего постоянство напряжения с погрешностью 0,01%, уменьшает ее до 10^{-8} с. Таким образом, предельную погрешность измерения периода маятника можно уменьшить до $\Delta T \approx 10^{-7}$ с.

Анализ погрешностей показал пригодность интерференционного нуля-индикатора для метрологических целей. Для срабатывания системы от сигнала, полученного при прохождении через диафрагму черной ахроматической полосы, необходимо обеспечить достаточную разность между сигналами от ахроматической и наибольшей из соседних с ней полос, причем эта разность тем больше, чем шире спектральная область чувствительности фотоприемника. Для увеличения чувствительности применено параллельное включение ФЭУ-68 и ФЭУ-19.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.768.089.6.088

Б. Э. БЛАНТЕР, И. Х. ИБРАГИМОВ, А. Е. СИНЕЛЬНИКОВ
ВНИИМ

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ГРАДУИРОВКИ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ МЕТОДОМ ПОВОРОТА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Градуировка низкочастотных акселерометров методом поворота в гравитационном поле Земли основана на известном положении общей теории относительности об эквивалентности инерционной и гравитационной масс. Как известно, акселерометр измеряет ускорение, вызванное не гравитационной силой, а силой реакции, приложенной к корпусу прибора, равной по величине гравитационной силе и противоположно ей направленной. Так как численные значения измеряемого и гравитационного ускорений равны, то в этом смысле можно говорить об измерении инерционными приборами ускорения силы тяжести g или использовании его для градуировки акселерометров.

Градуировка акселерометров методом поворота в гравитационном поле Земли включает определение вектора ускорения силы тя-

жести g и установку оси градуировки акселерометра * последовательно под различными заданными углами к g .

Для градуировки необходимо:

а) определенным образом ориентировать ось или ось поворота платформы градуировочного средства относительно g ;

б) задать базовые элементы градуировочного средства, т. е. установить направление, с которым должна быть совмещена ось градуировки;

в) совместить ось градуировки с заданным направлением;

г) повернуть платформу с акселерометром на заданный угол вокруг соответствующей оси поворота.

Отсюда следует, что в общем случае погрешность задания ускорения содержит в качестве составляющих погрешности определения ускорения силы тяжести, ориентации осей поворота платформы градуировочного средства и измерительной оси акселерометра, а также погрешность измерения заданного угла.

Для реализации метода используют две разновидности устройств — поворотные платформы

Рис. 1. Расчетная схема поворотной платформы

и установки, обеспечивающие поворот измерительной оси вокруг двух взаимно перпендикулярных осей градуировки.

С помощью поворотных платформ [1] задается ускорение

$$a_0 = g \sin \varphi, \quad (1)$$

где φ — угол наклона оси градуировки к горизонту.

При определении погрешности задания ускорения выберем неподвижную систему координат $OXYZ$ (рис. 1) таким образом, чтобы ось OZ совпадала с местной вертикалью, а ось OY — с горизонтальной проекцией единичного вектора P_1 , направленного вдоль оси поворота платформы. Направление, с которым на установке совмещается ось градуировки акселерометра, обозначим единичным вектором A .

* Осью градуировки назовем ось, определяемую установочными элементами акселерометра, по направлению которой необходимо задавать ускорение при градуировке прибора. При эксплуатации акселерометра эта ось совмещается с направлением, по которому должна быть измерена соответствующая составляющая действующего ускорения.

Векторы Π_1 и A заданы в системе $OXYZ$ направляющими косинусами углов, характеризующих погрешность их совмещения с расчетным направлением

$$\Pi_1 = (0, \cos \gamma_1, \sin \gamma_1);$$

$$A = (\cos \gamma_a \cos \varphi_a, \cos \gamma_a \sin \varphi_a, -\sin \gamma_a).$$

После поворота A вокруг Π_1 на угол $\varphi + \Delta\varphi$ ось градуировки займет новое положение

$$A' = (A\Pi_1) \Pi_1 + [\Pi_1 [A\Pi_1]] \cos(\varphi + \Delta\varphi) - [A\Pi_1] \sin(\varphi + \Delta\varphi),$$

и проекция ускорения силы тяжести $g = (0, 0, -g)$ на ось градуировки равна

$$a = gA'.$$

Ускорение силы тяжести определяют с достаточно высокой для рассмотренного метода точностью, поэтому здесь и далее погрешность Δg не учитывается.

Так как углы $\gamma_1, \gamma_2, \varphi_a$ и $\Delta\varphi$ малы, то с точностью до величин первого порядка малости абсолютная погрешность задания ускорения

$$\Delta a = a - a_0 = g \cos \varphi (\gamma_a + \Delta\varphi), \quad (2)$$

а ее среднеквадратическое значение

$$\sigma_1 = g \cos \varphi \sqrt{\gamma_a^2 + (\Delta\varphi)^2}. \quad (3)$$

Как известно, наибольшие трудности связаны с заданием малых значений ускорения a_0 . Из (2) и (3) видно, что при $a_0 \ll 1g$ точность задания ускорения ограничена не только достижимой точностью измерения малых углов поворота [2], но и начальной негоризонтальностью оси градуировки акселерометра, установленного на поворотной платформе.

При использовании устройств с двумя поворотами измерительной оси (рис. 2) задаваемое ускорение

$$a_0 = g \sin \alpha \sin \beta, \quad (4)$$

где α и β — углы поворота соответственно вокруг осей Π_1 и Π_2 .

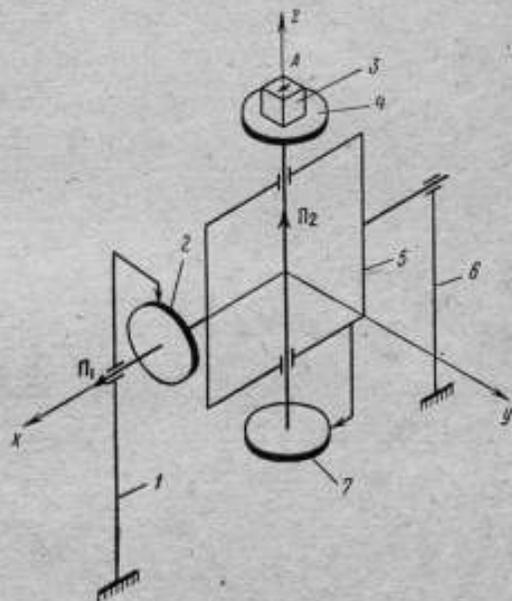


Рис. 2. Схема устройства для двойного поворота оси градуировки акселерометра
1, 6 — наружные опоры; 2, 7 — системы измерения углов; 3 — акселерометр; 4 — платформа; 5 — внутренняя опора

Возможность задания малых ускорений поворотом оси градуировки на относительно большие углы $\alpha \gg \varphi$ и $\beta \gg \varphi$ является очевидным преимуществом этих устройств по сравнению с поворотными платформами, так как при этом существенно уменьшаются технические трудности, связанные с заданием и измерением очень малых углов.

В рассматриваемом случае (рис. 3) неподвижную систему координат $OXYZ$ выберем так, чтобы ось OZ совпадала с местной вертикалью, а ось OX — с горизонтальной проекцией оси поворота OP_1 .

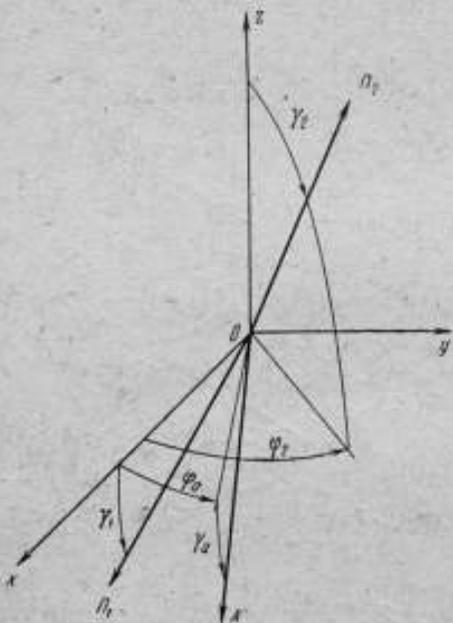


Рис. 3. Расчетная схема устройства для двойного поворота.

В системе $OXYZ$:

$$\mathbf{P}_1 = (\cos \gamma_1, 0, -\sin \gamma_1);$$

$$\mathbf{P}_2 = (\sin \gamma_2 \cos \varphi_2,$$

$$\sin \gamma_2 \sin \varphi_2, \cos \gamma_2);$$

$$\mathbf{A} = (\cos \gamma_a \cos \varphi_a,$$

$$\cos \gamma_a \sin \varphi_a, -\sin \gamma_a.)$$

Здесь $0 \leq \varphi_2 \leq 2\pi$, остальные углы, как и ранее, малы.

После поворота вокруг \mathbf{P}_1 на угол $\alpha + \Delta\alpha$ векторы \mathbf{P}_2 и \mathbf{A} займут соответственно положения:

$$\mathbf{P}'_2 = (\mathbf{P}_2 \mathbf{P}_1) \mathbf{P}_1 + [\mathbf{P}_1 [\mathbf{P}_2 \mathbf{P}_1]] \times \times \cos (\alpha + \Delta\alpha) - [\mathbf{P}_2 \mathbf{P}_1] \times \times \sin (\alpha + \Delta\alpha);$$

$$\mathbf{A}' = (\mathbf{A} \mathbf{P}_1) \mathbf{P}_1 + [\mathbf{P}_1 [\mathbf{A} \mathbf{P}_1]] \times \times \cos (\alpha + \Delta\alpha) - [\mathbf{A} \mathbf{P}_1] \times \times \sin (\alpha + \Delta\alpha).$$

После поворота вокруг \mathbf{P}'_2 на угол $\beta + \Delta\beta$

$$\mathbf{A}'' = (\mathbf{A}' \mathbf{P}'_2) \mathbf{P}'_2 + [\mathbf{P}'_2 [\mathbf{A}' \mathbf{P}'_2]] \cos (\beta + \Delta\beta) - [\mathbf{A}' \mathbf{P}'_2] \sin (\beta + \Delta\beta),$$

и ускорение

$$a = g \mathbf{A}'' = -g A''_z, \quad (5)$$

где A''_z — z -й компонент вектора \mathbf{A}'' .

Из (4) и (5) с точностью до величин первого порядка малости

$$\begin{aligned} \Delta a = a - a_0 = g [& \gamma_2 (1 - \cos \beta) \cos \alpha \cos \varphi_2 - \gamma_a \cos \alpha - \\ & - \gamma_1 (1 - \cos \alpha) \cos \beta - \varphi_a \sin \alpha \cos \beta - \gamma_2 \sin \beta \sin \varphi_2 \cos \alpha - \\ & - \Delta\alpha \cos \alpha \sin \beta - \Delta\beta \sin \alpha \cos \beta]. \end{aligned} \quad (6)$$

Из (6) видно, что в рассматриваемом случае доминирующей в области $\alpha_0 \ll 1g$ является частная погрешность, вызванная начальной негоризонтальностью γ_a оси градуировки акселерометра. Очевидно, что для минимизации погрешности задания ускорения необходимо, в первую очередь, уменьшать именно эту погрешность. Кроме того, можно показать, что при малых значениях α и β и равенстве погрешностей их измерения минимум погрешности задания ускорения достигается, если

$$\alpha = \beta. \quad (7)$$

С учетом (7) получаем окончательно

$$\sigma_2 \leq g \cos \alpha \sqrt{(\bar{\gamma}_1^2 + \bar{\gamma}_2^2)(1 - \cos \alpha)^2 + [\bar{\varphi}_a^2 + \bar{\gamma}_2^2 + 2(\Delta\alpha)^2] \sin^2 \alpha + \bar{\gamma}_a^2}. \quad (8)$$

Отметим, что практически градуировку удобнее производить не при $\alpha = \beta$, а при фиксированном значении одного из углов, поэтому окончательный выбор методики градуировки определяется допустимым значением σ_2 .

При сравнительном анализе характеристик градуировочных средств основное внимание следует обратить на диапазон и точность задаваемых ускорений. Очевидно, что при градуировке акселерометров методом поворота в гравитационном поле Земли нижняя граница диапазона ускорений определяется заданной погрешностью градуировки.

Учитывая, что все погрешности угловой ориентации имеют один и тот же порядок малости, для упрощения анализа примем, что

$$\bar{\gamma}_1^2 = \bar{\gamma}_2^2 = \bar{\varphi}_a^2 = c = \text{const}. \quad (9)$$

Так как принципиально для измерения углов α и φ могут быть использованы идентичные средства одинаковой точности, то положим

$$(\Delta\alpha)^2 = (\Delta\varphi)^2 \quad (10)$$

и для простоты примем, что

$$(\Delta\alpha)^2 = c. \quad (11)$$

При допущениях (9) — (11):

$$\sigma_1 = cg \sqrt{1 - n^2} \sqrt{1 + \kappa^2} \quad (12)$$

и

$$\sigma_2 = cg \sqrt{1 - n} \sqrt{4 - 4\sqrt{1 - n} + 2n + \kappa^2}, \quad (13)$$

где

$$n = \frac{a_0}{g}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_a^2}{c}}.$$

Сравнительная оценка точности градуировочных средств

$$\lambda = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = f(n, \kappa)$$

представлена в таблице.

Если условия (9) — (11) не выполняются, то выбор градуировочного средства при заданной погрешности градуировки должен производиться по результатам сравнительного анализа (3) и (8), либо (2) и (6).

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

1. В области малых значений задаваемого ускорения точность градуировки акселерометров методом поворота в гравитационном поле Земли ограничена, в первую очередь, несовпадением оси градуировки акселерометра с плоскостью горизонта при его установке на градуировочном средстве.

2. При равных погрешностях ориентации осей и измерения углов в области $\sim 0,5g < a_0 \leq 1g$ поворотные платформы обеспечивают большую точность задания ускорений, в области $a_0 < 0,5g$ целесообразнее использовать устройства с двойным поворотом оси градуировки акселерометра. К основным преимуществам этих устройств следует отнести:

а) возможность расширения диапазона ускорений в область $a_0 \ll 1g$ или повышение точности в заданном диапазоне;

б) при равных погрешностях градуировки в заданной области ускорений существенно меньшие требования к точности измерения углов поворота оси градуировки акселерометра.

Перечисленные преимущества проявляются тем отчетливее, чем более точно задано на градуировочном средстве начальное горизонтальное направление оси градуировки акселерометра.

| κ | n | | | |
|----------|-------------------------|-----------|-----------|-------------------|
| | $10^{-5} \dots 10^{-3}$ | 10^{-2} | 10^{-1} | $5 \cdot 10^{-1}$ |
| 1,0 | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 1,1 |
| 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 1,2 |
| 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,6 | 1,2 |

ЛИТЕРАТУРА

1. Иорш Ю. И. Виброметрия. Машгиз, 1963.
 2. Reinel Konrad. Accelerometer calibration in the low grange by means of mass attractions. AIAA Papers, 1970, N 1030.

Поступила в редакцию
 8.07.1971 г.

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО
МЕТОДА СТАТИЧЕСКОЙ ГРАДУИРОВКИ
АКСЕЛЕРОМЕТРОВ НА ЦЕНТРИФУГЕ

Дифференциальный метод статической градуировки акселерометров [1] позволяет избавиться от одной из наиболее существенных погрешностей градуировки с помощью центрифуг, вызванной неточным знанием положения центра инерции сейсмической массы акселерометра [2].

Метод заключается в том, что при установке акселерометра на различных расстояниях R_1 и R_2 от центра инерции сейсмической массы до оси вращения центрифуги последней сообщают соответственно угловые скорости ω_1 и ω_2 , добиваясь при этом равенства показаний прибора. Воспроизводимое при этом ускорение будет функцией угловых скоростей ω_1 и ω_2 и разности $R_2 - R_1 = \Delta R$. Составляющей частью погрешности градуировки является случайная погрешность акселерометра. Приведенные в работах [1, 3] расчетные формулы воспроизводимого ускорения не отражают этой погрешности.

Оценим влияние случайной погрешности градуируемого акселерометра на точность дифференциального метода определения ускорения. Пусть при одинаковых показаниях акселерометра, установленного на расстояниях R_1 и R_2 от оси вращения центрифуги, получены две серии угловых скоростей ω_{1i} и ω_{2i} ($i = 1, 2, \dots, n$). Каждой серии соответствует среднее ускорение

$$\bar{a}_1 = \bar{\omega}_1^2 R_1, \text{ где } \bar{\omega}_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \omega_{1i}^2;$$

$$\bar{a}_2 = \bar{\omega}_2^2 R_2, \text{ где } \bar{\omega}_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \omega_{2i}^2. \quad (1)$$

В общем случае $\bar{a}_1 \neq \bar{a}_2$ из-за несовпадения средних арифметических конечных выборок с математическим ожиданием ускорения. Мерой этого несовпадения служат среднеквадратичное отклонение средней разности, для оценки которого воспользуемся эмпирической дисперсией разности ускорений двух серий

$$\sigma_{\bar{a}_1 - \bar{a}_2}^2 = \sigma_{a_1}^2 + \sigma_{a_2}^2 = \sigma_1^2 R_1^2 + \sigma_2^2 R_2^2, \quad (2)$$

где σ_1^2 и σ_2^2 — эмпирические дисперсии квадратов угловых скоростей двух серий.

Следовательно,

$$\sigma_{\bar{a}_1 - \bar{a}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{a}_1 - \bar{a}_2}^2}{2n}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 R_1^2 + \sigma_2^2 R_2^2}{2n}}. \quad (3)$$

Разность средних ускорений будем оценивать в единицах (долях) стандарта (3)

$$|\bar{\omega}_1^2 R_1 - \bar{\omega}_2^2 R_2| < t \sqrt{\frac{\sigma_1^2 R_1^2 + \sigma_2^2 R_2^2}{2n}}. \quad (4)$$

Параметр t выбирается в зависимости от требуемой надежности результатов. Если предположить, что среднее ускорение подчиняется нормальному закону распределения (при достаточно большом значении n закон мало отличается от нормального), то t можно определить по таблицам, используя классическую методику [4]. Если не делать никаких предположений относительно закона распределения, то можно воспользоваться теоремой Чебышева и получить соотношение, связывающее вероятность $p = 1 - \delta$ выполнения (4) с n и t

$$2n > \frac{1}{t^2 \delta}. \quad (5)$$

Из выражения (4) и условия $R_2 - R_1 = \Delta R$ могут быть найдены значения R_1 и R_2 . Пренебрегая членами второго и высшего порядка малости, получим

$$\begin{aligned} R_1 &= \Delta R \frac{\bar{\omega}_2^2}{\bar{\omega}_1^2 - \bar{\omega}_2^2} + \frac{t}{\sqrt{2n}} \Delta R \frac{\sqrt{\sigma_1^2 (\bar{\omega}_2^2)^2 + \sigma_2^2 (\bar{\omega}_1^2)^2}}{(\bar{\omega}_1^2 - \bar{\omega}_2^2)^2}; \\ R_2 &= \Delta R \frac{\bar{\omega}_1^2}{\bar{\omega}_1^2 - \bar{\omega}_2^2} + \frac{t}{\sqrt{2n}} \Delta R \frac{\sqrt{\sigma_1^2 (\bar{\omega}_2^2)^2 + \sigma_2^2 (\bar{\omega}_1^2)^2}}{(\bar{\omega}_1^2 - \bar{\omega}_2^2)^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Воспроизводимое при этом ускорение с учетом (6) определим по формуле

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \frac{1}{2} (\bar{a}_1 + \bar{a}_2) = \Delta R \frac{\bar{\omega}_1^2 \bar{\omega}_2^2}{\bar{\omega}_1^2 - \bar{\omega}_2^2} \times \\ &\times \left[1 + \frac{t}{2\sqrt{2n}} \cdot \frac{\bar{\omega}_1^2 + \bar{\omega}_2^2}{\bar{\omega}_1^2 - \bar{\omega}_2^2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{(\bar{\omega}_1^2)^2} + \frac{\sigma_2^2}{(\bar{\omega}_2^2)^2}} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь второй член в квадратных скобках характеризует относительную погрешность определения ускорения, обусловленную случайной погрешностью акселерометра. Из (7) и (5) может быть определено необходимое число испытаний n , исходя из требуемой точности и надежности градуировки, причем оно должно вычисляться в процессе градуировки. При $n \rightarrow \infty$ формула (7) совпадает с выражением ускорения, приведенным в [1, 3]. Очевидно, нет необходимости градуировать дифференциальным методом во всем требуемом диапазоне ускорений, так как определив из (6) расстояние до центра инерции сейсмической массы, можно без потери в точности проводить градуировку одинарным методом. Не разработаны во-

просы учета случайных погрешностей акселерометра и для модифицированного дифференциального метода [3]. При этом методе добиваются равенства показаний акселерометра, установленного на центрифуге и того же прибора, отградуированного каким-либо независимым методом. Полагая, что при этом совпадают действующие ускорения, определяют расстояние до центра инерции сейсмической массы, затем проводят градуировку одинарным методом.

Если при градуировке независимым методом ускорению a_0 соответствовала дисперсия показаний σ_a^2 , то при равенстве показаний акселерометра разница задаваемых ускорений может быть оценена следующим образом

$$|\bar{a} - a_0| < t \sqrt{\frac{\sigma_a^2 R^2 + \sigma_{\omega}^2}{n + n_0}}, \quad (8)$$

где n_0 — число испытаний при независимом методе; $\bar{a} = \frac{R}{n} \sum_{i=1}^n \omega_i^2 = \bar{\omega}^2 R$ — среднее значение ускорения, задаваемого на центрифуге; $\sigma_{\omega}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\omega_i^2 - \bar{\omega}^2)^2$ — эмпирическая дисперсия квадратов угловых скоростей; R — расстояние от оси вращения центрифуги до центра инерции сейсмической массы акселерометра.

С учетом случайных погрешностей прибора и погрешности независимой градуировки значение R может быть вычислено по формуле

$$R \approx \frac{a_0}{\bar{\omega}^2} \left[1 + \frac{t}{\sqrt{n + n_0}} \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a_0^2} + \frac{\sigma_{\omega}^2}{(\bar{\omega}^2)^2}} \right]. \quad (9)$$

Условие (5) в этом случае принимает вид

$$n + n_0 > \frac{1}{t^2 \delta}. \quad (10)$$

С помощью соотношения (10) можно определить число испытаний в зависимости от требуемой точности и надежности.

Заметим, что при точной градуировке, после того как определено значение R и градуировка проводится одинарным методом, необходимо вносить поправку на смещение центра инерции.

Таким образом, при градуировке акселерометров дифференциальным методом, кроме погрешностей, вызванных неточным измерением величин ΔR , ω_1 и ω_2 [1], погрешностей установки и погрешностей передачи, необходимо учитывать и погрешность, представленную вторым слагаемым в формулах (7) и (9). Соотношения (6) и (9) могут быть использованы для определения положения центра инерции сейсмической массы акселерометра.

В заключение следует отметить, что дифференциальный метод статической градуировки акселерометров на центрифуге не устраняет систематических погрешностей, обусловленных скоростью вращения и неоднородностью поля задаваемых ускорений (неоднородность возрастает с уменьшением радиуса). Поэтому дифферен-

циальным методом целесообразно градуировать только акселерометры, не чувствительные к неоднородности поля ускорений, задаваемых центрифугой, и не имеющие систематических погрешностей, зависящих от скорости вращения (например, гиоакселерометры). При выполнении этих условий можно определить положение центра инерции сейсмической массы акселерометра и тем самым существенно упростить конструкцию плеча центрифуги за счет уменьшения ее длины. Целесообразность применения этого метода может быть решена только с учетом конкретных особенностей градуируемого акселерометра, однако эти вопросы являются предметом самостоятельного исследования. Указанные преимущества дифференциального метода позволяют рекомендовать его для статической градуировки акселерометров, имеющих погрешность порядка 0,5 — 2%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мархевка Ф. А. Статическая градуировка акселерометров с помощью центробежной установки. «Измерительная техника», 1959, № 7.
2. Сивельников А. Е. Вопросы проверки низкочастотных акселерометров. «Измерительная техника», 1968, № 5.
3. Павлов Г. Г., Смирнов Г. А., Фролова А. В. Разработка и исследование калибровочных стендов. Труды ЛПИ имени М. И. Калинина, 1967, № 282.
4. Смирнов Н. Д., Душин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. «Наука», 1965.

Поступила в редакцию
1.07.1971 г.

УДК 531.768

К. И. ГУЛЯЕВ, В. И. ЛЕБЕДЕВ, Г. А. СМОРНОВ
ЛПИ

К ОЦЕНКЕ НЕКОТОРЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОБРАЗЦОВОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ УСКОРЕНИЙ

Установки для воспроизведения низкочастотных линейных ускорений (двойные центрифуги) [1, 2] применяются для исследования амплитудно-частотных характеристик акселерометрических приборов. Поворотный стол 2 (рис. 1), находящийся на вращающейся платформе 1, перемещается в переносном движении вместе с рабочим ротором на угол φ_1 и в относительном движении на угол φ_{21} . В простейшем случае акселерометр представляет собой подвижную инерционную массу, упруго связанную с корпусом прибора. Поверяемый акселерометр устанавливается на поворотном столе 2 так, что центр инерции подвижной массы совпадает с произвольной точкой А этого стола, а ось чувствительности прибора направлена вдоль оси O_2X_2 . Тогда, согласно принятым на рис. 1 обозначениям,

Дважды дифференцируя вектор r_h и используя обратное преобразование, определим вектор ускорения точки A в системе S_2

$$r_2 = L_{2h} \ddot{r}_h, \quad (4)$$

где L_{2h} — матрица обратного преобразования от системы S_h к системе S_2 .

Проекция ускорения точки A на ось $O_2 X_2$ при этом имеет вид

$$x_2 = -r_1 \omega_1^2 [\cos \varphi_{21} - \sin^2 \beta \cos \alpha \cos (\alpha + \varphi_{21})] - r_2 [\omega_1^2 + \omega_{21}^2 + 2\omega_1 \omega_{21} \cos \beta - \omega_1^2 \sin^2 \beta \cos^2 (\alpha + \varphi_{21})]. \quad (5)$$

Величина r_1 , входящая в выражение (5), представляет собой расстояние между осями вращения рабочего ротора и поворотного стола. При определении r_1 на конкретной установке следует иметь

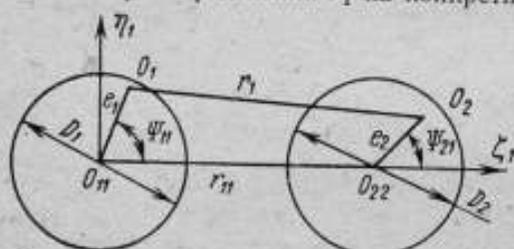


Рис. 3. Радиальное биение базовых диаметров

в виду, что эта величина находится измерением расстояния r_{11} между центрами O_{11} и O_{22} (рис. 3) двух базовых диаметров D_1 и D_2 , которые имеют известное радиальное биение e_1 и e_2 . В этом случае r_1 равно

$$r_1 = \sqrt{r_{11}^2 + e_1^2 + e_2^2 - 2r_{11}(e_2 \cos \psi_{21} - e_1 \cos \psi_{11}) - 2e_1 e_2 \cos(\psi_{11} - \psi_{21})}, \quad (6)$$

где ψ_{11} и ψ_{21} — фазы эксцентриситетов e_1 и e_2 в системах рабочего ротора и поворотного стола.

Рассмотрим случай неперпендикулярности торцевой плоскости поворотного стола 2 (рис. 4) оси вращения $O_2 Z_2$. Точку A в системе $\xi_2 \eta_2 \zeta_2$ — (S_{22}) совместим с центром инерции поверяемого прибора, а ось $O_{22} \zeta_2$ направим вдоль оси чувствительности прибора. При наличии радиального биения e_2 ось $O_{22} \zeta_2$ не проходит через центр вращения O_2 и вследствие этого ось чувствительности прибора развращена относительно направления нормального ускорения в относительном движении поворотного стола на угол γ . Торцовый наклон плоскости поворотного стола задается углом ν между осями $O_{22} \zeta_2$ и $O_2 \zeta_2$.

Значение r_2 , представляющее расстояние

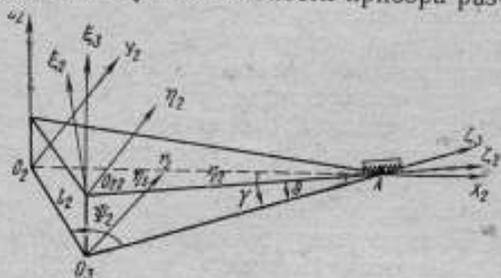


Рис. 4. Наклон торцевой плоскости поворотного стола

от оси вращения поворотного стола до точки A , в этом случае определяется следующим образом:

$$r_2 = \sqrt{(r_{22} \cos \theta)^2 + e_2^2 - 2r_{22}e_2 \cos \psi_2 \cos \theta}, \quad (7)$$

где r_{22} — расстояние от точки A до центра O_{22} , измеренное на конкретной установке; ψ_2 — фаза эксцентриситета e_2 относительно оси $O_3 \xi_3$.

Ускорение точки A в системе S_{22} определим с помощью матричного уравнения

$$\ddot{\xi}_2 = M_{22-2} \ddot{r}_2, \quad (8)$$

где M_{22-2} — матрица перехода от системы S_2 к системе S_{22} .

В развернутом виде проекция ускорения точки A на ось чувствительности прибора составит

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_2 = & -r_1 \omega_1^2 [\sin \alpha \cos \theta \sin (\alpha + \gamma + \varphi_{21}) + \cos^2 \beta \cos \alpha \cos \theta \cos \times \\ & \times (\alpha + \gamma + \varphi_{21}) - \cos \beta \sin \beta \cos \alpha \sin \theta] - (r_{22} \cos^2 \theta - e_2 \cos \psi_2 \cos \theta) \times \\ & \times [\omega_1^2 + \omega_{21}^2 - \omega_1^2 \sin^2 \beta \cos \alpha \cos (\alpha + \varphi_{21}) + 2\omega_1 \omega_{21} \cos \beta] - \\ & - e_2 \omega_1^2 \sin \psi_2 \cos \theta \sin^2 \beta \cos (\alpha + \varphi_{21}) \sin (\alpha + \varphi_{21}) + r_2 \sin \theta \times \\ & \times [\omega_1^2 \cos \beta \sin \beta \cos (\alpha + \varphi_{21}) + 2\omega_1 \omega_{21} \sin \beta \cos (\alpha + \varphi_{21})]. \quad (9) \end{aligned}$$

Так как значения углов α , β , γ , ν при точном изготовлении установки не превышают $2-3'$, то, представляя тригонометрические функции указанных аргументов в виде ряда, выражение (9) с точностью до величин первого порядка малости можно записать так:

$$\ddot{\xi}_2 = -r_1 \omega_1^2 (\cos \varphi_{21} - \gamma \sin \varphi_{21}) - (r_{22} - e_2 \cos \psi_2) (\omega_1 + \omega_{21})^2. \quad (10)$$

Таким образом, из перечисленных погрешностей в первую очередь следует учитывать влияние эксцентриситетов e_1 и e_2 , а также разворот оси чувствительности прибора на угол γ относительно направления оси $O_2 X_2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов В. И. Градуировочная центрифуга ГЦ-1, ГОСИНТИ, 1967, № 18-67-318/36.
2. Smith R. O., Willis E. A., Hilten I. J. A double centrifuge for generating long frequency sinusoidal accelerations. I. Res. Nat. Bur. Standards. 1962, № 4.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

ЧАСТОТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ОТ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотрим электромагнитное поле в полости с произвольно движущейся границей. Случаи неподвижных границ раздела и равномерно движущейся границы, согласно теории относительности, являются эквивалентными и достаточно подробно освещены в литературе [1—3].

Важные физические следствия, вытекающие из решения рассматриваемой задачи, например, эффект Доплера, будут естественными предельными случаями для получаемых ниже более общих результатов. Особый интерес представляет случай равноускоренного движения границы, поскольку ускорение по своей природе является абсолютной характеристикой движения, и некоторые результаты данной работы могут быть использованы при измерении ускорения движущихся тел.

Иследуем электромагнитное поле в полупространстве, ограниченном ускоренно движущейся поверхностью. Допустим, что это идеальная металлическая поверхность, на которой не возникает связанных зарядов. Обычный метод рассмотрения заключается в переходе в систему координат, жестко связанную с поверхностью (т. е. в такую, в которой граница раздела неподвижна). Если поверхность движется равномерно, то такая система отсчета является инерциальной и задача решается преобразованием Лоренца для электромагнитного поля, так как граничные условия в системе отсчета, жестко связанной с границей, такие же, как в неподвижной системе. После преобразований Лоренца можно найти связь между углом падения и отражения, закон преобразования частоты и т. д.

Если поверхность движения ускоренна, то переход в систему отсчета, в которой она покоится, позволит учесть граничные условия, но мы уже имеем дело с ненерциальной системой: преобразования Лоренца не имеют места, поэтому необходимо учитывать изменение метрики четырехмерного пространства — времени, в котором распространяется электромагнитное поле.

Электромагнитное поле является источником, меняющим метрику пространства—времени. Запись этого изменения в соответствующих уравнениях Эйнштейна представляет в настоящее время нерешенную задачу (она входит в круг вопросов, которые должны быть разрешены единой теорией поля). Поэтому обратимся к инерциальной системе отсчета, в которой справедливы уравнения Максвелла. Граничные условия на произвольно движущейся металлической поверхности можно найти интегрированием уравнений

Максвелла. Используя обобщенную теорему Грина, получаем граничные условия, зависящие от времени, в одномерном случае [4]

$$\left[E(t, x) - \frac{\xi(t)}{c} H(t, x) \right]_{x=\xi(t)} = 0. \quad (1)$$

Итак, задача сводится к изучению решений волновых уравнений

$$\begin{aligned} \square E &= 0 \\ \square H &= 0 \end{aligned} \quad \square = \Delta - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t^2} \quad (2)$$

с граничным условием (1), зависящим от времени и связывающим решения этих уравнений.

Обычный математический метод решения неоднородной краевой задачи приводит в данном случае к сложным интегродифференциальным уравнениям.

Из всей сложной математической проблемы выделим вопросы, представляющие непосредственный физический интерес. На поверхность раздела, движущуюся по произвольному закону, падает электромагнитная волна. Нас интересует поведение амплитуды отраженного сигнала и закон преобразования частоты.

Эти задачи могут быть решены двумя различными методами. Первая из них решена Льюисом [5] методом бихарактеристик. При решении второй задачи в настоящей работе используется метод мгновенных собственных функций.

Рассмотрим электромагнитное поле в полости типа интерферометра Фабри—Перо. Пусть одна из отражающих поверхностей неподвижна ($x = 0$), а другая движется поступательно по некоторому закону ($x = \xi(t)$, одномерный случай).

Решение уравнений (2) ищем в виде разложения

$$E(t, x) = \sum_n E_n(t) U_n(t, x); \quad (3)$$

$$H(t, x) = \sum_n H_n(t) U_n(t, x),$$

где $U_n(t, x)$ — мгновенные собственные функции, при $t = \text{const}$, переходящие в собственные функции задачи для $\xi(t) = \text{const}$. [6] Выберем простейшую ортонормированную систему $\{U_n\}$

$$U_n(t, x) = \cos \frac{\pi n x}{\xi(t)}.$$

При $\xi(t) = \text{const}$ переменные разделяются, и получаем обычное разложение по стоячим волнам.

Коэффициенты в выражении (3) находятся по формуле

$$E_n(t) = \frac{2}{\xi(t)} \int_0^{\xi(t)} dx E(t, x) U_n(t, x),$$

непосредственно вытекающей из условия ортонормированности $\{U_n\}$.

Дальнейшие выкладки приводятся только для первого уравнения системы (2). Все результаты аналогично повторяются и для H .

Для явного учета граничных условий (1) в самих уравнениях поля уравнение (2) умножаем на $U_n(t, x)$ и интегрируем по x от 0 до $\xi(t)$.

Интегрируя по частям и учитывая очевидное равенство

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^{\xi(t)} dx EU_n = \int_0^{\xi(t)} dx \frac{\partial^2}{\partial t^2} (EU_n) + \\ + \dot{\xi}(t) \left[\frac{\partial}{\partial t} (EU_n) \right]_{x=\xi(t)} + \frac{\partial}{\partial t} [\dot{\xi}(t) EU_n]_{x=\xi(t)},$$

подставляем в полученный результат разложение (3). Тогда для амплитуд $E_n(t)$ находим уравнение

$$\frac{d^2 E_n}{dt^2} + 2 \frac{\dot{\xi}}{\xi} \cdot \frac{dE_n}{dt} + \left(\frac{\pi^2 n^2 c^2}{\xi^2} + \frac{\ddot{\xi}}{\xi} \right) E_n + \\ + \sum_k \left\{ \alpha_{nk} \frac{dE_k}{dt} + \beta_{nk} E_k \right\} = 0, \quad (4)$$

где

$$\alpha_{nk}(t) = \frac{2}{\xi} \left[2(-1)^{n+k+i} \frac{\dot{\xi}}{\xi}(t) + \int_0^{\xi(t)} dx U_n \frac{\partial U_k}{\partial t} \right];$$

$$\beta_{nk}(t) = \frac{2}{\xi} \left[(-1)^{n+k+i} \frac{\dot{\xi}}{\xi}(t) + \int_0^{\xi(t)} dx \left[U_n \frac{\partial^2 U_k}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial U_n}{\partial t} \cdot \frac{\partial U_k}{\partial t} \right] \right].$$

Если границы неподвижны, то $\alpha_{nk} = \beta_{nk} = 0$ и выражение (1) расцепляется, переходя в обычные уравнения для Фурье-компонент поля

$$\frac{d^2 E_n}{dt^2} + \frac{\pi^2 n^2 c^2}{\xi^2} E_n(t) = 0.$$

В общем случае (4) представляет бесконечную цепочку дифференциальных уравнений, если число динамических мод разложения бесконечно.

Расцепление уравнений возможно в ряде различных частных случаев и в предельных ситуациях, например, слабое взаимодействие между модами, случай равномерного движения, случай медленно меняющегося поля (приближение Ван-дер-Поля) и т. д.

Для интересующих нас приложений (закон преобразования частоты при отражении от движущейся поверхности) достаточно ограничиться одномодовым случаем. Тогда, задавая падающую волну начальным условием при $t = 0$, можно найти закон преобразования частоты при отражении из оставшегося уравнения (4).

В одномодовом режиме при $n = \nu$ система (4) переходит в уравнение

$$\frac{d^2 E_\nu}{dt^2} - \frac{\dot{\xi}}{\xi} \cdot \frac{dE_\nu}{dt} + \gamma_\nu(t) E_\nu = 0, \quad (5)$$

где $\gamma_\nu(t) = \frac{\pi^2 \nu^2 c^2}{\xi^2} + \frac{3 - 2\pi^2 \nu^2}{6} \left(\frac{\dot{\xi}}{\xi} \right)^2 - \frac{\ddot{\xi}}{2\xi}$.

Отметим отсутствие явной зависимости амплитудной функции от ускорения. Для этого преобразуем уравнение (5), представив $E_\nu(t)$ в виде

$$E_\nu = U_\nu(t) V_\nu(t). \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5) и избавляясь от членов, содержащих $U_\nu(t)$, находим

$$V_\nu(t) = C_\nu \sqrt{\xi(t)},$$

Тогда уравнение для $U_\nu(t)$ примет вид

$$\dot{U}_\nu + q_\nu(t) U_\nu = 0, \quad (7)$$

где

$$q_\nu(t) = \frac{\pi^2 \nu^2 c^2}{\xi^2(t)} - \frac{3 + 4\pi^2 \nu^2}{12} \left(\frac{\dot{\xi}}{\xi} \right)^2.$$

Из (7) видно, что решение уравнения (5) явно не зависит от $\xi(t)$.

Остановимся на случае равноускоренного движения границы $\ddot{\xi}(t) = a$.

Пусть начало отсчета выбрано так, что

$$\xi(t) = \frac{at^2}{2}. \quad (8)$$

Хотя последнее предположение сделано только для упрощения промежуточных выкладок и не имеет принципиального значения для интересующих нас приложений, тем не менее оно требует учитывать область применения полученных результатов. Очевидны два ограничения для области изменения t

$$0 < t \ll \frac{c}{a}. \quad (9)$$

Правая часть неравенства (9) соответствует скоростям, много меньшим скорости света, или малым ускорениям. Левая часть (9) исключает физически бессмысленный случай резонатора с нулевой длиной в начальный момент времени. Это ограничение легко снять, используя для $\xi(t)$ формулу, учитывающую начальную длину резонатора

$$\xi(t) = L_0 + \frac{at^2}{2}.$$

Следует отметить, что предположения относительно модели процесса (отсутствие затухания, одномодовый режим, нерелятивистская запись уравнения движения границы) затрудняют точное определение амплитудной функции электромагнитного поля, но не затрагивают фазовых соотношений вблизи движущейся границы, к определению которых мы и переходим.

Итак, для равноускоренного движения границы уравнение (5) примет вид

$$\frac{d^2}{dt^2} E_v - \frac{2}{t} \cdot \frac{d}{dt} E_v + \left(\frac{b_v^2}{t^4} + \frac{q_v}{t^2} \right) E_v = 0,$$

где

$$b_v = \frac{2\pi v c}{a}; \quad q_v = \frac{3 - 4\pi^2 v^2}{3}.$$

Совершим замену переменных $E_v(t) = f(\tau) \equiv f(t)^{-1}$,

тогда

$$\tau^2 f'' + 4\tau f' + (b^2 \tau^2 + q) f = 0. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) непосредственно связано с бесселевыми функциями

$$f(\tau) = \tau^{-\frac{3}{2}} z_p(b\tau),$$

где $p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15 + 16\pi^2 v^2}{3}}$ и $z_p(y) = C_1 J_p(y) + C_2 J_{-p}(y)$.

Окончательное выражение для поля будет

$$E_v(t) = t^{\frac{3}{2}} \left[C_1 J_p \left(\frac{b_v}{t} \right) + C_2 J_{-p} \left(\frac{b_v}{t} \right) \right],$$

где J_p и J_{-p} — функции Бесселя 1-го рода. Отметим, что $\pi^2 v^2 \gg 1$ ($v \approx 10^8$), откуда

$$p \approx \frac{2\pi v}{\sqrt{3}} \gg 1. \quad (11)$$

Из условий (9) и выражения (11) следует

$$\frac{b_v}{t} = \frac{2\pi v c}{at} = 2\pi v \frac{c}{\xi} \gg 1,$$

что позволяет воспользоваться асимптотикой функций Бесселя. Тогда

$$E_v(t) = \xi(t) \left\{ B_1(t) \cos \frac{b_v}{t} + B_2(t) \sin \frac{b_v}{t} \right\}. \quad (12)$$

Здесь $B_1(t)$ и $B_2(t)$ — некоторые функции, непериодически зависящие от времени и связанные с функциями $A_i(t)$ соотношениями

$$B_1(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[(A_1 - A_3) \cos \frac{\pi p}{2} - (A_2 + A_4) \sin \frac{\pi p}{2} \right] \quad (13)$$

и

$$B_2(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[(A_1 + A_3) \cos \frac{\pi p}{2} + (A_2 + A_4) \sin \frac{\pi p}{2} \right]. \quad (14)$$

где

$$A_{1,3} = \frac{2\sqrt{2}}{a\sqrt{\pi b}} C_{1,2} \left[\sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k f^{2k}}{(2k)! (2b)^{2k}} \cdot \frac{\Gamma\left(p + 2k + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(p - 2k + \frac{1}{2}\right)} + R_n^{(1)} \right];$$

$$A_{2,4} = \frac{2\sqrt{2}}{a\sqrt{\pi b}} C_{1,2} \left[\sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k f^{2k-1}}{(2k+1)! (2b)^{2k+1}} \cdot \frac{\Gamma\left(p + 2k + \frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(p - 2k - \frac{1}{2}\right)} + R_n^{(2)} \right].$$

Так как нас здесь интересует только частотные соотношения в отраженной и падающей волне, то введем понятие «обобщенной» фазы волны и, учитывая выражение (12), перепишем полное решение в виде

$$E(t, x) = \frac{\xi(t)}{2} \left\{ \sin \left[\varphi_v(t) + \psi_v(t) - \frac{\pi vx}{\xi(t)} \right] + \right. \\ \left. + \sin \left[\varphi_v(t) + \psi_v(t) + \frac{\pi vx}{\xi(t)} \right] \right\}. \quad (15)$$

Здесь

$$\varphi_v(t) = -\frac{b_v}{t} = -2\pi v \frac{c}{\xi(t)},$$

а $\psi_v(t)$ — определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \psi_v(t) = \frac{B_1(t)}{B_2(t)}. \quad (16)$$

Каждое слагаемое в выражении для «обобщенной» фазы

$$\Phi_v^\pm(t) = \varphi_v(t) + \psi_v(t) \mp \frac{\pi vx}{\xi(t)}$$

имеет простой физический смысл. Член, постоянный по времени и входящий в ψ_v , соответствует амплитуде волны. Члены, линейные по t , описывают гармонические колебания. Члены второго и более высокого порядка по t соответствуют ангармоническим эффектам, обусловленным определенным законом движения границы.

Поясним физический смысл полученных результатов. Так как колебания поля имеют в целом ангармонический характер, то можно воспользоваться понятием «мгновенной частоты» как производной от фазы Φ_v по времени $\omega_v = \partial\Phi_v(t)/\partial t$. Тогда главный член фазы (в первом исчезающем приближении по t/b_v) для падающей и отраженной волны будет

$$\Phi_v^{\pm}(t) = \varphi_v(t) + \text{const} \mp \frac{\pi vx}{\xi}$$

и соответственно

$$\omega_v^{\pm}(t) = \frac{\pi v v_x}{v^2} \left(\frac{v_x}{v} c - x \right).$$

Отсюда на движущейся границе между частотой нормально падающей и отраженной волны имеет место соотношение

$$\left. \frac{\omega_v^-}{\omega_v^+} \right|_{x=\xi(t)} = \frac{c - \dot{\xi}(t)}{c + \dot{\xi}(t)}. \quad (17)$$

Для равномерного движения $\dot{\xi}(t) = \text{const}$ формула (17) переходит в доплеровский закон преобразования частот. В случае равноускоренного движения границы с учетом выражения (15) для $\Phi_v^{\pm}(t)$ закон преобразования частоты принимает вид

$$\left. \frac{\omega_v^-}{\omega_v^+} \right|_{x=\xi(t)} = \frac{c - \dot{\xi}(t) + \frac{\ddot{\xi}(t)}{\pi v} \dot{\psi}_v(t)}{c + \dot{\xi}(t) + \frac{\ddot{\xi}(t)}{\pi v} \dot{\psi}_v(t)}. \quad (18)$$

Отметим, что начальными условиями для поля определяется только амплитуда в (15) и ангармонические эффекты в формуле (18). Закон же преобразования (16) не зависит от начальных условий.

Выпишем несколько первых поправочных членов к «квазидоплеровскому» закону преобразования (17). Ограничимся для $A_i(t)$ приближениями

$$A_{1,3} \approx \frac{2\sqrt{2}}{a\sqrt{\pi b}} C_{1,2}$$

и

$$A_{2,4} \approx \frac{\sqrt{2}}{a\sqrt{\pi b}} C_{1,2} \frac{\Gamma\left(p + \frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(p - \frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{\dot{\xi}(t)}{2\pi v c}.$$

Используя (13), (14) и (16), находим

$$\dot{\psi} = \frac{x^2}{1+x^2}.$$

Здесь

$$\kappa = \frac{\Gamma\left(p - \frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(p - \frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{\xi(t)}{2\pi v c}.$$

Для нерелятивистских скоростей движения границы ($\kappa \ll 1$)

$$\psi = \kappa^2 - \kappa^4 + \dots$$

Область применимости соотношения (18) ограничена выбранным законом движения границы, т. е. только неравенствами (9). Эти ограничения снимаются при строгом рассмотрении релятивистского равноускоренного движения, автоматически учитывающем принцип максимальности скорости света. Тогда в уравнение (15) необходимо подставить следующие выражения для $\xi(t)$ и $\dot{\xi}(t)$:

$$\xi(t) = L_0 + \frac{c^2}{a} \left(\sqrt{1 + \frac{at^2}{c^2}} - 1 \right);$$

$$\dot{\xi}(t) = \frac{at}{\sqrt{1 + \frac{at^2}{c^2}}}.$$

Натрудно убедиться, что учет в (18) следующего приближения по отношению к (8) приводит к поправкам порядка β^{-4} , где $\beta(t) = \dot{\xi}(t)/c$, которые целесообразно принимать во внимание в (18), начиная учитывать в разложении $\psi_v(t)$ члены четвертого порядка малости по t/b_v . Поэтому закон преобразования частоты (18) справедлив до четвертого порядка по $\dot{\xi}(t)/c$ включительно и выполняется с высокой точностью в подавляющем большинстве практических случаев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. Физматгиз, 1958.
2. Тоннела М. А. Основы электромагнетизма и теории относительности, ГИИЛ, 1962.
3. Баранов Р. И., Широков Ю. М. Электромагнитное поле в оптическом резонаторе с подвижным зеркалом. «ЖЭТФ», 1967, № 53.
4. Бейтмен Г. Математическая теория распространения электромагнитных волн. Физматгиз, 1958.
5. Льюис Р. Формальная теория бегущей волны. В сб. «Квазиоптика». «Мир», 1966.
6. Гринберт Г. А. Об одном возможном методе подхода к рассмотрению задач теории теплопроводности, диффузии, волновых и им подобных при наличии движущихся границ и о некоторых иных его приложениях. «ПММ», 1967, № 31.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ
И ТЕОРИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Характерной особенностью акселерометров является применение их в условиях действия различных влияющих величин, имеющих широкий диапазон значений. Функциональная зависимость дополнительной погрешности от влияющих величин (функция влияния) может иметь достаточно сложный вид и исчерпывающее описание ее практически невозможно. Возникает проблема введения компактной и в то же время достаточно содержательной формы представления функции влияния при ограниченном объеме необходимых для ее определения экспериментов.

В статической постановке задачи одним из возможных путей нормирования дополнительной погрешности является определение ее максимального значения и его области. При этом в области своего максимума функция влияния может быть описана полиномиальной моделью заданного порядка (обычно не выше второго), а эффективное снижение необходимого числа экспериментов может быть достигнуто использованием теории планирования эксперимента [1]. Для нахождения экстремума исследуемой функции и ее геометрической интерпретации — поверхности отклика — в этой теории используется шаговый метод [2], основанный на локальном изучении поверхности отклика и движении по ней в самом «крутом» направлении — в направлении градиента линейного приближения.

Такой шаговый процесс продолжается до тех пор, пока не будет найдена «почти стационарная область», где линейное приближение уже невозможно. Затем проводится большая серия опытов и поверхность отклика описывается полиномом второго порядка, позволяющим определить также смешанные (перекрестные) влияния факторов.

Тем новым, что внесла в движение по градиенту теория планирования эксперимента, является использование его в сочетании с оптимальным многофакторным экспериментом [1].

Пусть в линейной задаче (линейный регрессионный анализ) имеется k независимых переменных (факторов).

Уравнение регрессии запишем следующим образом:

$$\eta = \beta_0 x_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k,$$

где x_0 — фиктивная переменная, всегда равная +1; x — факторы, варьируемые на двух уровнях (+1 и -1); η — измеряемая величина (здесь функция влияния).

Переход от влияющей величины z_i , принимающей в эксперименте значение z_{i1} и z_{i2} к фактору x_i , осуществляется по формуле

$$x_i = \frac{2z_i - z_{i1} - z_{i2}}{z_{i1} - z_{i2}}.$$

По результатам проведенных опытов находятся оценки b_i для коэффициентов β_i . Эксперименты проводятся в соответствии с матрицей планирования или планом $\|x_{iu}\|$, в котором каждый элемент x_{iu} определяет значение (+1 или -1) i -го фактора в u -м эксперименте.

Если эксперимент проводить традиционным однофакторным методом, варьируя каждую переменную по очереди (по плану $x_{iu} = -1$ при $i \neq u - 1$ и $x_{iu} = +1$ при $i = u - 1$ ($i = 1, 2, \dots, k$; $u = 1, 2, \dots, k + 1$)), то дисперсия оценок коэффициентов будет составлять $\sigma^2 |b_i| = \sigma^2 |y|/2$, где y — измеренное значение величины η . Если же воспользоваться другой стратегией и варьировать в каждом опыте одновременно несколько факторов, то каждый коэффициент регрессии будет оцениваться по совокупности опытов и дисперсия оценок уменьшится. Так, при использовании оптимальных планов [1] оценки коэффициентов регрессии получают простой вид $b_i = \sum_{u=1}^N x_{iu} y_u / N$ и дисперсия оценок составит

$$\sigma^2 |b_i| = \sigma^2 |y| / N, \text{ где } N = k + 1.$$

Таким образом, использование теории планирования приводит к резкому повышению эффективности экспериментов и получению более точных оценок параметров регрессионной модели при одинаковом с однофакторным экспериментом количестве опытов.

Применение рассмотренных аспектов теории планирования к задачам нормирования дополнительной погрешности тем целесообразнее, чем большее число влияющих величин приходится принимать во внимание. Это справедливо также и для акселерометров, у которых в качестве влияющих величин могут выступать [3, 4] вибрации, поперечные ускорения, температура среды, давление и влажность воздуха, электрические и магнитные поля и т. д. В экспериментах два независимых поперечных ускорения можно получить соответствующим поворотом измерительной оси акселерометра относительно задаваемого вектора ускорения a .

Связав с корпусом акселерометра прямоугольную систему координат $OXYZ$ (OX совпадает с измерительной осью и вначале направлена вдоль a) и повернув ее на угол α вокруг OZ , а затем на угол β вокруг OY ; получаем $a_x = a \cos \alpha \cos \beta = a_0$ — измеряемое ускорение; $a_y = -a \sin \alpha = a_1$, $a_z = a \cos \alpha \sin \beta = a_2$ — ускорения, поперечные к измерительной оси.

Требуемые значения a_0 , a_1 и a_2 можно получить, если $\operatorname{ctg} \beta = a_0/a_1$; $\sin \alpha = -a_2/a_0$ и $a = \sqrt{a_0^2 + a_1^2 + a_2^2}$.

Заклучив, кроме того, корпус прибора в термобарокамеру, получим четырехфакторную задачу ($k = 4$), для которой целесообразно применение рассмотренных методов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Налимов В. В. Теория эксперимента. «Наука», 1971.
2. Первозванский А. А. Поиск. «Наука», 1970.

3. Иорш Ю. И. Виброметрия. Машгиз, 1963.
4. Пеллинец В. С., Бабер И. С. Оценка погрешности измерения параметров вибрации и удара. ЛДНТП, 1969.

Поступила в редакцию 8.07.1971 г.

УДК 523.031.5 : 531.768.082.14

Я. М. КАНДЕЛЬ, С. И. ТОРОПНИ
ВНИИМ

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МАЯТНИКОВОГО МЕТОДА АБСОЛЮТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Применение квантовых генераторов и новых электронных устройств для измерения малых промежутков времени позволило усовершенствовать баллистический метод абсолютного определения ускорения силы тяжести, который в настоящее время принято считать наиболее точным. Хотя теория маятникового метода и конструкция маятников, совершенствуясь вместе с техникой измерения длины, достигли высокой степени развития, считалось, что дальнейшее усовершенствование маятникового метода невозможно вследствие трудности устранения систематических погрешностей, обусловленных влиянием системы призма — подушка.

Однако теория маятникового метода продолжала развиваться. В 1947 г. П. Н. Агалецким был разработан, предложенный еще Бесселем для нитяных маятников, дифференциальный метод абсолютного определения g для нескольких поворотных маятников различной приведенной длины, но одинаковой массы [1]. Этот метод позволяет снизить влияние систематических погрешностей и произвести оценку неисключенных остатков систематических погрешностей.

П. Н. Агалецкий предложил также конструкции дифференциального поворотного и дифференциального неповоротного маятников с четырьмя системами призма — подушка, но наличие четырех различных систем призма — подушка не позволяет полностью исключить их влияние на результат абсолютных определений g .

В 1948 г. С. И. Торопиным, с целью исключения влияния системы призма—подушка, был предложен дифференциальный физический маятник с одной системой призма — подушка [2], вызвавший большой интерес [3]. Преимущество такого маятника заключается в том, что все четыре его состояния получаются путем изменения положения двух подвижных грузов без нарушения контакта между призмой и подушкой. Следует отметить, что конструкция маятника не свободна от недостатков, к числу которых можно отнести невозможность измерения разности двух приведенных длин маятника непосредственно в вакуумной камере в рабочем положении, а также невозможность контроля за постоянством приведенной длины и величиной упругого изгиба маятника.

Развитие интерференционных методов измерения длины позволяет усовершенствовать конструкцию дифференциального физического маятника с одной системой призма — подушка. В 1969 г. авторами была предложена конструкция гравиметрического интерференционного дифференциального маятника с одной системой призма—подушка, свободная от указанных недостатков [4]. Схематически изображенный на рис. 1 маятник представляет собой стержень 14 с отверстием, перекрытым планкой 12, к которой крепится опорная призма 13 и отражатель 6. Стержень снабжен верхней 16 и нижней 17 каретками, причем каждая каретка имеет фиксатор 15. Кроме того, верхняя каретка снабжена полупрозрачным отражателем 1, который в сочетании с отражателем 18, источником монохроматического света 9, коллиматором 10, полупрозрачными пластинами 11 и 5, приемными щелями 4 и 7, фотоприемниками 8 и 2 и реверсивным счетчиком интерференционных полос 3 образует фотоэлектрический интерферометр Физо, необходимый для измерения величины перемещения верхней каретки вдоль стержня.

На рис. 2 изображены четыре последовательных состояния маятника в рабочем положении.

Положению кареток 16 и 17 в нижней части стержня соответствует период колебания маятника T_1 (рис. 2, а). Перемещением каретки 16 вдоль стержня находят такое новое положение ее, при котором измеренный период колебания маятника $T_2 = T_1$ (рис. 2, б), причем величину перемещения каретки z_1 измеряют с помощью интерферометра.

Затем перемещают каретку 17 вверх по стержню на произвольную величину h и закрепляют фиксатором в новом положении (рис. 2, в), после чего измеряют период колебания маятника T_3 .

Наконец, вновь перемещают каретку 16 вдоль стержня до тех пор, пока не будет найдено положение, при котором период колебания маятника $T_4 = T_3$ (рис. 2, г). Величину перемещения каретки z_2 также измеряют с помощью интерферометра.

На основании [2], ускорение силы тяжести будет равно

$$g = \pi^2 \frac{z_1 - z_2}{T_1^2 - T_3^2}.$$

Следует отметить, что наличие отражателя *б* при совмещении оптической оси коллиматора *10* с осью вращения маятника позволяет измерить прогиб стержня маятника и контролировать неизменность положения каретки *16* относительно стержня в процессе колебания маятника, т. е. непрерывно контролировать его приведенную длину.

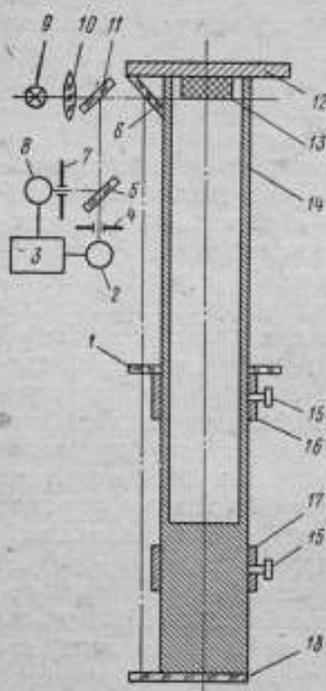


Рис. 1. Схема гравиметрического интерференционного дифференциального маятника

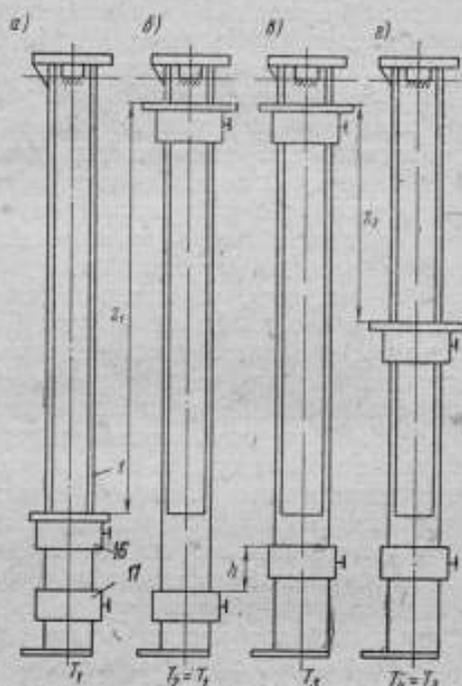


Рис. 2. Четыре состояния гравиметрического интерференционного дифференциального маятника

Существенное влияние на точность определения g маятниковым методом оказывает изменение радиуса кривизны опорной призмы вследствие ее износа [5, 6]. Для уменьшения влияния износа опорной призмы необходимо уменьшить число колебаний маятника при определении его периода. Современная техника позволяет решить эту задачу применением, например, частотомеров со скоростью счета 50—80 Мгц и погрешностью счета ± 1 импульс. Запуск и остановка счета может производиться электрическими импульсами, формируемыми при прохождении относительно неподвижной щели с фотоумножителем светового блика, отраженного от колеблющегося маятника.

Погрешность измерения периода колебаний маятника [7] зависит от длительности наблюдений (количества колебаний), скорости и точности счета частотомера, точности индикации положения равновесия маятника, а также от скорости перемещения светового блика относительно щели и будет тем меньше, чем больше скорость блика. Значительного увеличения скорости перемещения блика можно достигнуть, увеличивая длину оптического рычага луча света, применяя оптическое умножение угла отклонения луча света [8] или дифракционные и интерференционные схемы получения светового блика [9, 10]. Поэтому можно измерить период колебания маятника с погрешностью $\pm 1 \cdot 10^{-6}$ с за несколько десятков колебаний маятника и практически исключить влияние износа опорной призмы на результат определения g .

Применение гравиметрического интерференционного дифференциального маятника наряду с использованием современных электронных средств измерения малых промежутков времени позволит производить абсолютные определения g на уровне точности современных баллистических методов. Это позволит сравнивать результаты абсолютных определений g обоими методами и произвести оценку неисключенных остатков систематических погрешностей, присущих каждому из этих методов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агалецкий П. Н. Способ обнаружения и исключения систематических погрешностей при определении абсолютного значения ускорения силы тяжести с помощью маятниковой аппаратуры. Труды ВНИИМ, вып. 11 (71), Машгиз, 1950.
2. Торопин С. И. Дифференциальный физический маятник с одной системой призма—подушка. Труды ВНИИМ, вып. 23 (83), Машгиз, 1954.
3. Gerzhan S. Die moderne Präzisionspendelentwicklung. Feinwerktechnik, 1962, 66, № 11.
4. Торопин С. И., Кандель Я. М. Маятник для гравиметрических измерений. Авт. свид. № 278142, «Бюллетень изобретений», 1970, № 25.
5. Раздымаха Г. С. Поведение маятниковых ножей и их роль в абсолютных определениях ускорения силы тяжести. Труды ЦНИИГАиК, вып. 68, Геодиздат, 1949.
6. Торопин С. И. Влияние призмы и подушки при абсолютном определении ускорения силы тяжести с помощью маятников. Труды ВНИИМ, вып. 23 (83), Машгиз, 1954.
7. Ромвиюк В. А. Измерение периода колебания гравиметрического маятника с помощью пересчетных приборов. В сб. «Аппаратура и методы экспериментальных исследований по гравиметрии», «Наука», 1965.
8. Сливин Ю. А. Фотоэлектронная регистрация периода колебаний маятника и его амплитуды. Труды ЦНИИГАиК, вып. 159, Геодиздат, 1964.
9. Зотов Г. А. Устройство для индикации фазы гравиметрического маятника. Авт. свид. № 170176, «Бюллетень изобретений», 1965, № 8.
10. Зотов Г. А. Устройство для индикации фазы маятников гравиметрического маятникового прибора. Авт. свид. № 176435, «Бюллетень изобретений», 1965, № 22.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

КОМПЛЕКС АППАРАТУРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ
ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ЭФФЕКТА
МЕССБАУЭРА

Эффект Мессбауэра, или резонансное испускание и поглощение ядерных гамма-квантов без отдачи, может быть применен для измерения скоростей и амплитуд вибраций [1, 2, 3].

Сущность эффекта состоит в следующем. При испускании кванта ядром последнее получает импульс отдачи, который, если атом помещен в кристаллическую решетку, может передаться кристаллу как целому, а не отдельному атому. В результате энергия отдачи практически равна нулю, и мы имеем дело с несмещенными энергетическими линиями с очень малой естественной энергетической шириной. Отношение ширины линии Γ к энергии E квантов для различных ядер достигает $10^{-11} - 10^{-16}$. Поэтому при осуществлении эксперимента по испусканию и последующему поглощению ядерных гамма-квантов даже небольшие относительные скорости источника и поглотителя вызывают такое доплеровское смещение энергии ΔE , которое уменьшает эффект резонансного поглощения, а при достаточно большой скорости сводит его к нулю. В области смещений ΔE , соизмеримых с шириной Γ , можно определять скорости и амплитуды по количеству поглощенных и рассеянных квантов в поглотителе. Изменение энергии за счет эффекта Доплера ΔE определяется формулой

$$\Delta E = \frac{v}{c} E, \quad (1)$$

где v — скорость источника относительно поглотителя; c — скорость света; E — энергия источника.

Для использованного в данной работе изотопа ^{119m}Sn с энергией Мессбауэровского уровня в 23,8 кэВ область измеряемых скоростей составляет 0,1 — 10 мм/с, что соответствует области амплитуд 0,001 — 0,1 мкм при частоте 13,3 кГц.

Эксперимент, который был проведен во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, основан на изменении потока гамма-квантов при прохождении через поглотитель. Блок-схема установки приведена на рис. 1.

Источник ^{119m}Sn , укрепленный на платформе вибратора 16 (заштрихован), через палладиевый фильтр и поглотитель SnO_2 2 облучает детектор 3, включающий в себя фотоумножитель ФЭУ-35 с кристаллом NaI (Tl) толщиной 1 мм. Питание ФЭУ осуществляется от высоковольтного стабилизированного выпрямителя 1 (ВСВ-2). Вибратор установлен на виброзащитном устройстве 15. Колебания вибратора возбуждаются генератором ГЗ-35 20 через усилитель мощности 18 типа УМ-25. Для контроля формы синус-

соиды служит осциллограф С1-19 19 и контрольный акселерометр 17. Частота измеряется с помощью частотомера 43-30 13 и усилителя 12, коэффициент нелинейных искажений по ускорению измеряется прибором С6-1А 14. Импульсы с ФЭУ-35 через катодный повторитель поступают на широкополосный усилитель УШ-1 4, а затем через дифференциальный анализатор АДД-1 5 на пересчетный прибор ПС-1 7, сблокированный через блок автоматики 6 с цифрорпечатывающей машиной ЭУМ-23 11 и электронным потенциометром ЭПП-09 10. Счет времени и запуск схемы осуществляется от эталонной частоты 1000 Гц 9 через декадный делитель 8.

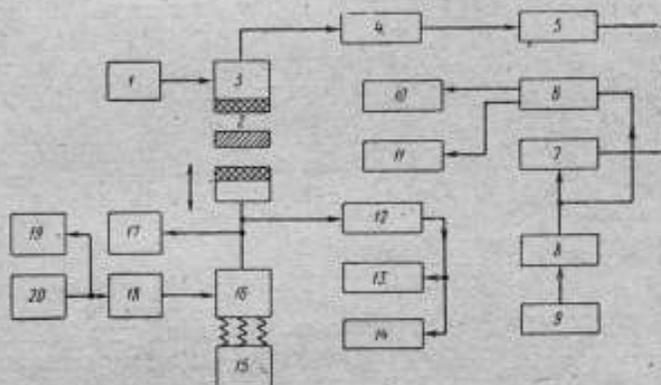


Рис. 1. Блок-схема установки

Результаты измерений выдаются в виде столбца цифр на цифрорпечатывающей машине и в виде кривой в относительных координатах на самописце ЭПП-09. Цифровые значения определяются скоростью счета квантов за промежуток времени, задаваемый через блоки 8, 9, 6. Скорость счета квантов зависит от величины резонансного поглощения, а величина эффекта зависит от скорости перемещения источника относительно поглотителя.

Для расшифровки данных надо иметь градуировочную кривую, полученную при измерениях на инфразвуковом вибраторе, т. е. при больших амплитудах, которые могут быть найдены оптическим методом. При частотах 0,2 — 10,0 Гц амплитуды переме-

Таблица 1

| Скорость счета, имп/100 с | | Скорость v , мм/с | Амплитуда вибраций, мкм |
|---------------------------|----------------|---------------------|-------------------------|
| при $v = 0$ | при $v \neq 0$ | | |
| 475377 | 479663 | 0,117 | 0,0028 |
| 475466 | 485951 | 0,205 | 0,0049 |
| 476003 | 493972 | 0,313 | 0,0075 |
| 476138 | 504429 | 0,439 | 0,0105 |
| 476954 | 523048 | 0,668 | 0,016 |
| 475522 | 539801 | 0,877 | 0,021 |
| — | 551825 | 1,127 | 0,027 |
| — | 572515 | 1,796 | 0,043 |

щений будут составлять 50—1000 мкм. Результаты градуировки автоматически заносятся на масштабную ленту самописца ЭПП-9.

Результаты, полученные на машине ЭУМ-23, приведены в табл. 1. Значения скорости определены градуировкой. Измерение амплитуд вибраций производилось на частоте 13,3 кГц.

Аппаратурная линия для ядерной резонансной флуоресценции приближенно описывается формулой Брейта—Вигнера

$$e \approx \frac{1}{1 + 4\Delta^2}, \quad (2)$$

где Δ — отношение энергии ΔE (1) к ширине линии Γ на половине ее высоты [1, 2].

При измерении синусоидальных вибраций эффект e' получается усреднением синусоиды с учетом формулы (2)

$$e' \sim 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 + 4\Delta^2 \sin^2 \varphi} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 4\Delta^2}}, \quad (3)$$

$$\text{где } \varphi = \omega t; \quad \Delta = \frac{\Delta E EA \omega \sin \omega t}{\Gamma = c\Gamma}$$

Таким образом, чтобы измерить малые амплитуды (при $\Delta \ll 1$), необходимо найти приращение эффекта $\Delta e \sim 2\Delta^2$, что следует из (3).

Обычно целью эксперимента является пропускание гамма-квантов через поглотитель, и в этом случае эффект определяется как

$$e_x = \frac{N_x - N_0}{N_\infty}, \quad (4)$$

где e_x — величина эффекта при x -й скорости; N_x — измеренная скорость счета импульсов; N_∞ — скорость счета импульсов при «бесконечной» скорости v , т. е. при $e = 0$ и $\Delta \gg 1$; N_0 — скорость счета импульсов при $v = 0$.

Погрешность измерения при малом значении e_x будет определяться отношением

$$\frac{\Delta E_x}{E_x} = \frac{\sqrt{N_x} + \sqrt{N_0}}{\sqrt{t} (N_x - N_0)}, \quad (5)$$

т. е. зависит от числа импульсов в единицу времени, и от времени измерения t .

Если Nt на установках, подобных примененной во ВНИИМ [4], за время измерения порядка 1000 с может составить до 10^7 импульсов, то, как следует из (3), (4) и (5), предельная величина e будет порядка 10^{-3} , что соответствует $\Delta \sim 0,02$. Для изомера ^{119m}Sn

в зависимости от способа приготовления источника и поглотителя $\Delta = 1$, что соответствует скорости $v = 1,35\text{--}1,5$ мм/с (Δ и v связаны линейной зависимостью, что следует из (3)).

В работе [3] используется изотоп ^{57}Fe и поглотитель с химическим сдвигом, что позволяет при малых амплитудах ($\Delta \ll 1$) получить линейную зависимость приращения эффекта от Δ , а также информацию о фазе колебаний. Однако эта установка довольно сложна, так как использует устройство с формирователем сигнала движения для обеспечения развертки счета импульсов по шести каналам в зависимости от фазы колебания.

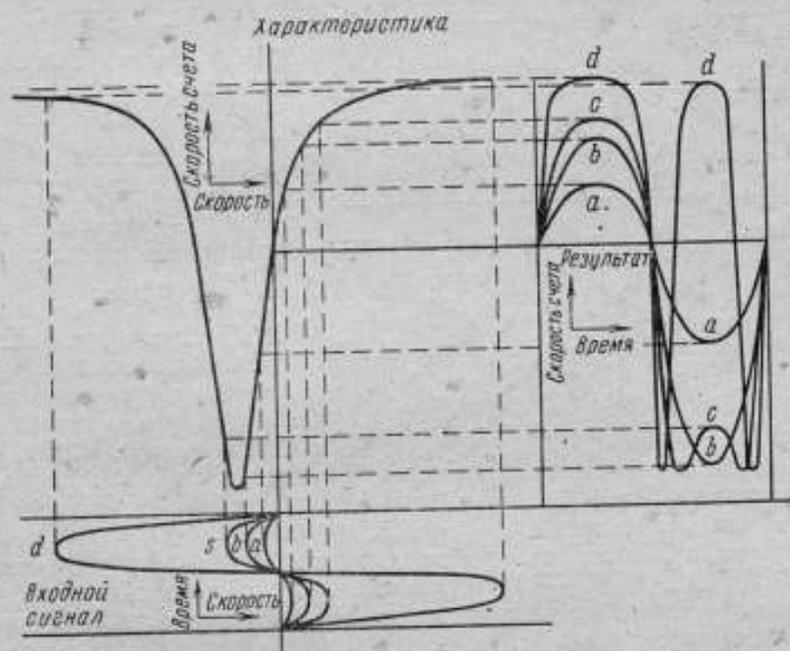


Рис. 2. Задающий сигнал для одного цикла синусоидального движения источника и характеристики, измеряемые с помощью эффекта Мессбауэра для четырех амплитуд: a , b , c , d

На рис. 2 приведены (кривые a , b , c , d , справа) величины эффекта, изменяющегося во времени за один период при четырех различных амплитудах скорости. При малых амплитудах скорости (кривая a) изменение эффекта за первый полупериод равно изменению эффекта за второй полупериод с обратным знаком. На основании этого можно создать простое устройство, которое будет суммировать разность эффекта для первой и второй полуволны синусоиды, что легко осуществить с помощью двух электронных ключей, управляемых непосредственно рабочим сигналом, причем для получения фазового сдвига и подстройки области максимальной чувствительности необходим фазовращатель для синусоидального сигнала, обеспечивающий поворот фазы в пределах $-\pi < \theta < +\pi$.

Для оценки чувствительности воспользуемся (3), тогда разностный эффект

$$\alpha \sim \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{1+4(\delta-\Delta)^2} - \frac{1}{1+4(\delta+\Delta)^2} \right], \quad (6)$$

где δ — химический сдвиг линии испускания относительно линии поглощения (в тех же единицах, что и Δ); $\frac{2}{\pi}$ — множитель, обусловленный отличием площади полуволны синусонды от площади прямоугольника с такой же амплитудой. Если в (6) принять $8\delta\Delta < 1$ и $4\Delta^2 \ll 1$, что для малых значений Δ выполняется ($\delta > 1$), то

$$\alpha \sim \frac{32\delta\Delta}{\pi(1+4\delta^2)^2}, \quad (7)$$

где α и ϵ — относительные величины, зависящие от Δ .

При $\frac{d\alpha}{d\delta} = 0$ находим $\delta = 0,29$, т. е. определяем область оптимального для измерений вибраций химического сдвига, а при $\delta = 0,29$ имеем $\alpha \sim 2,02 \Delta$.

В табл. 2 приведены сравнительные величины ϵ и α для химического сдвига $\delta = 0,1$; $\delta = 0,29$ и метода без химического сдвига, когда для малых амплитуд $\epsilon \approx 2\Delta^2$.

Из табл. 2 видно, что чувствительность может быть увеличена в 30-50 раз для $Nt \sim 10^7$ импульсов. При наборе большей статистики чувствительность возрастет еще больше (по сравнению с первым методом).

Изложенный метод имеет следующие преимущества:

1) возможны измерения в труднодоступных и даже закрытых поверхностях без какого-либо контакта с вибрирующей поверхностью, т. е. на расстоянии;

2) благодаря своему исключительно малому весу (до микрограмма) источник не изменяет существенно механические свойства системы;

3) частотный диапазон измеряемых вибраций практически неограничен в области верхних значений частот;

4) влияние внешних возмущений меньше сказывается на результат измерений, чем при измерениях велосиметром и акселерометром.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдманский В. И. Эффект Мессбауэра и его применения в химии. Изд. АН СССР, 1963.
2. Эффект Мессбауэра. Под ред. Ю. Когана. Изд-во иностр. литер., 1962.

3. Wolfsohn Y., Nucl. Instr. and Meth., Patent США № 3454766.

4. Шкаликов В. С., Витман В. Д., Федорин В. Л. Измерение параметров вибраций с использованием эффекта Мерсбауэра. Труды IV Всесоюзной конференции по виброметрии, КДНТП, 1969.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.768

Т. П. КРАШЕНИНИКОВА, В. С. ШКАЛИКОВ, В. Л. ШУР
ВНИИМ

ИНФРАЗВУКОВАЯ ВИБРАЦИОННАЯ УСТАНОВКА С МАГНИТНЫМ ПОДВЕСОМ ПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЫ

Образцовая вибрационная установка типа ОИВУ-2 [1] работает в диапазоне частот 1 — 100 Гц и ускорений $2 \cdot 10^{-5}$ — 10 мс^{-2} с максимальным размахом $2 \cdot 10^4$ мкм. Градуировка современных акселерометров требует расширения динамического диапазона установки. Разрабатываемая в настоящее время инфразвуковая вибрационная установка позволяет уменьшить нижний предел частотного диапазона до 0,01 Гц, расширить диапазон воспроизводимых ускорений от 10^{-7} до 200 мс^{-2} и на порядок увеличить амплитуду перемещения. Достигнуть таких параметров удалось благодаря замене пружинного подвеса подвижной системы, ограничивающего амплитуду перемещения и искажающего форму движения, магнитным.

В настоящее время для магнитного взвешивания ферромагнитных и неферромагнитных тел применяются магнитодинамический и магниторезонансный подвесы, подвес ферромагнитного тела в соленоиде, подвес с помощью вихревых токов и др. Однако для подвижной системы электродинамического вибратора требуется устройство, сочетающее магнитное взвешивание и воспроизведение колебаний, близких к синусоидальным.

Вибратор с магнитным подвесом (рис. 1) состоит из: магнитопровода 4, керны 5, катушки подмагничивания 3, подвижных катушек 2 и 6, штока 7 и центрирующих устройств 1 и 8.

Поверхности магнитопровода, обращенные к рабочим воздушным зазорам, имеют форму усеченных конусов с одинаковой величиной и противоположным направлением конусности. Такая форма зазоров обеспечивает постоянную жесткость подвеса подвижной системы при любом перемещении ее катушек в пределах рабочих зазоров.

Принципиальная схема центрирования подвижной системы дана на рис. 2. Центрирование осуществляется в верхней и нижней частях штока идентичными парами электромагнитов 3. Их сердечники 2 имеют вырезы в форме треугольной призмы, такую же форму

имеют выступы магнитных направляющих 1. Четыре параллельные цепи последовательно соединенных обмоток электромагнитов 3 и конденсаторов 4 подключены к выходу генератора переменного тока 5. Такое устройство представляет собой известную магниторезонансную систему.

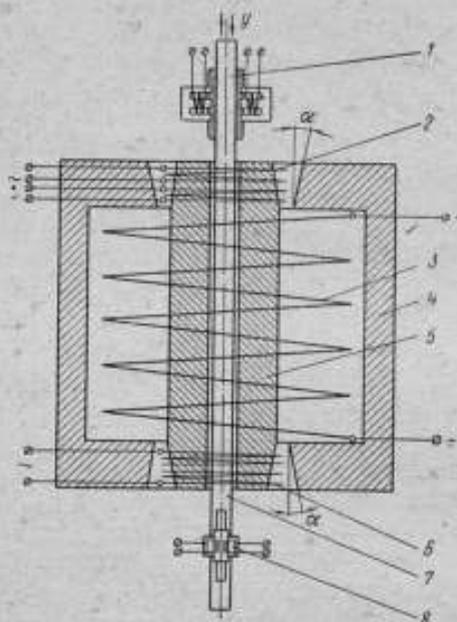


Рис. 1. Электродинамический вибратор с магнитным подвесом подвижной системы

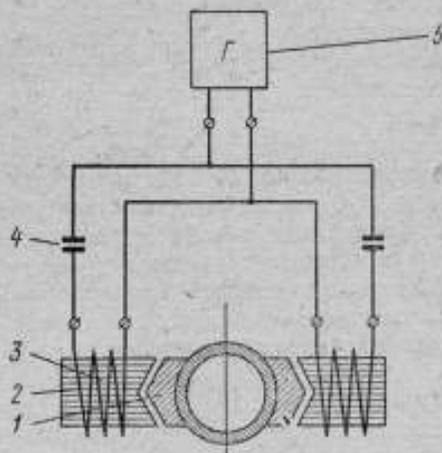


Рис. 2. Центрирующее устройство

Индукция B_y в рабочих зазорах не остается постоянной, а меняется с вертикальной координатой y относительно положения равновесия ($y = 0$), причем приращение ΔB в верхнем и нижнем зазорах при одинаковом перемещении y имеет разный знак

$$B_y = B_0 \pm \Delta B, \quad (1)$$

где B_0 — индукция в зазоре при равновесном положении подвижной системы.

Индукция в любом сечении зазора равна

$$B_y = \frac{M. д. с. \mu_0}{l_0 \pm y \operatorname{tg} \alpha}, \quad (2)$$

где м. д. с. — магнитодвижущая сила в зазоре; μ_0 — магнитная проницаемость воздуха; l_0 — длина рабочего зазора в сечении, определяющем равновесное положение подвижной системы; α — угол скоса зазора.

Изменение индукции с координатой y с учетом (2) может быть представлено выражением

$$\pm \Delta B = B_0 y \left(\pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{l_0 \pm y \operatorname{tg} \alpha} \right) = B_0 k y, \quad (3)$$

$$\text{где } k = \pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{l_0 \pm y \operatorname{tg} \alpha}.$$

При выполнении соотношения $\frac{y \operatorname{tg} \alpha}{l_0} < 0,2$

$$k \approx \pm \frac{\alpha}{l_0}. \quad (4)$$

Выражение для индукции B_y с учетом (3), (4) можно записать

$$B_y = B_0(1 \pm ky).$$

Зная закон изменения индукции в зазоре, определим жесткость магнитного подвеса системы для случая, когда постоянный ток подается в обмотку одной подвижной катушки, а переменный — в обе

$$C = \frac{dF_{ст}}{dy_{ст}} = B_0 i_0 l k, \quad (5)$$

где $F_{ст}$, $y_{ст}$ — статическая нагрузка и перемещение; l — длина провода подвижной катушки; i_0 — ток взвешивания.

Из выражения (5) видно, что для вибратора с конусным зазором при перемещении катушек в пределах полюсного наконечника жесткость магнитного подвеса является величиной постоянной и зависящей от коэффициента k .

Если верхняя и нижняя подвижные катушки идентичны и в них подается переменный ток $i_m \sin \omega t$, то возмущающая сила $F(t)$ будет

$$F(t) = 2B_0 l i_m \sin \omega t.$$

При отсутствии плоских пружин в системе действует только электромагнитное демпфирование, коэффициент которого может быть определен как

$$y = \frac{B(y)^2 l^2}{mr},$$

где r — сопротивление обмотки подвижной катушки; m — масса подвижной системы.

Для двухкатушечной системы

$$h = \frac{l^2 B_0^2}{mr} [(1 - ky)^2 + (1 + ky)^2]. \quad (6)$$

При малых углах скоса α коэффициент демпфирования равен

$$h = 2 \frac{l^2 B_0^2}{mr}. \quad (7)$$

Следует отметить, что однокатушечная система со скошенным воздушным зазором нелинейна, что видно из дифференциального уравнения

$$\ddot{y} + h(1 - ky)^2 \dot{y} + \omega_0^2 y = \frac{1}{m} B_0 l i_m \sin \omega t, \quad (8)$$

где $i_m \sin \omega t$ — ток подвижной катушки.

Определим устойчивость движения системы с магнитным подвесом. Для этого уравнение (8) с учетом (4) и (7) перепишем в следующем виде:

$$\ddot{y} + 2 \frac{l^2 B_0^2}{mr} \dot{y} + \frac{i_0 B_0 l k}{m} y = \frac{1}{m} F(t).$$

Очевидно, что система, описанная этим уравнением, устойчива, если постоянный ток для ее взвешивания подан в верхнюю катушку. С целью регулирования жесткости подвеса можно подавать различный по величине и направлению постоянный ток в обе подвижные катушки, при этом ток верхней катушки должен превышать ток нижней.

Для обеспечения аperiodического затухания в системе необходимо выполнить условие

$$k > \frac{i^2 B_0^2}{i_0 m r^2}.$$

Таким образом, электромагнитный подвес подвижной системы вибрационной установки позволяет значительно расширить частотный диапазон и увеличить амплитуду колебаний вибратора, если рабочие зазоры выполнены в виде усеченных конусов. Жесткость электромагнитного подвеса подвижной системы остается постоянной при любом перемещении ее катушек в пределах полюсного наконечника магнитопровода, что уменьшает нелинейные искажения стэнда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шкальников В. С. Измерение параметров вибраций. «Машиностроение», 1970.
2. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. «Наука», 1967.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.768.082.73

Г. Г. МУЧАНДЗЕ
Тбилисский филиал ВНИИМ

ПОРОГ РЕАГИРОВАНИЯ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АКСЕЛЕРОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Верхние и нижние границы рабочего интервала амплитуд виброускорений определяются значениями измеряемой величины, при которых искажения, вносимые нелинейностью амплитудной характеристики, не превышают допустимых техническими условиями [1] (в нашем случае за допустимое значение принимается $k_f \approx 1 + 1,5\%$).

Установление в соответствии с этим нижней границы рабочего интервала амплитуд виброускорений физически подобных систем пьезоэлектрических акселерометрических приборов (ПАП) трех типов (оригинала и двух моделей) [2] необходимо для определения наименьших измеряемых уровней виброускорений с применением оригинала указанных систем.

С этой целью найдем теоретическое соотношение порогов реагирования трех типов акселерометрических преобразователей (АП) указанных приборов, что позволит по двум экспериментально определенным значениям порогов реагирования первых двух типов АП прогнозировать значения этой величины для третьего типа, не прибегая непосредственно к экспериментам.

При определении порога реагирования следует принимать во внимание силы неупругого сопротивления в колебательных механических системах, вызываемые сухим трением между соприкасающимися поверхностями, сопротивлением воздуха или жидкости, внутренним трением вследствие несовершенной упругости и др. В подавляющем большинстве конструкций ПАП основной причиной возникновения этих сил является трение между сухими соприкасающимися поверхностями. Сила такого трения $F_{тр}$ вычисляется по закону Кулона—Морена, согласно которому, она пропорциональна нормальной составляющей N силы, действующей между соприкасающимися поверхностями

$$F_{тр} = |\mu N|, \quad (1)$$

где μ — коэффициент сухого трения.

В первую очередь нас интересует оценка тех минимальных амплитуд возмущающих сил, при которых становится возможным безостановочное движение в колебательной системе АП. Естественно, оценка должна содержать критическое соотношение указанных возмущающих сил и сил кулонового трения (1).

Дифференциальное уравнение, описывающее движение колебательной системы с кулоновым трением при ее гармоническом возбуждении, имеет вид

$$M\ddot{y} \pm F_{тр} + ky = F_a \sin \omega t. \quad (2)$$

Из-за наличия в системе знакопеременной постоянной силы движение несинусоидальное.

Строгое теоретическое решение [3] выражения (2) усложняется необходимостью учета изменения направления силы $F_{тр}$. Однако, если предположить, что при постоянной силе сухого трения происходит то же движение, что и при эквивалентном линейном затухании, за каждый цикл которого рассеивается столько же энергии, сколько на нелинейном элементе, то приближенное решение находится легко [4]

$$y_a = y_{ст} \frac{\sqrt{1 - \frac{4F_{тр}}{\pi F_a}}}{1 - \omega^2/\omega_0^2},$$

Из этого решения видно, что оно имеет действительное значение при

$$\frac{F_{тр}}{F_a} > \frac{\pi}{4}, \quad (3)$$

причем, чем больше это неравенство, тем ближе значение амплитуды y_a к значению амплитуды вынужденных колебаний при гармоническом движении. Это предопределено тем, что сила сопротивления кулонового трения постоянна, в то время как силы инерции и упругости растут вместе с амплитудой и на больших амплитудах их линейность определяет гармоническую форму движения системы.

Итак, неравенство (3) определяет ту минимальную силу возмущения, которая необходима для безостановочного движения системы с кулоновым трением. С другой стороны, эту силу можно определить по второму закону Ньютона: $F_a = M\omega^2 y_a$. Подставив это выражение в неравенство (3), получим

$$\frac{My_a}{F_{\text{тр}}} > \frac{4}{\pi}. \quad (4)$$

Согласно этому неравенству, минимальное значение амплитуды ускорения $y_{a \text{ min}}$ является порогом реагирования механических колебательных систем ПАП. Для определения соотношения порогов реагирования механических колебательных систем физически подобных ПАП трех типов необходимо установить соотношение значений сил кулонового трения в этих системах

$$\frac{F_{\text{тр}j}}{F_{\text{тр}j+1}} = A.$$

Для трех типов указанных преобразователей силы сухого трения в общем случае можно выразить аналогичными (1) выражениями

$$F_{\text{тр}1} = \mu_1 N_1; \quad F_{\text{тр}2} = \mu_2 N_2; \quad F_{\text{тр}3} = \mu_3 N_3,$$

где $F_{\text{тр}1}$, $F_{\text{тр}2}$, $F_{\text{тр}3}$ и N_1 , N_2 , N_3 — соответственно значения сил сухого трения и нормальных составляющих сил, действующих между соприкасающимися поверхностями конструктивных элементов трех типов преобразователей; μ_1 , μ_2 и μ_3 — коэффициенты сухого трения.

Для рассматриваемых колебательных систем ПАП нормальные составляющие сил равны значениям силы тяжести: $N_1 = M_1 g$, $N_2 = M_2 g$ и $N_3 = M_3 g$, где M_1 , M_2 и M_3 — массы элементов трех типов преобразователей; g — ускорение силы тяжести.

При цилиндрической конфигурации и одинаковых материалах конструктивных элементов рассматриваемых типов ПАП эти равенства можно записать так:

$$N_1 = \rho l_1 \frac{\pi D_1^2}{4} g; \quad N_2 = \rho l_2 \frac{\pi D_2^2}{4} g; \quad N_3 = \rho l_3 \frac{\pi D_3^2}{4} g.$$

Тогда соотношения нормальных сил составят

$$\frac{N_j}{N_{j+1}} = \frac{l_j}{l_{j+1}} \cdot \frac{D_j^2}{D_{j+1}^2}, \quad (5)$$

где $j = 1, 2$ — тип прибора.

Как известно [2], между линейными размерами конструктивных элементов физически подобных систем преобразователей ПАП трех типов соблюдаются соотношения $l_j/l_{j+1} = D_j/D_{j+1} = k$. Это позволяет записать выражение (5) следующим образом:

$$\frac{N_j}{N_{j+1}} = \frac{M_j}{M_{j+1}} = k^3. \quad (6)$$

На основе этого равенства можно определить и соотношение значений сил сухого трения в рассматриваемых системах АП при равенстве коэффициентов трения μ_1, μ_2, μ_3 . Значения последних, как известно, зависят от материала, степени неровности поверхности и скорости движения трущихся тел. Однако в случае трения гладких поверхностей тел из одинакового материала этот коэффициент остается неизменным при варьировании скорости движения и закон Кулона представляется прямой линией. Тогда при любой амплитуде скорости \dot{y}_a колебаний наблюдается равенство коэффициентов сухого трения $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$.

Следовательно, для соотношения значений сил сухого трения $F_{\text{тр}1}, F_{\text{тр}2}, F_{\text{тр}3}$ в трех физически подобных колебательных системах ПАП можно записать

$$\frac{F_{\text{тр}j}}{F_{\text{тр}j+1}} = k^3. \quad (7)$$

Как было отмечено выше, в случае трения шероховатых поверхностей коэффициент трения изменяется в зависимости от скорости движения и имеет тенденцию к увеличению при уменьшении скорости. Следовательно, требуемое равенство этих коэффициентов μ_1, μ_2 и μ_3 может наблюдаться лишь при равенстве скоростей

$$\dot{y}_{a1} = \dot{y}_{a2} = \dot{y}_{a3} \quad (8)$$

механических колебаний, сообщаемых конструктивным элементам рассматриваемых систем АП. Тогда выражение (7) справедливо и для сил трения, действующих между шероховатыми поверхностями трущихся конструктивных элементов преобразователей. Вследствие этого можно заключить, что условие (8) является общим критерием оценки соотношения сил сухого трения (7) для разных контактных условий конструктивных элементов АП.

Установление уравнения (8) должно способствовать определению соотношения амплитуд возмущающих сил $F_{a_j}, F_{a_{j+1}}$, сообщение которых трем типам преобразователей предопределяет безостановочное движение их колебательных систем. Действительно, учитывая соотношения (6) и (8), неравенству (4) можно придать вид

$$\frac{M_j \ddot{y}_a}{F_{\text{тр}j}} = \frac{M_{j+1} \ddot{y}_a}{F_{\text{тр}j+1}} > \frac{4}{\pi}. \quad (9)$$

Последнее выражение указывает на равенство порога реагирования $U_{a \text{ min}}$ по ускорению механических колебательных систем (с кулоновым трением между трущимися поверхностями их конструктивных элементов) физически подобных ПАП трех типов.

Полученный результат позволяет обоснованно предсказать значения порога реагирования по ускорению механической колебательной системы третьего типа (оригинала) ПАП по двум экспериментально определенным значениям этих величин для первых двух типов (моделей) преобразователей. Практическая ценность этого результата заключается в следующем: известно, что экспериментальное исследование порога реагирования колебательных систем ПАП с малыми значениями коэффициентов передачи обычно сопровождается относительно большими внешними электрическими помехами и внутренними шумами усилителей. Это предопределяет неточное измерение порога реагирования преобразователей указанных приборов. Как правило, результаты таких измерений дают повышенное значение порога реагирования, вследствие чего сокращается рабочий (линейный) участок амплитудной характеристики преобразователя. При исследовании ПАП первых двух типов (с большими значениями коэффициентов передачи) относительный уровень указанных искажений по сравнению с основными сигналами значительно уменьшается, что позволяет с большей достоверностью определять их пороги реагирования (а также нижнюю границу рабочих амплитуд) по виброускорению. В дальнейшем, основываясь на физическом подобии трех типов ПАП и учитывая неравенство (9), можно по этим значениям порогов реагирования определить порог реагирования (а также нижнюю границу рабочих амплитуд виброускорений) третьего типа ПАП.

Вычисленные таким образом значения порога реагирования и нижней границы рабочих амплитуд оригинала физически подобных систем ПАП указывают на теоретический предел измерения малых уровней виброускорений для данной конкретной реализации этого прибора. Следовательно, появляется возможность линейной экстраполяции амплитудной характеристики оригинала ПАП по амплитудной характеристике моделей ПАП в случае, когда источником псевдогармонических колебаний является знакопеременная постоянная сила сухого трения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иорш Ю. И. Виброметрия, ГНТИМЛ, 1963.
2. Мучандзе Г. Г. Критерий физического подобия пьезоэлектрических акселерометрических преобразователей. «Сообщения АН ГССР», 1969, № 2.
3. Den Hartog J. P. «Trans ASME» 1930, v. 53. «Phil. Mag», 1930, v. 9.
4. Jacobsen L. S. «Trans. ASME», 1930, v. 52.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ УРОВНЕЙ ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИЙ, ИСПОЛЬЗУЮЩИЙ ФИЗИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АКСЕЛЕРОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Акселерометрическим называют преобразователь, собственная частота которого значительно выше граничной частоты преобразуемых им механических колебаний.

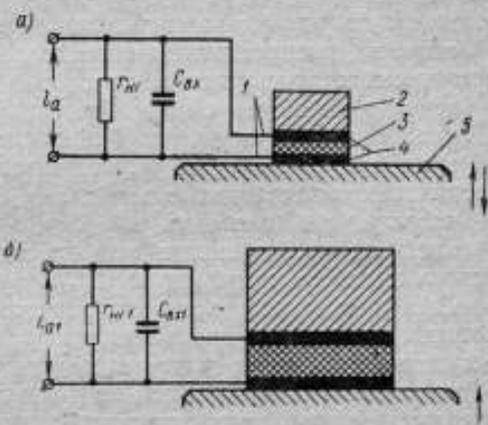
Пьезоэлектрический акселерометрический измерительный преобразователь (ИП) преобразует механические колебания в электрические с использованием прямого пьезоэлектрического эффекта.

Механическая часть исходной системы ИП (см. рисунок) состоит из пьезоэлемента 3, инерционного элемента 2, слоев припоя 4 и выводов 1, соединенных в определенной последовательности. ИП припаивается к поверхности подвижной системы образцового вибратора 5.

Были определены критерии подобия двух систем ИП данной конструкции (при одинаковых материалах всех элементов конструкции обеих систем), т. е. установлены условия, при которых в исходной системе и ее модели происходит преобразование ускорения u_a в электрическое напряжение e_d .

В таких системах, очевидно, должно соблюдаться подобие законов, определяющих их динамические характеристики, в частности, амплитудночастотные (АЧХ). Степень подобия последних можно определить по ограниченному числу точек с помощью абсолютных средств измерения.

Основываясь на физическом подобии линейных систем преобразователей оригинала и модели (при достаточно точном совпадении коэффициентов передачи в указанных точках), можно установить закон изменения АЧХ широкополосного оригинала, не прибегая к непосредственным экспериментам. Другими словами, можно



Механическая часть системы ИП: а — исходная система; б — ее модель

экстраполировать АЧХ оригинала в области частот, где ее определение абсолютными средствами невозможно или сопряжено с недопустимо большими для метрологической практики погрешностями измерения.

На основе линейной теории электромеханических преобразователей и анализа размерностей установим зависимость между электрическим напряжением e_a на входе усилителя и уровнем ускорения y_a возмущающих гармонических механических колебаний.

Анализ колебательных свойств механической системы пьезоэлектрических акселерометрических преобразователей можно производить без вывода уравнения движения в развернутой форме. Требуется только определить переменные, входящие в уравнение движения, а именно:

любую из собственных частот ИП ω_0 , в известной мере характеризующую динамические свойства линейной колебательной системы;

плотность материала инерционного элемента преобразователя ρ ;
 скорость распространения продольных колебаний в инерционном элементе преобразователя c ;

вертикальный размер преобразователя l ;
 коэффициенты формы, определяющие форму тела, m_1, m_2, m_3, \dots ;
 амплитуду ускорения y_a , создаваемого вибратором гармонических механических колебаний;
 частоту этих колебаний ω .

Свойства пьезоэлемента при действии ускорения вдоль оси 4 можно выразить пьезомодулем d_{33} .

Сигнал от преобразователя подается на вход усилителя с некоторым входным сопротивлением $r_{вх}$ и емкостью $C_{вх}$. Эти параметры входной цепи усилителя, наряду с собственной емкостью пьезоэлемента C_0 , зависящей от диэлектрической проницаемости ϵ , влияют на величину электрического напряжения e_a на входе усилителя. Поэтому их следует включить в число учитываемых электрических характеристик.

Как видно из таблицы, при этом получается $n = 12$ физических характеристик, не считая коэффициентов формы, число которых зависит от геометрической конфигурации ИП, и $m = 4$ основных единиц: длины L , массы M , времени T и силы тока I .

Согласно П-теореме,* должно существовать $n - m = 8$ безразмерных произведений, помимо коэффициентов формы, которые не имеют размерности. Некоторые из восьми искомых произведений видны непосредственно из таблицы.

$$1) \frac{C_0}{C_{вх}}; \quad 2) \frac{C_0}{\epsilon l}; \quad 3) \omega r_{вх} C_0;$$

$$4) \frac{\omega}{\omega_0}; \quad 5) \frac{\omega_0 l}{c}; \quad 6) \frac{\ddot{y}_a}{\omega^2 l}.$$

* Бриджмен П. В. Анализ размерностей. ОНТИ, 1934.

| Величина | Обозначение | Формула размерности |
|---|------------------------|----------------------|
| Напряжение | e_a | $L^2MT^{-3}I^{-1}$ |
| Собственная емкость пьезоэлемента | C_0 | $L^{-2}M^{-1}T^4I^2$ |
| Входная емкость усилителя | $C_{вх}$ | $L^{-2}M^{-1}T^4I^2$ |
| Входное сопротивление усилителя (активное) | $r_{вх}$ | $L^2MT^{-3}I^{-2}$ |
| Диэлектрическая проницаемость пьезоэлемента | ϵ | $L^{-3}M^{-1}T^4I^2$ |
| Пьезомодуль | d | $L^{-1}M^{-1}T^3I$ |
| Собственная частота преобразователя | ω_0 | T^{-1} |
| Частота механических колебаний | ω | T^{-1} |
| Ускорение механических колебаний | y_a | LT^{-2} |
| Скорость распространения продольных колебаний вдоль инерционного элемента | c | LT^{-1} |
| Плотность материала инерционного элемента | ρ | $L^{-3}M$ |
| Вертикальный размер | l | L |
| Коэффициенты формы | m_1, m_2, m_3, \dots | 0 |

Найдем остальных два безразмерных произведения способом, наиболее подходящим к условиям нашей задачи. В первую очередь выделим в названных выше произведениях независимые переменные ρ, ϵ, l, y_a . Затем в искомом произведении, согласно доказательству П-теоремы, приравняем единице показатель интересующей нас величины — электрического напряжения e_a на входе усилителя. Во втором искомом произведении приравняем единице показатель пьезомодуля d_{33} пьезоэлемента. Отсюда определяются две простейшие системы показателей для e_a и d , которые позволяют фигурировать каждой из этих величин только в одном произведении без размерности.

Запишем произведения так:

$$7) \epsilon^{-\alpha_1} y_a^{-\beta_1} \rho^{-\gamma_1} l^{-z_1} e_a; \quad 8) \epsilon^{-\alpha_2} y_a^{-\beta_2} \rho^{-\gamma_2} l^{-z_2} d.$$

Полагая равным постоянной величине два последних произведения и решая их относительно e_a и d , получим

$$e_a = \text{const } \epsilon^{\alpha_1} y_a^{\beta_1} \rho^{\gamma_1} l^{z_1}; \quad \text{и } d = \text{const } \epsilon^{\alpha_2} y_a^{\beta_2} \rho^{\gamma_2} l^{z_2}.$$

Подставим формулы размерностей переменных

$$L^2MT^{-3}I^{-1} = (L^{-3}M^{-1}T^4I^2)^{\alpha_1} (LT^{-2})^{\beta_1} (L^{-3}M)^{\gamma_1} L^{z_1};$$

$$L^{-1}M^{-1}T^3I = (L^{-3}M^{-1}T^4I^2)^{\alpha_2} (LT^{-2})^{\beta_2} (L^{-3}M)^{\gamma_2} L^{z_2}.$$

Выпишем условия равенства показателей

$$\begin{array}{l} \text{для } L: -3\alpha_1 + \beta_1 - 3\gamma_1 + z_1 = 2; \\ \text{для } M: -\alpha_1 + \gamma_1 = 1; \\ \text{для } T: 4\alpha_1 - 2\beta_1 = -3; \\ \text{для } I: 2\alpha_1 = -1; \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} -3\alpha_2 + \beta_2 - 3\gamma_2 + z_2 = -1; \\ -\alpha_2 + \gamma_2 = -1; \\ 4\alpha_2 - 2\beta_2 = 3; \\ 2\alpha_2 = 1. \end{array} \right.$$

Решая эти алгебраические уравнения, получим $\alpha_1 = -\frac{1}{2}$; $\beta_1 = \frac{1}{2}$; $\gamma_1 = \frac{1}{2}$; $z_1 = 1$; $\frac{1}{2}$ и $\alpha_2 = \frac{1}{2}$; $\beta_2 = -\frac{1}{2}$; $\gamma_2 = -\frac{1}{2}$; $z_2 = -\frac{1}{2}$.

Окончательное решение имеет вид

$$e_a = \frac{\rho^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} \ddot{y}_a^{\frac{1}{2}}}{\varepsilon^{\frac{1}{2}}} f \left(\frac{\ddot{y}_a^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}}}{\varepsilon^{\frac{1}{2}}}, \frac{\ddot{y}_a}{\omega^2 l}, \frac{\omega}{\omega_0}, \frac{\omega l}{c}, \frac{C_0}{C_{вх}}, \frac{C_0}{\varepsilon l}, \omega r_{вх} C_0, m_1, m_2, \dots \right).$$

Эта общая формула охватывает широкую группу экспериментальных условий. В случае, когда на ИП воздействуют синусоидальные колебания, напряжение на выходе линейной системы преобразователя должно быть прямо пропорционально ускорению этих колебаний. При такой зависимости аргумент $\ddot{y}_a^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} / \varepsilon^{\frac{1}{2}}$ должен выйти из под знака функции в виде множителя и формула примет вид

$$e_a = \frac{\rho l^2}{\varepsilon} \ddot{y}_a f \left(\frac{\omega l}{c}, \frac{\ddot{y}_a}{\omega^2 l}, \frac{\omega}{\omega_0}, \frac{C_0}{C_{вх}}, \frac{C_0}{\varepsilon l}, \omega r_{вх} C_0, m_1, m_2, \dots \right). \quad (1)$$

Полученная неизвестная функция $f\left(\frac{\omega l}{c}\right)$ позволяет оценить физическое подобие двух систем ИП. В случае, когда эти системы связаны так, что аргументы неизвестной функции для них одинаковы, системы являются физически подобными. Как видно из выражения (1), условие физического подобия включает, наряду с размерами модели, все физические характеристики.

Полученный результат имеет весьма общий вид, что позволяет установить критерии физического подобия двух систем пьезоэлектрических акселерометрических преобразователей независимо от того, являются ли они системами с одной или со многими степенями свободы, в том числе системами с распределенными параметрами.

Это можно использовать для определения АЧХ широкополосного преобразователя — модели. Такое решение задачи не трудоемко и обеспечивает достаточную для метрологической практики точность измерения этой характеристики.

Требование постоянства безразмерных произведений 4), 5) и б) приводит к условию равенства амплитуд скоростей

$$\dot{y}_a = \dot{y}_{a_1} \quad (2)$$

или к следующим соотношениям амплитуд ускорений

$$\frac{\ddot{y}_a}{\ddot{y}_{a_1}} = \frac{l_1}{l} \quad (3)$$

и амплитуд смещений

$$\frac{y_a}{y_{a_1}} = \frac{l}{l_1} \quad (4)$$

где $y_a, y_{a_1}; \dot{y}_a, \dot{y}_{a_1}$ и $\ddot{y}_a, \ddot{y}_{a_1}$ — амплитуды смещений, скорости и ускорения механических гармонических колебаний, сообщаемых соответственно оригиналу и модели; l и l_1 — вертикальные размеры оригинала и модели. Частоты этих колебаний ω и ω_1 удовлетворяют соотношению

$$\omega l = \omega_1 l_1 \quad (5)$$

Учитывая физическое подобие систем оригинала и модели ИП для амплитуд гармонических напряжений на входе усилителя, можно также записать

$$\frac{l}{l_1} = \frac{e_a}{e_{a_1}} \quad (6)$$

На основе изложенных соотношений методику измерения малых уровней параметров вибраций для случая, когда оригинал меньше модели ($l < l_1$), можно сформулировать следующим образом:

1) колебательной системе модели ИП сообщается ускорение y_{a_1} гармонических механических колебаний на частоте ω_1 , величина которого определяется с помощью абсолютных средств измерения;

2) фиксируется соответствующая этому ускорению амплитуда напряжения e_{a_1} на входе модели;

3) при известных вертикальных размерах модели и оригинала и известном уровне напряжения e_{a_1} на выходе модели по соотношению (6) вычисляется амплитуда напряжения e_a на выходе оригинала; последующие этапы измерения включают процессы вычисления частоты ω и ускорения \ddot{y}_a , при сообщении которых оригиналу на его выходе будет возникать вычисленное значение напряжения e_a ;

4) по соотношению (3) вычисляется амплитуда ускорения \ddot{y}_a ;

5) частота ω находится по соотношению (5);

б) колебательной системе оригинала сообщается гармоническое механическое колебание с частотой, равной вычисленному значению ω . Уровень ускорения устанавливается по значению напряжения e_a на выходе оригинала и должен соответствовать амплитуде ускорения y_a .

Для рассмотренного случая, когда оригинал меньше модели, из выражения (4) следует, что $y_a < y_{a_1}$, т. е. с помощью оригинала можно измерять амплитуды смещения y_a , которые по уровню меньше амплитуд y_{a_1} , измеренных моделью.

Амплитуды y_{a_1} , сообщаемые модели, измеряются абсолютным методом. Допустим, что некоторое значение этой амплитуды $(y_{a_1})_{\text{пор}}$ является порогом реагирования абсолютного средства измерения. Тогда с помощью оригинала, физически подобной модели, можно измерять амплитуды, уровень которых ниже порога реагирования абсолютных средств измерения. Так, например, если методом исчезновения интерференционных полос можно измерять амплитуды смещения не ниже 0,1 мкм и этот уровень с достаточной точностью измерен с помощью физически подобной системы модели ИП, то примерно с такой же точностью можно измерять амплитуды смещения на порядок меньше по уровню — 0,01 мкм с помощью оригинала, вертикальный размер которого в 10 раз меньше вертикального размера модели.

Поступила в редакцию
17.07.1971 г.

УДК 62—752.01

Е. М. ЖОДЗНИШСКАЯ, В. С. ШКАЛИКОВ
ВНИИМ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВИБРОЗАЩИТНОГО УСТРОЙСТВА НА ЕГО ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

При проведении метрологических работ значительные помехи возникают вследствие вибрационных воздействий, источниками которых являются движущийся транспорт, работающие станки и механизмы и т. п.

Защита от вибрационных воздействий обычно осуществляется с помощью систем пассивной амортизации, т. е. упругими и демпфирующими элементами, установленными между фундаментом и амортизируемым объектом. Расчетная схема одного из возможных вариантов виброзащитного устройства представлена на рис. 1. Первый упругий элемент, выполненный в виде мягкого пружинного подвеса, имеет линейную упругую характеристику, коэффициент демпфирования его пренебрежимо мал и при расчете не учитывается. Второй — резиновая камера, наполненная воздухом

в принципе представляет собой упругий элемент с нелинейной упругой характеристикой и значительным по величине коэффициентом демпфирования. На рис. 2 приведены экспериментальные зависимости коэффициента динамичности системы от изменения ее параметров при фиксированном значении давления воздуха.

Коэффициенты демпфирования определены при тех же значениях давления воздуха. Вследствии незначительной величины деформации и нелинейности характеристик камеры в рабочем диапазоне нагрузок представляется возможным считать $c_2 = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$, т. е. считать упругую характеристику камеры линейной. Предположим, что на виброзащитную систему действуют возмущающие перемещения со стороны фундамента вида

$$\xi = A \cos \omega t, \quad (1)$$

где A и ω — амплитуда и частота внешнего возмущающего перемещения соответственно. Уравнения движения системы, представленной на рис. 1, имеют вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1(x_1 - x_2) &= 0; \\ m_2 \ddot{x}_2 - c_1(x_1 - x_2) + c_2(x_2 - \xi) + \\ + \beta(x_2 - \xi) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где x_1 и x_2 — абсолютное перемещение платформы и промежуточной платы соответственно. Уравнения движения (2) могут быть переписаны следующим образом:

$$\ddot{x}_1 + k_{11}^2 x_1 + k_{11}^2 x_2 = 0;$$

$$\ddot{x}_2 + x_2(k_{12}^2 + k_{22}^2) - k_{12}^2 x_1 + 2b\dot{x}_2 = \xi(c_2 \cos \omega t - b\omega \sin \omega t), \quad (3)$$

где

$$k_{11}^2 = \frac{c_1}{m_1}; \quad k_{12}^2 = \frac{c_1}{m_2}; \quad k_{22}^2 = \frac{c_2}{m_2}; \quad 2b = \frac{\beta}{m_2}; \quad \xi_0 = \frac{A}{m_2}. \quad (4)$$

Коэффициент динамичности системы, описываемой уравнением (3) имеет вид

$$K = \frac{\sqrt{\gamma_2^2 + \mu\delta}}{\sqrt{4\mu\delta(1-\delta)^2 + [(1-\delta)(\gamma_1 + \gamma_2 - \delta) - \gamma_1]^2}}, \quad (5)$$

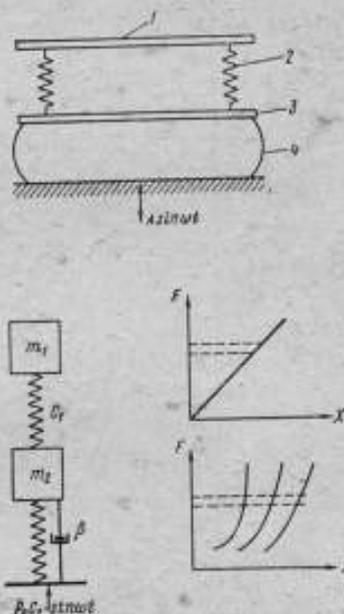


Рис. 1. Расчетная схема виброзащитного устройства

1 — платформа; 2 — пружинный подвес; 3 — промежуточная плата; 4 — камера, наполненная воздухом; m_1 и m_2 — приведенные массы платформы и промежуточной платы; c_1 и c_2 — жесткость пружинного подвеса и камеры; β — коэффициент демпфирования камеры с воздухом

где

$$\delta = \frac{\omega^2}{k_{11}^2}; \quad \mu = \frac{4b^2}{k_{11}^2}; \quad \gamma_1 = \frac{k_{12}^2}{k_{11}^2} = \frac{m_1}{m_2}; \quad \gamma_2 = \frac{k_{22}^2}{k_{11}^2} = \frac{c_2 m_1}{m_2 c_1} \quad (6)$$

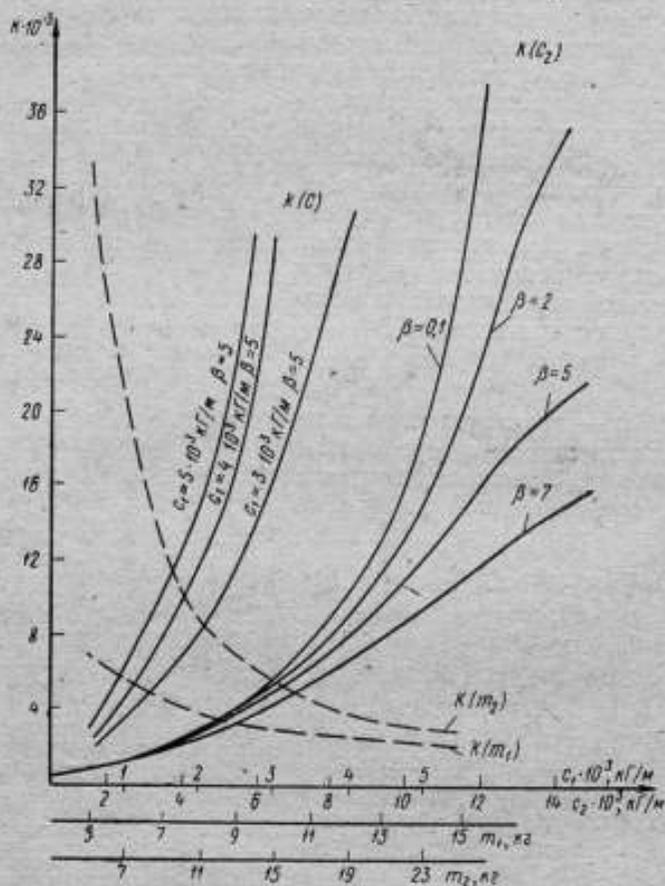


Рис. 2. Экспериментальные кривые зависимости коэффициента динамичности системы от изменения ее параметров

Совершенно очевидно, что, чем меньше единицы коэффициент динамичности системы, тем эффективнее виброзащита и тем лучше выбраны параметры амортизаторов. Корни характеристического уравнения системы (3) определяются в виде

$$s_{1,2} = n_1 \pm \omega_1 i;$$

$$s_{3,4} = n_2 \pm \omega_2 i;$$

(7)

где n_1 и n_2 — величины, характеризующие затухание колебаний; ω_1 и ω_2 — частоты свободных колебаний. Расчетные выражения для определения затухания и собственных частот ввиду громоздко-

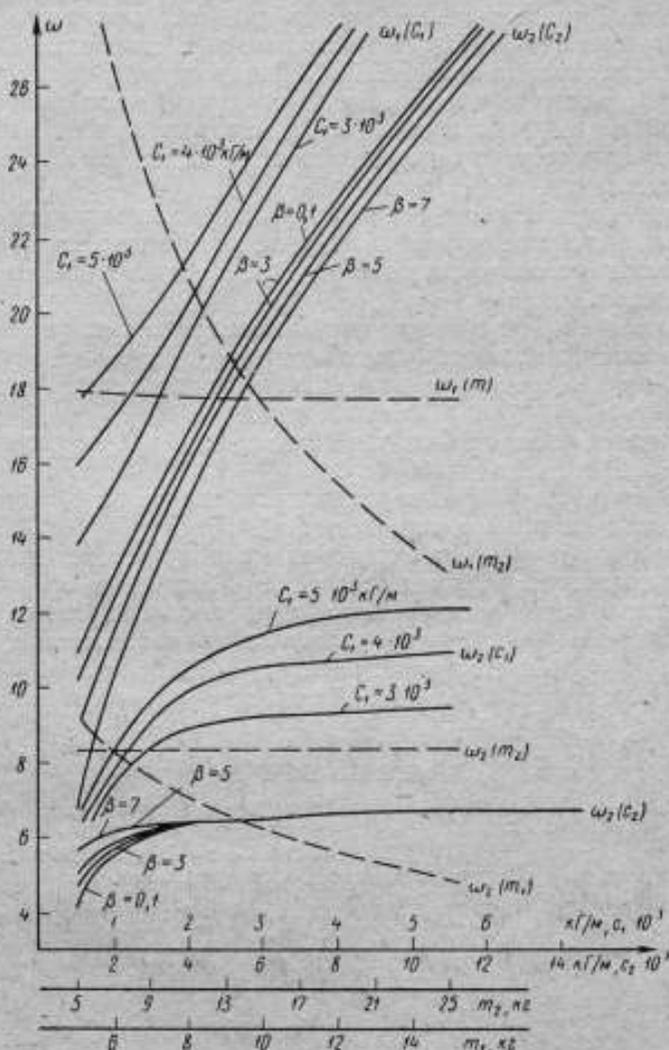


Рис. 3. Экспериментальные кривые зависимости собственных частот системы от изменения ее параметров

сти не приводятся. Расчет и анализ характеристик виброзащитного устройства проводился на универсальной цифровой вычислительной машине «Одра-1013» и аналоговой машине МН-7. Последовательно исследовалось влияние жесткостей упругих подвесов,

масс промежуточной платы и платформы, демпфирования и частоты возмущающей силы на коэффициент динамичности и частоту свободных колебаний системы. Результаты расчетов приведены на рис. 2 и 3. Характер изменения коэффициента динамичности при плавном изменении характеристик системы с качественной точки зрения проверялся на модели МН-7. Интересующие нас величины, а именно: амплитуда возмущения и амплитуды колебаний промежуточной платы и платформы были записаны на осциллографе. Результаты проведенного исследования позволяют сделать следующие выводы.

Увеличение жесткости обоих упругих подвесов ухудшает виброзащитные свойства системы. При этом изменение жесткости пружинного подвеса оказывает более существенное влияние, чем жесткости камеры.

Увеличение массы платформы очень незначительно увеличивает коэффициент динамичности системы, поэтому установка амортизируемого объекта практически не вызовет снижения эффективности виброзащиты.

Увеличение массы промежуточной платы при той же массе платы снижает коэффициент динамичности.

Увеличение коэффициента демпфирования улучшает характеристики виброзащитного устройства.

Эти выводы могут быть положены в основу рекомендаций при выборе параметров виброзащитного устройства. На основе этих рекомендаций после предварительных расчетов был создан макет виброзащитного устройства со следующими параметрами: $m_1 = 9$ кг; $m_2 = 15$ кг; $c_1 = 603$ кг/м; $c_2 = 15 \cdot 10^3$ кг/м; $\beta = 5$ при давлении воздуха 0,05 атм. Динамические характеристики его: $k = 3 \cdot 10^{-2}$; $f_1 = 1,2$ Гц; $f_2 = 2,6$ Гц; $n_1 = 4,8$ с⁻¹; $n_2 = 0,2$ с⁻¹.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. Физматгиз, 1959.
2. Шкальников В. С., Жодзинская Е. М. Виброзащитное устройство с двойным упругим подвесом. «Измерительная техника», 1971, № 7.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 624.15 — 752

И. А. ХМЫРОВ
ВНИИМ

РАСЧЕТ КОЛЕБАНИЙ ВИБРОИЗОЛИРУЮЩЕГО ФУНДАМЕНТА С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ДЕМПФИРУЮЩИХ СИЛ

Возрастание вибрационных помех, вызванных внешними источниками, а также повышение точности приборов требует создания надежной системы виброизоляции образцовых установок. Как известно, наиболее эффективным способом виброзащиты является

снижение частоты собственных колебаний фундамента путем установки его на виброизоляторы. При этом достигается значительная экономия площади, необходимой для размещения установки.

При проектировании виброизолирующего фундамента возникает необходимость расчета колебаний фундамента с учетом влияния демпфирующих сил сопротивления грунта и пружин амортизаторов. Это вызвано тем, что частота собственных колебаний фундамента будет лежать внутри возможного диапазона частот неуравновешенной силы, возникающей при работе установки. Расчет колебаний фундамента без учета влияния демпфирующих сил [1] в этом случае неприемлем. Колебания фундамента будут вызываться двумя причинами: колебаниями грунта и действием неуравновешенной силы, возникающей при работе установки. Фундамент на виброизоляторах, в свою очередь опирающихся на бетонную подпрессорную часть, можно рассматривать как систему, состоящую из двух твердых тел, соединенных между собой упругой связью и опирающихся на упругое основание (грунт).

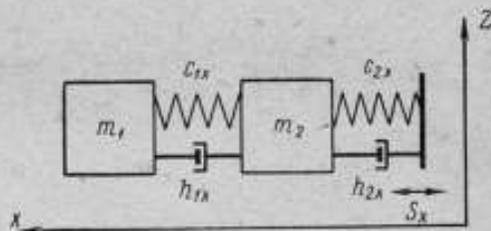


Рис. 1. Расчетная схема для случая горизонтальных колебаний фундамента, вызванных колебаниями грунта

Для предварительных расчетов поставленную задачу можно ограничить рассмотрением колебаний двухмассовой системы с двумя степенями свободы. Угловые колебания фундамента, вызванные тем, что линия действия силы может не проходить через центры инерции масс фундамента, и направление действия сил упругого сопротивления пружин и грунта также может не совпадать с центрами инерции частей фундамента, в предварительном расчете не учитывались.

Для случая горизонтальных колебаний грунта расчетная схема представлена на рис. 1.

Система уравнений движения центров тяжести масс m_1 и m_2 в абсолютных координатах имеет вид

$$m_1 \ddot{x}_1 + h_{2x}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_{1x}(x_1 - x_2) = 0;$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - h_{1x}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c_{1x}(x_1 - x_2) + h_{2x}\dot{x}_2 + c_{2x}x_2 = c_{2x}S_x + h_{2x}\dot{S}_x,$$

где m_1 и m_2 — соответственно массы надпрессорной и подпрессорной частей фундамента; x_1 и x_2 — линейные смещения их центров тяжести в горизонтальной плоскости; c_{1x} и c_{2x} — жесткости амортизатора и основания (грунта); h_{1x} и h_{2x} — коэффициенты демпфирования пружин амортизаторов и основания; S_x — горизонтальные перемещения основания.

При гармонических колебаниях грунта

$$s_x = s_{0x} \sin \omega t,$$

где s_{0x} — амплитуда колебания грунта; ω — круговая частота. Амплитуды колебаний наддресорной и поддресорной частей фундамента будут

$$A_{1x} = \delta v s_{0x} \frac{\sqrt{(\delta - 4D_1 D_2 \beta_1^2)^2 + 4\beta_1^2 (\delta D_1 + D_2)^2}}{\sqrt{\eta_r^2 \eta_i^2}};$$

$$A_{2x} = \delta v s_{0x} \frac{\sqrt{[\delta(1 - \beta_1^2) - 4D_1 D_2 \beta_1^2]^2 + 4\beta_1^2 [\delta D_1 + (1 - \beta_1^2) D_2]^2}}{\sqrt{\eta_r^2 + \eta_i^2}},$$

где

$$v = \frac{m_2}{m_1}; \quad \beta_1 = \frac{\omega}{\omega_{01x}}; \quad \delta = \frac{\omega_{02x}}{\omega_{01x}}; \quad \omega_{01x} = \sqrt{\frac{c_{1x}}{m_1}};$$

$$\omega_{02x} = \sqrt{\frac{c_{2x}}{m_2}}; \quad D_{1x} = \frac{e_{1x}}{2} = \frac{h_{1x}}{2\sqrt{c_{1x} m_1}};$$

$$D_{2x} = \frac{e_{2x}}{2} = \frac{h_{2x}}{2\sqrt{c_{2x} m_2}};$$

$$\eta_r = (1 - \beta_1^2)(1 + v\delta^2 - v\beta_1^2) - 4\delta v D_1 D_2 \beta_1^2 - 1;$$

$$\eta_i = 2\beta_1 [D_1 v \delta^2 + v\delta D_2 - (D_1 + vD_1 + \delta v D_2) \beta_1^2].$$

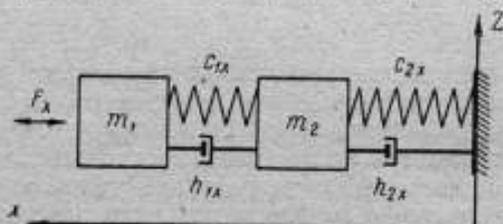


Рис. 2. Расчетная схема для случая колебаний фундамента, вызванных действием внутренней неуравновешенной силы

Для фундамента на естественном основании ($m_1 = 0$, $c_{1x} = 0$, $h_{1x} = 0$) уравнение движения центра тяжести массы в абсолютных координатах имеет вид

$$m\ddot{x} + h_x \dot{x} + c_x x = h_x \dot{s}_x + c_x s_x.$$

Амплитуда колебаний фундамента при $s_x = s_{0x} \sin \omega t$ составит

$$A_x = s_{0x} \frac{\sqrt{1 + e_x^2 \frac{\omega^2}{\omega_{0x}^2}}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0x}^2}\right)^2 - e_x^2 \frac{\omega^2}{\omega_{0x}^2}}}.$$

Для случая колебаний фундамента от действия неуравновешенной силы $F_x = F_{0x} \sin \omega t$ (F_{0x} — амплитуда неуравновешенной силы; ω — частота) расчетная схема представлена на рис. 2. Система уравнений движения центров масс в абсолютных координатах имеет вид

$$m_1 \ddot{x}_1 + h_{1x} (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_{1x} (x_1 - x_2) = F_{0x} \sin \omega t;$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + h_{2x} \dot{x}_2 + c_{2x} x_2 - h_{1x} (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c_{1x} (x_1 - x_2) = 0.$$

Амплитуды колебаний наддрессорной и поддрессорной частей фундамента равны

$$A_{1x} = \frac{F_{0x}}{c_{1x}} \cdot \frac{\sqrt{(1 + \nu \delta^2 - \nu \beta_1^2)^2 + 4\beta_1^2 (D_1 + \delta \nu D_2)^2}}{\sqrt{\eta_r^2 + \eta_l^2}};$$

$$A_{2x} = \frac{F_{0x}}{c_{2x}} \cdot \frac{\sqrt{1 + 4D_1^2 \beta_1^2}}{\sqrt{\eta_r^2 + \eta_l^2}}.$$

Для фундамента на естественном основании движение центра тяжести фундамента описывается уравнением

$$m \ddot{x} + h_x \dot{x} + c_x x = F_{0x} \sin \omega t.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$A_x = \frac{F_{0x}}{c_x} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0x}^2}\right)^2 + \epsilon_x^2 \frac{\omega^2}{\omega_{0x}^2}}}.$$

Подобным же образом составляется и решается уравнение движения фундамента под действием других сил и моментов.

По приведенным формулам рассчитаны колебания виброизолирующего фундамента и фундамента на естественном основании от действия горизонтальных колебаний грунта и влияния внутренней неуравновешенной силы. Уровень амплитуд колебаний грунта принят равным предельнодопустимым вибрациям рабочего места по санитарно-гигиеническим нормам.

Амплитуда внутренней неуравновешенной силы равна $0,08 \omega^2 \text{Н}$.

В таблице приведены данные для расчета колебаний фундаментов.

| Тип фундамента | Масса, кг | Жесткость, Н/м | Степень успокоения | Площадь подошвы фундамента, м ² |
|---------------------------|---------------|---------------------------|---|--|
| Виброизолирующий | $m_1 = 30000$ | $c_{1x} = 7,9 \cdot 10^6$ | $\epsilon_{1x} = 0,1$ (для пружин) $\epsilon_{2x} = 0,4$ | 20 |
| | $m_2 = 45000$ | $c_{2x} = 2,5 \cdot 10^6$ | | |
| На естественном основании | $m = 75000$ | $c_x = 2,5 \cdot 10^6$ | $\epsilon_x = 0,4$ | 20 |

Жесткость пружин подвески в горизонтальном направлении C_{1x} рассчитывается исходя из массы и частоты собственных колебаний наддрессорной части фундамента. Величина ω_{01x} задается возможно меньшей для обеспечения лучшей виброизоляции. Величины ϵ_{2x} и ϵ_{2z} для виброизолирующего фундамента и для фундамента на грунте зависят от упругих и демпфирующих характеристик грунта и площади подошвы фундамента и рассчитаны по способу, изложенному в работе [1.] Для расчета были взяты характеристики для мягкого грунта.

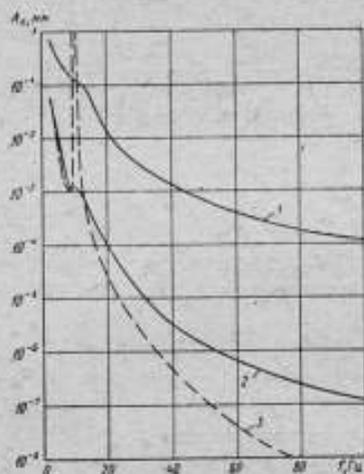


Рис. 3. Колебания фундамента, вызванные вибрацией грунта
1 — на естественном основании; 2 — на виброизоляторах; 3 — на виброизоляторах (демпфирование не учитывалось)

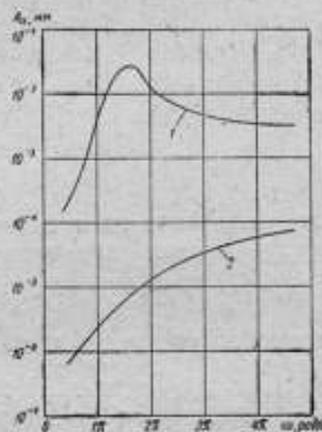


Рис. 4. Колебания фундамента, вызванные действием внутренней неуравновешенной силы
1 — на виброизоляторах; 2 — на естественном основании

Результаты расчета амплитуд колебаний фундаментов от действия вибраций грунта и внутренней неуравновешенной силы представлены соответственно на рис. 3 и 4.

Как следует из рис. 3, при действии внешних вибраций амплитуды колебаний виброизолирующего фундамента значительно меньше амплитуд колебаний фундамента на естественном основании. Однако в данном случае колебания фундамента на виброизоляторах, вызванные неуравновешенной силой, превышают колебания фундамента на естественном основании (рис. 4). Это объясняется тем, что частота собственных колебаний виброизолирующего фундамента лежит внутри диапазона частот неуравновешенной силы, а суммарная жесткость пружин значительно меньше жесткости основания монолитного фундамента. Если амплитуды колебаний фундамента при действии внутренних сил будут превышать допустимые, то для уменьшения колебаний необходимо увеличить жесткость и соответственно массу фундамента. Увеличение

только жесткости приведет к возрастанию частоты собственных колебаний наддрессорной части фундамента и, следовательно, к ухудшению виброизолирующих свойств фундамента. Однако при недостатке площади под фундамент приходится идти на это, как это сделано в спроектированном фундаменте, где предусмотрена возможность замены горизонтальных пружин пружинами большей жесткости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савинов О. А. Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет. Стройиздат, 1964.
2. Шкаликков В. С. Виброгасящий фундамент для точных измерений. Труды ВНИИМ, вып. 37 (97), Стандартгиз, 1959.
3. Weigand A. Einführung in die Berechnung mechanischer Schwingungen. В. II. Berlin, 1958.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 631.768.089.6 : 531.66

В. Л. ЛАССАН, В. С. ПЕЛЛИНЕЦ, А. С. ПОВАРЕНКОВ
А. В. ЧОДРИШВИЛИ

ВНИИМ. Тбилисский филиал ВНИИМ

ПРИНЦИПЫ ГРАДУИРОВКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ УДАРНЫХ УСКОРЕНИЙ

Широкое использование ударных процессов в различных областях техники требует обеспечения единства измерений параметров удара. Для этого необходимо прежде всего установить принципы измерений, в частности, принципы градуировки средств измерений.

Рассмотрим градуировку измерительных преобразователей как одного из элементов ударного акселерометра — прибора, предназначенного для измерения ударных ускорений. Для этой цели используется большое число различных средств градуировки, например, установки с расчетным значением ускорения [1], с ладающим шаром [2], баллистические [3], на базе мерного стержня [4], компаратор ударных ускорений [5] и др. Однако в настоящее время нет единого мнения о выборе режима градуировки и оценки области использования полученных результатов.

Ударный акселерометр состоит из измерительного преобразователя *ИП*, согласующего усилителя и регистратора. Обычно стабильность коэффициентов преобразования усилителя и регистратора ниже, чем у измерительного преобразователя, поэтому градуировка усилителя и регистратора должна производиться чаще, желательнее, при каждом измерении. В этом случае большая точность измерения будет достигнута при периодической поверке только одного звена аппаратуры — *ИП*. При меньших требованиях к точ-

ности, когда в процессе измерений производится градуировка только регистратора, периодической проверке следует подвергать ИП в комплексе с согласующим усилителем.

В обоих случаях связь между выходной y (электрическое напряжение или ток) и входной x (измеряемое ускорение) величиной градуируемой системы может быть выражена как

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y^{(1)} + y = b + b_0 x + b_1 x^{(1)} + \dots + b_m x^{(m)}, \quad (1)$$

где параметры a_k и b_i определяются конструкцией и свойствами градуируемой аппаратуры. Эти параметры подвержены вариациям вследствие нестабильности или воздействия внешних факторов, что вызывает случайные погрешности ИП — статическую и динамическую [6]. Кроме того, в нелинейных системах все или некоторые из параметров a_k и b_i являются функциями входной величины x .

Необходимо отметить, что исследование преобразователей, у которых от x зависят все коэффициенты в выражении (1), представляет собой исключительно сложную задачу. С другой стороны, в реальных измерительных преобразователях нелинейность определяется в основном свойствами пьезокерамики [7] и упругими характеристиками механических контактов. В обоих случаях нелинейность мала; в последнем она практически не зависит от скорости нагружения. Поэтому для приближенного учета нелинейности измерительных преобразователей ударных ускорений целесообразно принять схему, учитывающую лишь статическую нелинейность, т. е. считать, что в уравнение (1) $b_0 = b_0(x)$, а остальные коэффициенты от x не зависят.

Целью градуировки является определение функции преобразования

$$s = \frac{\dot{y} - b}{x} = \frac{b_0(x) + b_1 \frac{x^{(1)}}{x} + \dots + b_m \frac{x^{(m)}}{x}}{1 + a_1 \frac{y^{(1)}}{y - b} + \dots + a_n \frac{y^{(n)}}{y - b}}, \quad (2)$$

где b — выходной сигнал при отсутствии входного сигнала.

Из (2) следует, что функция преобразования или чувствительность s зависит как от динамичности, т. е. от характера изменения входной величины со временем, так и от ее абсолютного значения.

Первая зависимость определяется соотношением коэффициентов $b_1, b_2, \dots, b_m; a_1, \dots, a_n$ и b_0 . Она может быть выявлена, если задать закон $x = x(t)$ вида $x = x_m f(t)$. Если при этом решение (2) имеет вид $y(t) = y_m \Phi(t)$, то все члены вида $x^{(k)}/x$ и $y^{(i)}/y$ не будут зависеть от x_m и (2) приобретает вид

$$s(x, \frac{dx}{dt}) = \frac{b_0(x) + \sum_i b_i f_i(t)}{1 + \sum_k a_k \Phi_k(t)}. \quad (3)$$

Из (3) следует, что зависимости функции преобразования от частотных свойств сигнала (при гармоническом входном сигнале $x = x_m \sin \omega t$ она называется комплексной амплитудно-частотной характеристикой — АЧХ) и от уровня сигнала (амплитудная характеристика) находятся в тесной взаимосвязи. Необходимо указать, что исследование частотной характеристики аппаратуры, предназначенной для измерения удара, сводится к определению диапазона рабочих частот (ω_2, ω_3), в котором АЧХ имеет постоянный уровень и линейную зависимость фазового угла от частоты. Ударные процессы, спектр которых практически полностью уклады-

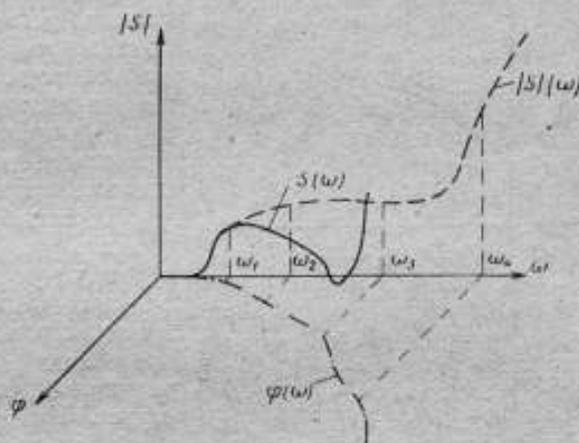


Рис. 1. Частотные характеристики измерительного преобразователя

вается в диапазон (ω_2, ω_3), будут воспроизводиться с допустимой погрешностью (рис. 1).

Измерение уровня гармонических процессов той же аппаратурой может производиться в более широком диапазоне частот (ω_1, ω_4), где точно измерен модуль АЧХ

$$|s| = f(\omega).$$

Как следует из (3), для определения величин $\sum_k a_k \Phi_k(t)$ и $\sum_l b_l F_l(t)$ необходимо, чтобы вторая была много больше $b_0(x)$, что имеет место при возбуждении измерительного преобразователя коротким импульсом ускорения длительностью $\tau \ll T_0$ (T_0 — период собственных колебаний ИП). Анализ зависимости $y(t)$ в этом режиме позволяет найти рабочую область значений dx/dt (или рабочий диапазон частот) [8], в которой s мало зависит от динамичности процесса. Параметры ударного ускорения — форма кривой и длительность, при которых производится определение амплитуд-

ной характеристики, должны лежать в этой же области, будучи, по возможности, одинаковыми для всех точек амплитудной характеристики аппаратуры.

Таким образом, градуировка ИП ударных ускорений должна выполняться в две стадии: определение рабочего диапазона частот и снятие амплитудной характеристики при соответствующих параметрах ударного ускорения.

При определении динамических свойств измерительного преобразователя он должен находиться в тех же условиях, что и при снятии амплитудной характеристики, т. е. закреплен на соответствующей детали градуировочной установки, которая должна обеспечивать возможность создания ударных ускорений двух разновидностей:

кратковременных произвольной формы и градуировочных, имеющих оптимальную форму и регулируемую в нужных пределах длительность.

Рассмотрим технику определения амплитудных характеристик аппаратуры. Указанная нелинейность пьезокерамических ИП ускорения связана как с уровнем

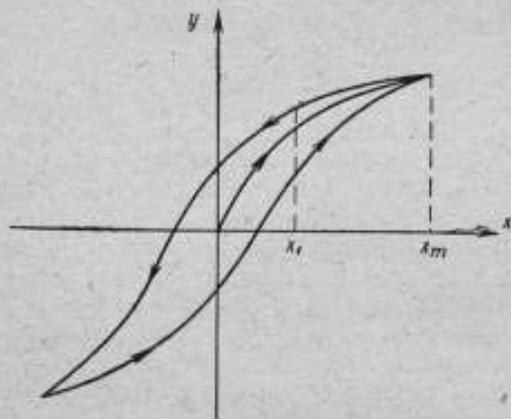


Рис. 2. Амплитудные характеристики нелинейного измерительного преобразователя

измеряемого ускорения (насыщение), так и с направлением его изменения (пьезогистерезис). Из рис. 2, где представлена амплитудная характеристика подобного ИП, видно, что чувствительность $s = y/x$ имеет разные значения для точек $x = x_1$, $x = x_m$ и т. д., т. е. амплитудная характеристика, снятая по точкам на передних фронтах кривых ускорения, будет отличаться от снятой по пиковым или средним значениям ускорения.

Способ снятия амплитудной характеристики должен выбираться в зависимости от практических целей измерения ударных ускорений. Важнейшими из них следует считать: измерение пикового значения ускорения a_n , которое в квазистатическом режиме определяет устойчивость изделия по отношению к удару, максимальное смещение его элементов и т. д.; определение времени t_d нарастания ускорения до заданного значения a_N , так как знание координат одной из точек на переднем фронте кривой процесса необходимо для расчета времени нормального функционирования элементов изделия во время удара; определение импульса ускорения $I = \int_0^{\tau} a dt$, который определяет устойчивость изделия по отношению

| Свойства установок | | | | | | | |
|---|---|------------------------------------|----------------------------|---|---|-------------------------------|-------------------------------|
| Принцип градуировки | Средство воспроизведения ускорения | Диапазон ускорений, м/с^2 | Диапазон длительностей, мс | Получение практического значения ускорения $\chi < T_s$ | Получение оптимальной формы кривой ударного ускорения | Определение $\chi_{\text{Ф}}$ | Определение $\chi_{\text{ц}}$ |
| Сложение градуируемого и образцового акселерометров | Вибратор Электродинамический ударный стенд | 1—3000 50—1500 | 25 Гц—10кГц | — невозможно | — возможно | возможно → | возможно → |
| | Механический ударный стенд | 50—1500 | 0,5—10 | возможно | затруднено | → | → |
| | Металлический стержень с электромагнитным возбуждением | $5 \cdot 10^4$ — 10^6 | 0,02—0,2 | → | возможно | возможно | → |
| Расчет ускорения по массам двух тел и кинетической энергии | Механический стержень с расчетным ускорением | 100—5000 | 0,3—2 | → | невозможно | невозможно | невозможно |
| Расчет ускорения по разрыву скорости тела, длительности соударения и форме кривой | Баллистический маятник | 100—50000 | 0,5—5 | → | затруднено | невозможно | невозможно |
| Расчет пикового ускорения по максимальной скорости и массе тела | Баллистический маятник с удароcontactным измерителем максимального усилия | 103—105 | 0,3—5 | → | → | пронизается | возможно |

к удару в баллистическом режиме [9]. В соответствии с этим необходимо рассматривать три вида чувствительности ИП (или амплитудной характеристики): в точке пикового значения ускорения s_n , на переднем фронте ускорения s_f и по импульсу ускорения s_m .

Если градуируемый ИП имеет узкое целевое назначение, то определение его чувствительности может производиться лишь одним способом. Более перспективным является путь создания образцовых средств градуировки, позволяющих по данным одной или нескольких серий экспериментов определять все три величины s_n , s_f и s_m . Совпадение их значений в пределах погрешности аппаратуры будет указывать на достаточную линейность ИП.

Приведенная таблица дает представление о соответствии некоторых градуировочных установок сформулированным выше требованиям. Применительно к ИП с нелинейностью амплитудной характеристики наиболее перспективным является принцип сличения градуируемого и образцового преобразователей. В заключение можно сделать следующие выводы.

Градуировка ИП ударных ускорений должна начинаться с определения рабочего диапазона частот ИП, закрепленного на образцовой установке, при воздействии на ИП кратковременного ударного ускорения.

Собственно градуировка, т. е. определение амплитудной характеристики ИП, должна производиться при форме кривой и длительности ударного ускорения, обеспечивающих минимальные динамические погрешности аппаратуры.

Для ИП, степень нелинейности которых ощутима или заранее известна, следует определять три вида амплитудной характеристики (или чувствительности): по пиковому ускорению, на переднем фронте и по импульсу ускорения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марциняк А. И. Образцовая аппаратура для воспроизведения ускорений в пределах от 10 до 250 г. Труды институтов Комитета, Изд-во стандартов, вып. 85 (145), 1966.
2. Bouche R. R. The Absolute Calibration of Pickups on a Drop-Ball Shock Machine of the Ballistic Type. Proc. of Inst. of Environmental Sciences, 1961.
3. Раевский Н. П., Субботин М. И. Измерение линейных ускорений. Изд. АН СССР, 1961.
4. Сияани И. Б. Акселерометры для измерения ускорения при соударениях твердых тел. В сб. «Виброметрия», МДНТП, 1965.
5. Ковачина Н. Н., Пеллинец В. С. Компаратор для градуировки пьезопреобразователей ударных ускорений. Труды институтов Комитета, вып. 118 (178), Изд-во стандартов, 1971.
6. Пеллинец В. С., Тихонов О. Н. Об оценке погрешности измерительных преобразователей от нестабильности параметров. «Измерительная техника», 1968, № 9.
7. Krueger H. H. A. Stress Sensitivity of Piezoelectric Ceramics. p. 1. Journal of Acoustical Society of America, 1967, v. 42, № 3.

8. Володарский А. Я. Определение частотных характеристик измерительной системы по функциям возбуждения и отклика. «Автоматра», 1966, № 5.

9. Пеллинец В. С. Определение результатов воздействия механического удара на элементы аппаратуры. Изд. ЛДНТП, 1969.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.768.089.6

Е. А. БАРКОВ, В. С. ПЕЛЛИНЕЦ
ВНИИМ

О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ КРИВОЙ УДАРНОГО УСКОРЕНИЯ ПРИ ГРАДУИРОВКЕ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Сущность градуировки акселерометров в ударном режиме заключается в определении их амплитудной характеристики. При этом длительность и форма кривой ударного ускорения должны быть выбраны так, чтобы динамическая погрешность измерения была пренебрежимо малой по отношению к погрешности от нелинейности амплитудной характеристики акселерометра. От формы кривой зависит также величина ускорения, которое может быть получено на градуировочной установке.

Выбору формы кривой ударного ускорения посвящена работа [1], в которой рекомендуется форма, соответствующая закону нормального распределения плотности вероятностей

$$a = a_n e^{-\beta t^2} \quad (1)$$

где a_n — пиковое значение ускорения; β — параметр функции.

Для этой функции критерий $\Delta a \Delta t$ [2] имеет минимальное значение. Однако этот подход не всегда удовлетворителен, так как критерий $\Delta a \Delta t$ не имеет прямой связи с критерием оптимальности, а оптимальная форма физически нереализуема.

Рассмотрим задачу нахождения формы кривой ударного ускорения, при которой стенд с заданными конструктивными характеристиками позволяет получить наибольшее пиковое ускорение a_n при минимальной динамической погрешности δ измерения этого ускорения градуируемым акселерометром. Задача сводится к максимизации выражения

$$e = a_n / \delta \quad (2)$$

Сформулируем условия задачи.

1. Основными конструктивными характеристиками ударного градуировочного стенда являются приращение скорости платформы (наковальни) ΔV и максимально допустимые механические напряжения в теле платформы σ_n .

Величина ΔV определяется энергией возбуждения стенда (высотой подъема ударника, потенциальной энергией сжатой рессоры,

электромеханического возбудителя и т. д.). Приращение скорости связано с ударным ускорением соотношением [3]

$$\Delta V = \int_0^{\tau} a_n \varphi(t) dt = \kappa a_n \tau, \quad (3)$$

где $\varphi(t)$ — функция, определяющая форму кривой ускорения; τ — длительность ударного ускорения; κ — коэффициент, характеризующий форму кривой.

Величина механических напряжений в платформе, рассматриваемой как механический волновод, определяется [4] как

$$\sigma = E \frac{\partial u}{\partial x} = \sqrt{E\rho} \Delta V, \quad (4)$$

где u — смещение в направлении оси x ; E и ρ — модуль упругости и плотность материала платформы соответственно.

Таким образом, обе указанные конструктивные характеристики взаимосвязаны, т. е. в правильно сконструированном стенде величина ΔV выбирается из условия $\Delta V \leq \frac{\sigma_n}{\sqrt{E\rho}}$. (В противном случае

будет иметь место либо недоиспользование мощности установки, либо снижение ее возможностей по пиковому значению ускорения).

При соблюдении условия (4) связь пикового значения ускорения a_n , которое может быть достигнуто на стенде, с формой кривой вытекает из (3)

$$a_n = \frac{\Delta V}{\kappa \tau}.$$

2. Динамическая погрешность измерения ударного ускорения градуируемым акселерометром определяется соотношением действующей ширины спектра ударного процесса $\omega_d = 2\pi f_d$ и рабочего диапазона частот акселерометра. Действующая ширина спектра в свою очередь связана с формой кривой и длительностью процесса, однако связь эта, вообще говоря, неоднозначная и различна для погрешности по различным параметрам ударного процесса.

Найдем приближенные соотношения, связывающие динамическую погрешность δ с функцией формы кривой — действующей шириной спектра. Для этого, следуя [2], введем понятие действующей ширины спектра ω_d ударного процесса, однако установим эту связь в линейной форме, так как, учитывая линейный характер преобразования Фурье, следует ожидать наличия в этом случае более простой связи между ω_d и погрешностью, чем при определении ω_d через квадратичную зависимость. Величина ω_d определяется из уравнения

$$\int_0^{\omega_d} S(\omega) d\omega = \zeta \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega,$$

где $S(\omega)$ — спектр ударного процесса; ω — круговая частота; ζ — условный коэффициент.

Значение ζ целесообразно выбрать таким, чтобы система, способная без искажений передавать частоты вплоть до ω_x , вызвала появление погрешности по амплитуде не более 2—3% для типовых форм ударного процесса. Нетрудно рассчитать аналогично [5], что для полусинусоидальной формы кривой этой погрешности соответствует $\zeta = 0,97$.

Предположим, что акселерометр представляет собой консервативную колебательную систему, собственная частота которой, как обычно принято, в три раза превышает действующую ширину спектра. Тогда уравнение условно неискаженного сигнала $x_1(t)$ может быть найдено с помощью обратного преобразования Фурье

$$x_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_d}^{\omega_d} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

а уравнение сигнала на выходе градуируемого преобразователя $y_1(t)$ при выполнении обратного преобразования Фурье над искаженным спектром

$$y_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_d}^{\omega_d} S(\omega) A(\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

где $A(\omega)$, с учетом приведенного выше рекомендуемого соотношения $\omega_0 \gg 3\omega_d$, имеет значение

$$A(\omega) = \frac{9\omega_d^2}{9\omega_d^2 - \omega^2}.$$

Сравнивая максимальные значения $x_{1\max}$ и $y_{1\max}$, можно найти зависимость погрешности по пиковому значению

$$\delta_n = \frac{y_{1\max} - x_{1\max}}{x_{1\max}}$$

от параметра ω_d , а также зависимость погрешности по импульсу

$$\delta_I = \frac{\int_0^{\tau} y_1 dt - \int_0^{\tau} x_1 dt}{\int_0^{\tau} x_1 dt}$$

от величины ω_d .

Вычисления для нескольких форм импульса $x = \sin \pi \frac{t}{\tau}$; $x = \frac{1}{2} \left(1 - \cos 2\pi \frac{t}{\tau} \right)$ и $x = 1$ показывают, что погрешности δ_n и δ_I в первом приближении линейно связаны с величиной ω_d

$$\delta_n \approx k_1 \omega_d;$$

$$\delta_I \approx k_2 \omega_d,$$

где k_1 и k_2 — коэффициенты пропорциональности.

Теперь задача выбора оптимальной формы кривой сведена к максимизации выражения

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta V}{\pi \tau} \cdot \frac{1}{k 2\pi f_d} = \frac{\Delta V}{2\pi k} \cdot \frac{1}{\pi \tau f_d},$$

т. е. к разысканию такого закона $\varphi(t)$, для которого произведение $\pi \tau f_d$ минимально. Для отыскания оптимальной формы кривой рассмотрено несколько функций, у которых при заданных длительности и пиковом значении a_n форма кривой зависит от некоторого параметра ξ . При этом максимальное значение множителя $k_{\text{опт}} = \frac{1}{\pi \tau f_d}$ получено для обобщенной смещенной косинусоидальной функции

$$Gek\left(\xi, \frac{t}{\tau}\right) = \frac{1 - \cos 2\pi \frac{t}{\tau}}{1 - \cos 2\pi \xi} \exp 2\pi \frac{\xi - \frac{t}{\tau}}{\lg \pi \xi}, \quad \text{при } 0 \leq t \leq \tau \quad (5)$$

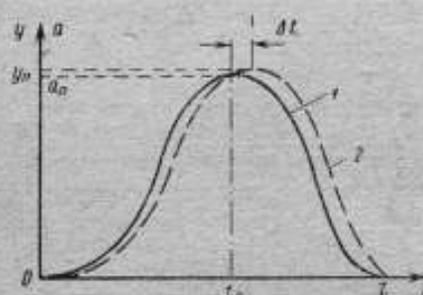


Рис. 1. Влияние запаздывания выходного сигнала на выбор формы кривой при градуировке
1 — входной сигнал; 2 — сигнал с выхода акселерометра

определяется как $S = \int_0^{\tau} u dt / \int_0^{\tau} a dt$, где u — напряжение на выходе

акселерометра, а для нахождения результата градуировки используется вся кривая сигнала на выходе акселерометра.

При градуировке акселерометра по пиковому значению ускорения, т. е. при нахождении коэффициента преобразования из соотношения $S = u_n/a_n$ погрешность в точке максимума выходного сигнала определяется только ходом кривой на участке, предшествующем этой точке. Ее местоположение на оси времени соответствует $\tau_\phi + \Delta t$ (рис. 1), где Δt — запаздывание сигнала [6]. Ход кривой ударного процесса после момента наступления максимума выходного сигнала на результат градуировки не влияет, поэтому в момент $t = \tau_\phi + \Delta t$ целесообразно иметь резкий спад уровня процесса, как показано на рис. 2, б. К этой форме кривой приближается обобщенная смещенная косинусоида при $\xi = 0,7 - 0,8$ (рис. 2, а).

где $\xi = \frac{\tau_\phi}{\tau}$; τ_ϕ — длительность переднего фронта.

Максимум $k_{\text{опт}} = 1,02$ имеет место при $\xi = 0,5$ (при этом значении ξ функция $Gek\left(\xi, \frac{\tau}{t}\right)$ вырождается в смещенную косинусоиду). Зависимость $k_{\text{опт}}$ от ξ слабая, так для $\xi = 0,2$ $k_{\text{опт}}$ снижается всего на 34%.

Рассмотренный случай относится к градуировке акселерометра по импульсу, когда его коэффициент преобразования S

Наконец, при градуировке акселерометра на переднем фронте кривой ускорения $S = u(t^*)/a(t^*)$, где t^* — момент измерения; $t^* < \tau_{\phi}$, необходимо учесть иной вид связи динамической погрешности с характеристиками формы кривой.

Здесь динамическая погрешность в среднем пропорциональна крутизне переднего фронта в рабочей точке, например, при $a = \frac{a_n}{2}$

$$\delta = r \frac{da}{dt} \Big|_{a = \frac{a_n}{2}} = rx$$

и выражение (2) принимает вид

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta V}{r} \cdot \frac{1}{ix} = \frac{\Delta V}{r} k_{\text{опт}}$$

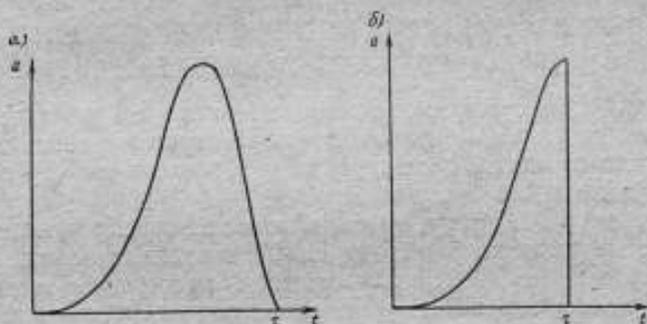


Рис. 2. Оптимальная форма кривой при градуировке: а — по импульсу и на переднем фронте; б — по пиковому значению

Максимальное значение $k_{\text{опт}}$ для функции (5) имеет место при $\xi = 0,8$ и равно 1,17.

Таким образом, оптимальные формы кривой для различных способов градуировки различны, однако, пренебрегая небольшими отклонениями от точного условия оптимальности, можно рекомендовать применение формы кривой согласно (5) для значения $\xi = 0,7$ (рис. 2, а).

Приближение к оптимальной форме кривой позволяет осуществить градуировку акселерометра на образцовой установке с заданными конструктивными параметрами и с заданной точностью в наиболее широком диапазоне амплитуд.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власенко В. М., Шайденко А. Я. Регистрация ударных ускорений потенциометрическими и пьезоэлектрическими датчиками. Сб. «Вибрационная техника», МДНТП, 1966.
2. Харжевич А. А. Спектры и анализ. ГИТТЛ, 1957.

3. Пеллинец В. С. Определение результатов воздействия механического удара на элементы аппаратуры. ЛДНТП, 1969.

4. Сицаи И. Б. Акселерометры для измерения ускорения при соударениях твердых тел. Сб. «Виброметрия», МДНТП, 1965.

5. Хеврунин И. С. Прохождение колокольного импульса через идеализированный фильтр. «Радиотехника и электроника», 1958, № 6.

6. Пеллинец В. С., Глаюн В. В. Вопросы динамической коррекции при измерении нестационарных процессов. «Измерительная техника», 1966, № 1.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.768

И. К. ЕРОФЕЕВ, В. С. ПЕЛЛИНЕЦ
ВНИИМ

О МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ ЗАКРЕПЛЕННОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УСКОРЕНИЯ

Рабочий диапазон частот измерительного преобразователя (ИП) ускорения со стороны верхних значений ограничивается подъемом амплитудно-частотной характеристики в области его первой собственной частоты f_{01} .

Значение f_{01} ИП, закрепленного на объекте и образующего с ним сложную механическую систему [1, 2], зависит от собственной частоты свободного ИП f_0 , его массы m и жесткости c крепления к объекту, в также от свойств объекта — массы и собственной частоты [3] или модуля упругости E , плотности ρ и площади поперечного сечения S .

Для определенной конструкции ИП при выполнении установленных требований к посадочным поверхностям на объекте (по чистоте обработки поверхности и неплоскостности) и к усилию закрепления, значения f_0 , m и c можно считать постоянными. Однако так как характеристики объекта являются переменными, то результат определения f_{01} существенно зависит от методики эксперимента. В частности, при измерении f_{01} в режиме гармонического возбуждения [1] на результат влияют масса и материал платформы вибростенда.

С целью обеспечения единообразия в определении понятия собственной частоты закрепленного ИП f_{0y} (частоты установочного резонанса) условимся понимать под ней собственную частоту ИП, закрепленного на объекте, масса и жесткость которого таковы, что влиянием ИП на движение объекта можно пренебречь.

Исследуем условия, при которых результат измерения собственной частоты закрепленного ИП будет с заданной точностью соответствовать приведенному выше определению f_{0y} .

При определении f_{0y} методом как гармонического, так и импульсного возбуждения, ИП крепится на столике стенда, снабженном образцовым ИП.

Столик будем рассматривать как систему с распределенными параметрами (стержень). В этом случае эквивалентная схема системы приобретает вид, показанный на рис. 1. Для гармонического возбуждения левого торца стержня можно записать

$$y(0, t) = A \cos \omega t. \quad (1)$$

Закон смещения сечения с координатой x имеет вид [4]

$$y(x, t) = \left(Y_1 \cos \frac{\omega}{c_0} x + Y_2 \sin \frac{\omega}{c_0} x \right) \cos \omega t, \quad (2)$$

где Y_1 и Y_2 — постоянные величины; c_0 — скорость звука в стержне.

Эквивалентная схема ИП представлена на рис. 1 в виде одно-массовой системы с сосредоточенными параметрами. Это представление позволяет получить сравнительно простой вид решения; в то же время более сложные системы могут быть заменены эквивалентной одномассовой без существенной потери точности результата.

Граничное условие на другом торце стержня

$$ES \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=l} = m \ddot{y}_1, \quad (3)$$

где S — площадь поперечного сечения стержня; \ddot{y}_1 — ускорение ИП.

На основании принципа Даламбера имеем

$$c[y(l, t) - y_1(t)] = m \ddot{y}_1,$$

c , m — жесткость и масса элементов эквивалентной схемы ИП, откуда

$$\ddot{y}_1 + \omega_0^2 y_1 = \frac{c}{m} y(l, t), \quad (4)$$

где

$$\omega_0 = 2\pi f_{0y} = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

Решение уравнения (4) имеет вид

$$y_1 = \frac{\omega_0^2 y(l, t)}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (5)$$

Тогда условие (3) с учетом (4) можно записать

$$ES \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=l} = -\omega^2 \frac{cy(l, t)}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (6)$$

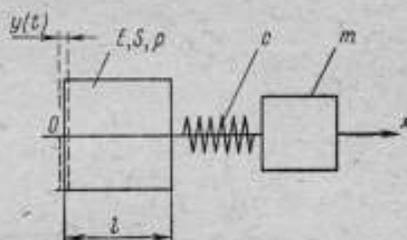


Рис. 1. Эквивалентная схема системы калибровочный столик — измерительный преобразователь

Используя уравнение (2) и граничные условия (1) и (6), найдем амплитуду перемещения конца стержня. После вычислений получим

$$y_m(l) = A \frac{ES(\omega_0^2 - \omega^2)}{\omega c c_0} \frac{ES(\omega_0^2 - \omega^2)}{\omega c c_0 \cos \frac{\omega}{c_0} l - \sin \frac{\omega}{c_0} l}.$$

Или, вводя безразмерные величины,

$$\gamma_l = \frac{l}{\lambda_0}; \quad \beta_k = \frac{ES}{c \lambda_0}; \quad \alpha = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \text{где } \lambda_0 = 2\pi \frac{c_0}{\omega_0},$$

запишем

$$y_m(l) = A \frac{2\pi\beta_k \frac{1}{\alpha} (1 - \alpha^2)}{2\pi\beta_k \frac{1}{\alpha} (1 - \alpha^2) \cos 2\pi\alpha\gamma_l - \sin 2\pi\alpha\gamma_l}. \quad (7)$$

Подставив уравнение (7) в (5), получим

$$y_1 = A \frac{2\pi\beta_k \frac{1}{\alpha}}{2\pi\beta_k \frac{1}{\alpha} (1 - \alpha^2) \cos 2\pi\alpha\gamma_l - \sin 2\pi\alpha\gamma_l}. \quad (8)$$

Если $\gamma_l \rightarrow 0$, т. е. если длина стержня значительно меньше длины волны, то мы приближаемся к режиму, при котором характеристики ИП не влияют на закон движения столика. Действительно, из формулы (8) при $\gamma_l = 0$ получаем

$$(y_1)_{нд} = A \frac{1}{1 - \alpha^2},$$

что, как известно, является решением для случая гармонического возбуждения одномассовой системы.

В общем случае для определения собственных частот необходимо исследовать уравнение (8) в области $\alpha \ll 1$.

Ввиду того, что высокочастотные ИП обладают малым успокоением, оно было принято в исходных уравнениях равным нулю, вследствие чего функция y_1 имеет разрывы при значениях α , соответствующих собственным частотам. Так как числитель всегда является конечным, точки разрыва следует искать, приравняв знаменатель нулю

$$2\pi\beta_k \frac{1}{\alpha} (1 - \alpha^2) \cos 2\pi\alpha\gamma_l - \sin 2\pi\alpha\gamma_l = 0,$$

откуда

$$\frac{1 - \alpha^2}{\alpha} = \frac{1}{2\pi\beta_k} \operatorname{tg} 2\pi\alpha\gamma_l. \quad (9)$$

При малых значениях γ_l , когда $\text{tg } 2\pi\alpha\gamma_l \approx 2\pi\alpha\gamma_l$,

$$\alpha \approx \sqrt{1 - \frac{\gamma_l}{\beta_k}} \quad (10)$$

Рассмотрим отношение γ_l/β_k . Согласно предыдущему

$$\frac{\gamma_l}{\beta_k} = \frac{lc}{ES} \quad (11)$$

Из (10) и (11) видно, что для получения $\alpha \rightarrow 1$ необходимо применять столик минимальной толщины c большим поперечным се-

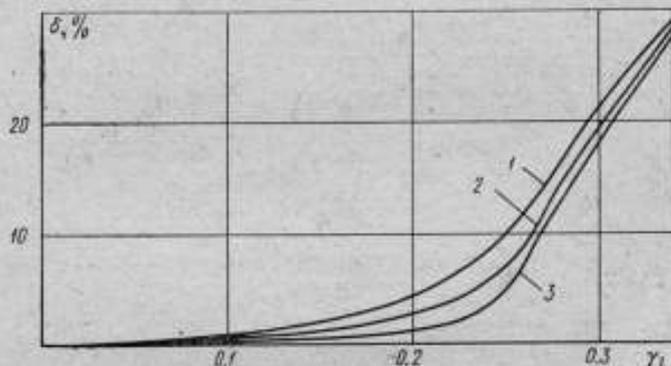


Рис. 2. Погрешность измерения собственной частоты ИП в зависимости от характеристик столика вибростенда при величине β_k , равной: 5, 10 и 20 (соответственно кривые 1, 2, 3)

чением S и высоким модулем упругости. Разумеется, соотношение l и S должно исключать возникновение изгибных колебаний.

Соотношение (10) можно использовать для ориентировочной оценки погрешности измерения f_{0y} .

Графики зависимости погрешности определения f_{0y} от относительной толщины платформы стенда и приведенной жесткости β_k , построенные по точной зависимости (9), приведены на рис. 2.

В расчете было принято, что $\beta_k = 5 - 20$, что соответствует практическому диапазону изменения этой величины. Как видно из рис. 2, погрешность измерения незначительно изменяется при изменении параметра β_k в пределах 5—20, но изменение параметра γ_l заметно изменяет погрешность измерения. Для определения собственной частоты с погрешностью $\delta < 5\%$ необходимо обеспечить $\gamma_l < 0,2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаюн В. В., Гусев О. П. Исследование работы закрепленных акселерометров с учетом контактной жесткости. В сб. «Датчики и виброизмерительная аппаратура». КДНТП, Киев, 1969.

2. Rasanen J. K., Wigle B. M. Inst. Environm. Sci. Annual Techn. Meet. Proc. Washington D. C. 1967, Mt. Prospect 1967, p. 59.
3. Stathopoulos J. Electronic Industries, 1962, V. № 25, p. 96.
4. Иорнш Ю. И. Виброметрия. Машгиз, 1963.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.76.088

А. Ю. ЛЬВОВИЧ, В. С. ПЕЛЛИНЕЦ, В. С. САБАНИЕВ, М. П. ЮШКОВ
ЛГУ, ВНИИМ

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ НАРАСТАЮЩИХ УСКОРЕНИЙ

Известны аналитические выражения, позволяющие оценить систематическую динамическую погрешность измерения для случая линейного закона нарастания ускорений.*

В настоящей работе рассматриваются случаи нарастания ускорения по показательному и гармоническому законам.

Измерительное устройство будем рассматривать как систему ряда последовательно соединенных звеньев двух видов: колебательных (измерительный преобразователь, осциллографический гальванометр), описываемых уравнением

$$\ddot{x}_i + 2h_i \dot{x}_i + \omega_{oi}^2 x_i = \omega_{oi}^2 x_{i-1}, \quad (1)$$

и дифференцирующих (усилители переменного тока, в том числе усилители осциллографа), описываемых уравнением

$$\frac{1}{\tau_i} \dot{x}_i + x_i = \dot{x}_{i-1}, \quad (2)$$

где h_i — коэффициент демпфирования i -го звена 1-го вида; ω_{oi} — собственная частота i -го звена 1-го вида; τ_i — постоянная времени i -го звена 2-го вида; x_{i-1} — сигнал на выходе $i-1$ -го звена, равный сигналу на входе i -го звена.

Анализ выполнен для системы из произвольного числа звеньев обоих видов при любой их последовательности.

Рассмотрим случай, когда измеряемое ускорение нарастает по закону

$$x_0 = e^{qt} - 1, \quad (3)$$

где q — коэффициент, характеризующий скорость нарастания ускорения; t — время.

* А. Ю. Львович, В. С. Пеллинец, В. С. Сабаниев, М. П. Юшков. Об оценке динамических погрешностей измерения нарастающих ускорений, Труды метрологических институтов СССР, вып. 118 (178), Изд-во стандартов, 1971.

Анализ производится для невозмущенных звеньев, т. е. для $t \leq 0$; $x_0 = x_1 = \dots = x_n = 0$; $\dot{x}_0 = \dot{x}_1 = \dots = \dot{x}_n = 0$.

Анализ работы звеньев 1-го вида

Пусть имеется одно звено 1-го вида, тогда из (1) и (3)

$$\ddot{x}_1 + 2h_1 \dot{x}_1 + \omega_{01}^2 x_1 = \omega_{01}^2 (e^{qt} - 1).$$

Его решение при нулевых начальных условиях имеет вид

$$x_1(t) = e^{-h_1 t} (P_1^{(1)} \cos \omega_1 t + Q_1^{(1)} \sin \omega_1 t) + A_1 e^{qt} - 1,$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где } \omega_1 &= \sqrt{\omega_{01}^2 - h_1^2}, \quad A_1 = \frac{\omega_{01}^2}{q^2 + 2h_1 q + \omega_{01}^2}, \\ P_1^{(1)} &= 1 - \frac{\omega_{01}^2}{q^2 + 2h_1 q + \omega_{01}^2}, \quad Q_1^{(1)} = \frac{h_1}{\omega_1} - \frac{\omega_{01}^2 (h_1 + q)}{\omega_1 (q^2 + 2h_1 q + \omega_{01}^2)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Для n последовательно соединенных звеньев 1-го вида при нулевых начальных условиях решение $x_n(t)$ можно представить следующим образом:

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^n e^{-h_i t} (P_i^{(n)} \cos \omega_i t + Q_i^{(n)} \sin \omega_i t) + A_n e^{qt} - 1, \quad (5)$$

$$\text{где } A_n = \frac{\prod_{i=1}^n \omega_{0i}^2}{\prod_{i=1}^n (q^2 + 2h_i q + \omega_{0i}^2)}, \quad \omega_i = \sqrt{\omega_{0i}^2 - h_i^2}.$$

$P_k^{(n)}$ и $Q_k^{(n)}$ при $k = 1, 2, \dots, n-1$ вычисляются по рекуррентным формулам

$$\left. \begin{aligned} P_k^{(n)} &= \frac{\omega_{0n}^2}{l_{nk}^2 + m_{nk}^2} (l_{nk} P_k^{(n-1)} - m_{nk} Q_k^{(n-1)}); \\ Q_k^{(n)} &= \frac{\omega_{0n}^2}{l_{nk}^2 + m_{nk}^2} (m_{nk} P_k^{(n-1)} + l_{nk} Q_k^{(n-1)}), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$\left. \begin{aligned} l_{nk} &= \omega_{0n}^2 - \omega_{0k}^2 - 2h_k (h_n - h_k); \\ m_{nk} &= 2(h_n - h_k) \omega_k. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$P_k^{(n)}$ и $Q_k^{(n)}$ при $k = 1, 2, \dots, n$ вычисляются из соотношений

$$\left. \begin{aligned} P_k^{(k)} &= 1 - A_k - \sum_{i=1}^{k-1} P_i^{(k)}; \\ Q_k^{(k)} &= \frac{1}{\omega_k} \left\{ \sum_{i=1}^{k-1} [(h_i - h_k) P_i^{(k)} - \omega_i Q_i^{(k)}] - (q + h_n) A_k + h_k \right\} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Из формул (8) при $k = 1$ получаем, в частности, (4). Из формулы (5) следует, что $x_n(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} e^q \left(t + \frac{\ln A_n}{q} \right) - 1$, а переходный участок процесса характеризуется членом

$$\sum_{l=1}^n e^{-h_l t} (P_l^{(n)} \cos \omega_l t + Q_l^{(n)} \sin \omega_l t).$$

Таким образом, установившаяся составляющая имеет запаздывание по времени на величину $\Delta t = \ln A_n / q$. Нетрудно показать, что Δt близко к значению, имеющему место при линейном законе нарастания ускорения. Действительно, предполагая $\omega_{0l} = \omega_0$ и $h_l = h$, находим для $q \ll 2h$

$$\ln A_n \approx \ln \frac{\omega_0^{2n}}{(2hq + \omega_0^2)^n} = n \ln \frac{\omega_0^2}{2hq + \omega_0^2}$$

и, используя разложение $\ln x \approx \frac{x-1}{x}$, получаем $\Delta t \approx n2h/\omega_0^2$, что

соответствует $\Delta t = 2 \sum_{l=1}^n \frac{h_l}{\omega_{0l}^2}$ в указанной выше работе.

Совместная работа звеньев 1-го и 2-го вида

Пусть звену 2-го вида предшествует n звеньев 1-го вида

$$\dot{x}_{n+1} + \frac{1}{\tau_{n+1}} x_{n+1} = \dot{x}_n. \quad (9)$$

Подставляя вместо x_n его значение из (5), найдем решение уравнения (9), удовлетворяющее принятым начальным условиям

$$x_{n+1}(t) = \frac{qA_n}{q + \frac{1}{\tau_{n+1}}} e^{qt} - \frac{qA_n}{q + \frac{1}{\tau_{n+1}}} e^{-\frac{t}{\tau_{n+1}}} + N_n^{(n+1)} e^{-\frac{t}{\tau_{n+1}}} + \sum_{k=1}^n e^{-h_k t} (P_k^{(n+1)} \cos \omega_k t + Q_k^{(n+1)} \sin \omega_k t), \quad (10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P_k^{(n+1)} &= \frac{(\omega_{0k}^2 - h_k \tau_{n+1}^{-1}) P_k^{(n)} + \tau_{n+1}^{-1} \omega_k Q_k^{(n)}}{\omega_k^2 + (\tau_{n+1}^{-1} - h_k)^2}; \\ Q_k^{(n+1)} &= -\frac{\tau_{n+1}^{-1} \omega_k P_k^{(n)} - (\omega_{0k}^2 - \tau_{n+1}^{-1} h_k) Q_k^{(n)}}{\omega_k^2 + (\tau_{n+1}^{-1} - h_k)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$N_n^{(n+1)} = -\sum_{k=1}^n P_k^{(n+1)}. \quad (12)$$

Введя обозначение $\frac{q}{q + \tau_{n+1}^{-1}} = K_{n+1}$, формулу (10) можно переписать в виде

$$x_{n+1}(t) = e^{q \left[t + \frac{\ln(K_{n+1} A_n)}{q} \right]} - 1 + (N_n^{(n+1)} - K_{n+1} A_n) e^{-\frac{t}{\tau_{n+1}}} + 1 + \sum_{k=1}^n e^{-h_k t} (P_k^{(n+1)} \cos \omega_k t + Q_k^{(n+1)} \sin \omega_k t).$$

Покажем, что при малом t и большом τ_{n+1}

$$x_{n+1}(t) \approx e^{q \left[t + \frac{\ln(K_{n+1} A_n)}{q} \right]} - 1 + \sum_{k=1}^n e^{-h_k t} \times (P_k^{(n+1)} \cos \omega_k t + Q_k^{(n+1)} \sin \omega_k t).$$

Для этого покажем, что

$$N_n^{(n+1)} - K_{n+1} A_n \approx -1.$$

Действительно, при достаточно большом τ_{n+1} из формулы (11) следует

$$P_k^{(n+1)} \approx \frac{\omega_{0k}^2 P_k^{(n)}}{\omega_k^2 + h_k^2} = P_k^{(n)}.$$

Согласно (12), можно записать

$$N_n^{(n+1)} \approx - \sum_{k=1}^n P_k^{(n)}.$$

Следовательно, по первой из формул (8)

$$P_n^{(n)} \approx 1 - A_n - \sum_{l=1}^{n-1} P_l^{(n)},$$

поэтому

$$N_n^{(n+1)} - K_{n+1} A_n \approx -1 + A_n - A_n = -1.$$

Пусть теперь $(n+2)$ -м звеном также является звено 2-го вида. Легко показать, что в этом случае

$$x_{n+2}(t) = \frac{q^2 A_n}{(q + \tau_{n+1}^{-1})(q + \tau_{n+2}^{-1})} e^{qt} + \frac{q A_n \tau_{n+1} \tau_{n+2}}{\tau_{n+1} - \tau_{n+2}} \times \left(\frac{e^{-\frac{t}{\tau_{n+1}}}}{q \tau_{n+1} + 1} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_{n+2}}}}{q \tau_{n+2} + 1} \right) - N_n^{(n+1)} \tau_{n+2} \left(\frac{e^{-\frac{t}{\tau_{n+1}}}}{\tau_{n+1} - \tau_{n+2}} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_{n+2}}}}{\tau_{n+1} - \tau_{n+2}} \right) + N_n^{(n+2)} e^{-\frac{t}{\tau_{n+2}}} + \sum_{k=1}^n e^{-h_k t} (P_k^{(n+2)} \cos \omega_k t + Q_k^{(n+2)} \sin \omega_k t). \quad (13)$$

Здесь $P_k^{(n+2)}$ и $Q_k^{(n+2)}$ получаются из формул (11) при увеличении во всех индексах значения n на единицу, а

$$N_n^{(n+2)} = - \sum_{k=1}^n P_k^{(n+2)}.$$

В этом случае при малом значении t и больших τ_{n+1} и τ_{n+2} вместо (13) можно записать

$$x_{n+2}(t) \approx e^{qt} \left[1 + \frac{\ln(K_{n+1}K_{n+2}A_n)}{q} \right] - 1 + \\ + \sum_{k=1}^n e^{-h_k t} (P_k^{(n+2)} \cos \omega_k t + Q_k^{(n+2)} \sin \omega_k t),$$

так как

$$N_n^{(n+2)} = - \sum_{k=1}^n P_k^{(n+2)} \approx - \sum_{k=1}^n P_k^{(n+1)} \approx - \sum_{k=1}^n P_k^{(n)} = -1 + A_n.$$

В общем случае, если имеется n звеньев 1-го вида и m звеньев 2-го вида, на выходе $(n+m)$ -го звена будет

$$x_{n+m}(t) = \frac{q^m A_n}{\prod_{l=1}^m (q + \tau_{n+l}^{-1})} e^{qt} + (-1)^m q A_n \left(\prod_{l=1}^m \tau_{n+l} \right) \times \\ \times \sum_{j=1}^m \frac{e^{-\frac{t}{\tau_{n+j}}}}{(q\tau_{n+j} + 1) \prod_{k=1, k \neq j}^m (\tau_{n+j} - \tau_{n+k})} + \sum_{\mu=1}^{m-1} (-1)^{m-\mu} N_n^{(n+\mu)} \times \\ \times \left(\prod_{l=\mu+1}^m \tau_{n+l} \right) \sum_{j=\mu}^m \frac{e^{-\frac{t}{\tau_{n+j}}}}{\prod_{k=\mu, k \neq j}^m (\tau_{n+j} - \tau_{n+k})} + N_n^{(n+m)} e^{-\frac{t}{\tau_{n+m}}} + \\ + \sum_{k=1}^n e^{-h_k t} (P_k^{(n+m)} \cos \omega_k t + Q_k^{(n+m)} \sin \omega_k t). \quad (14)$$

Здесь значения $P_k^{(n+m)}$, $Q_k^{(n+m)}$, $N_n^{(n+m)}$ получаются из формул (11) и (12) заменой индекса $(n+1)$ индексом $(n+m)$. Полученная формула (14) пригодна для n звеньев 1-го вида и m звеньев 2-го вида, соединенных последовательно, при любом порядке их расположения. Независимость выходного сигнала от порядка последовательного соединения линейных звеньев известна из теории автоматического регулирования.

Синусоидальный входной сигнал

Рассмотрим входной сигнал вида

$$x_0 = \sin pt; \quad (p = \text{const}), \quad x_0 = 0, \quad t > \frac{\pi}{p}.$$

Приняв, что сигнал действует лишь в течение времени $0 \leq t \leq \pi/p$, следует иметь в виду, что и все формулы этого раздела имеют силу лишь для этого промежутка времени.

На выходе звена 1-го вида получим

$$x_1(t) = e^{-h_1 t} (P_1^{(1)} \cos \omega_1 t + Q_1^{(1)} \sin \omega_1 t) + a_1 \sin pt + b_1 \cos pt, \quad (15)$$

где $\omega_1 = \sqrt{\omega_{01}^2 - h_1^2}$;

$$a_1 = \frac{\omega_{01}^2 (\omega_{01}^2 - p^2)}{(\omega_{01}^2 - p^2)^2 + 4h_1^2 p^2}; \quad b_1 = -\frac{2h_1 p}{(\omega_{01}^2 - p^2)^2 + 4h_1^2 p^2};$$

$$P_1^{(1)} = \frac{2h_1 p \omega_{01}^2}{(\omega_{01}^2 - p^2)^2 + 4h_1^2 p^2}; \quad Q_1^{(1)} = \frac{\omega_{01}^2 p (2h_1^2 + p^2 - \omega_{01}^2)}{\omega_1 [(\omega_{01}^2 - p^2)^2 + 4h_1^2 p^2]}.$$

Вместо выражения (15) можно записать

$$x_1(t) = e^{-h_1 t} (P_1^{(1)} \cos \omega_1 t + Q_1^{(1)} \sin \omega_1 t) + A_1 \sin (pt + \psi_1),$$

где $A_1 = \frac{\omega_{01}^2}{\sqrt{(\omega_{01}^2 - p^2)^2 + 4h_1^2 p^2}}$;

$$\sin \psi_1 = \frac{-2h_1 p}{\sqrt{(\omega_{01}^2 - p^2)^2 + 4h_1^2 p^2}}. \quad (16)$$

Для системы из n последовательно соединенных звеньев 1-го вида решение можно представить так:

$$x_n(t) = a_n \sin pt + b_n \cos pt +$$

$$+ \sum_{k=1}^n e^{-h_k t} (P_k^{(n)} \cos \omega_k t + Q_k^{(n)} \sin \omega_k t),$$

где, как нетрудно видеть, коэффициенты $P_k^{(n)}$ и $Q_k^{(n)}$ ($k = 1, 2, \dots, n-1$) по-прежнему будут выражаться формулами (6) и (7), а остальные коэффициенты находятся из соотношений

$$a_n = \frac{\omega_{0n}^2}{l_n^2 + m_n^2} (l_n a_{n-1} + m_n b_{n-1});$$

$$b_n = \frac{\omega_{0n}^2}{l_n^2 + m_n^2} (l_n b_{n-1} - m_n a_{n-1});$$

$$l_n = \omega_{0n}^2 - p^2, \quad m_n = 2h_n p, \quad P_n^{(n)} = -\sum_{k=1}^{n-1} P_k^{(n)} - b_n,$$

$$Q_n^{(n)} = \frac{1}{\omega_n} \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} [P_k^{(n)} (h_k - h_n) - \omega_k Q_k^{(n)}] - (a_n p + h_n b_n) \right\}.$$

В общем случае, если имеются n звеньев 1-го вида и m звеньев 2-го вида, то при любом порядке их последовательного расположения на выходе $(n + m)$ -го звена будем иметь

$$\begin{aligned}
 x_{n+m}(t) &= a_{n+m}^* \sin pt + b_{n+m}^* \cos pt + \\
 &+ (N_n^{(n+m)} - b_{n+m}^*) e^{-\frac{t}{\tau_{n+m}}} + \sum_{\mu=1}^{m-1} (-1)^{n-\mu} (N_n^{n+\mu} - b_{n+\mu}^*) \times \\
 &\times \left(\prod_{l=\mu+1}^m \tau_{n+l} \right) \sum_{j=\mu}^m \frac{e^{-\frac{t}{\tau_{n+j}}}}{\prod_{k=\mu; k \neq j}^m (\tau_{n+j} - \tau_{n+k})} + \\
 &+ \sum_{k=1}^n e^{-h_k t} (P_k^{(n+m)} \cos \omega_k t + Q_k^{(n+m)} \sin \omega_k t).
 \end{aligned}$$

Коэффициенты $P_k^{(n+m)}$, $Q_k^{(n+m)}$, $N_n^{(n+m)}$ имеют те же значения, что и в формуле (14), а

$$\begin{aligned}
 a_{n+m}^* &= \frac{\rho (a_{n+m-1}^* \rho - b_{n+m-1}^* \tau_{n+m}^{-1})}{\tau_{n+m}^{-2} + \rho^2}; \\
 b_{n+m}^* &= \frac{\rho (a_{n+m-1}^* \tau_{n+m}^{-1} + b_{n+m-1}^* \rho)}{\tau_{n+m}^{-2} + \rho^2}.
 \end{aligned}$$

Установим связь между запаздыванием записи в данном и в предыдущих случаях.

Предполагая $\omega_0 \gg \rho$, что является условием использования системы для целей измерения, находим из (16)

$$\sin \psi_1 \approx -\frac{2h_1 \rho}{\omega_{01}^2}$$

или

$$\frac{\psi_1}{\rho} \approx -\frac{2h_1}{\omega_{01}^2},$$

где ψ_1/ρ — запаздывание сигнала во времени по отношению к входному сигналу.

Рассмотрим пример вычисления динамической погрешности измерительной системы, состоящей из измерительного преобразователя с собственной частотой $\omega_{01} = 5,34 \cdot 10^4$ рад/с, коэффициентом успокоения $h_1 = 5,34 \cdot 10^2$ 1/с, измерительного усилителя с постоянной времени $\tau_2 = 0,1$ с и светолучевого осциллографа с гальванометром, собственная частота которого составляет $\omega_{02} = 2,5 \cdot 10^4$ рад/с, а коэффициент успокоения $h_2 = 1,77 \cdot 10^4$ 1/с.

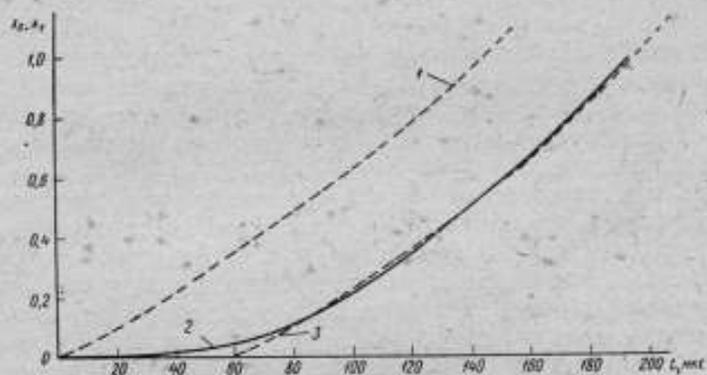
Ускорение, нарастающее по показательному закону, характеризуется значением $q = 5 \cdot 10^3$ с.

Рабочая формула для вычислений имеет вид

$$x_a(t) = Be^{at} + Ce^{-\frac{t}{\tau_0}} + e^{-h_1 t} (P_1^{(3)} \cos \omega_1 t + Q_1^{(3)} \sin \omega_1 t) + e^{-h_2 t} (P_2^{(3)} \cos \omega_2 t + Q_2^{(3)} \sin \omega_2 t).$$

Результат расчетов представлен на рисунке.

Аналитическая оценка, выполненная для определенного класса измерительной аппаратуры, позволяет установить общую закономерность, заключающуюся в том, что динамическую погрешность



Расчет динамической погрешности измерения ускорения, нарастающего по показательному закону

1 — исходная функция; 2 — выходной сигнал; 3 — аппроксимация выходного сигнала

измерения нарастающих ускорений следует оценивать по запаздыванию выходного сигнала, которое в установившемся режиме практически постоянно и составляет

$$\Delta t \approx \frac{2h_1}{\omega_{01}^2}$$

для каждого звена 1-го вида, независимо от формы кривой сигнала. Динамическая погрешность, вносимая звеньями второго вида столь простым соотношением не выражается. Полученные выражения позволяют оценить динамическую погрешность с заданной точностью.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

СОБСТВЕННАЯ ЧАСТОТА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УСКОРЕНИЯ В ВИДЕ
НАКЛЕИВАЕМОГО ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТА

Для измерения ускорений в широком диапазоне частот в качестве измерительного преобразователя ИП может быть использован легкий пьезоэлемент, наклеиваемый непосредственно на объект [1]. Однако в опубликованных работах не приводится методика расчета собственной частоты таких ИП, включающего расчет жесткости клеевого перехода; определение коэффициента демпфирования клеевого перехода и расчет резонансной частоты преобразователя ускорения.

Жесткость клеевого перехода обусловлена как деформацией контактирующих поверхностей, так и деформацией клея. Выберем из области контакта минимальной высоты пространство между двумя параллельными плоскостями так, чтобы между ними располагалась вся клеевая прослойка. Разделим это пространство на элементарные стержни и упорядочим их расположение по высоте. Жесткость выделенного пространства в направлении, нормальном к ограничивающим плоскостям, определится интегральной жесткостью элементарных составных стержней. Поскольку толщина клеевой прослойки значительно меньше ее поперечных размеров и существует хорошее сцепление прослойки с поверхностями в силу шероховатостей и адгезионных свойств клея, деформация выделенных элементарных стержней в поперечном направлении может быть принята равной нулю, т. е. компоненты деформации стержней, параллельные ограничивающим плоскостям, отсутствуют. Используя формулы сопротивления материалов, легко показать, что деформация стержней в нормальном направлении определяется коэффициентом упругости

$$E = \frac{1 - \mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} E', \quad (1)$$

где E' и μ — модуль упругости и коэффициент Пуассона клея соответственно.

Схема для расчета жесткости клеевого стыка приведена на рис. 1. Рассмотрим некоторый элементарный составной стержень, находящийся на расстоянии x от начала координат и имеющий ширину dx и толщину b . При центральном приложении силы F к склеенным деталям каждый элементарный стержень деформируется на одну и ту же величину

$$a = \Delta h + \Delta h_1 + \Delta h_2, \quad (2)$$

где Δh , Δh_1 , Δh_2 — деформация участков составного стержня с модулями упругости E , E_1 , E_2 . Учитывая, что на части стержня действует одна и та же элементарная сила dF , получим

$$a = \frac{dF}{bdx} \left[\frac{h(x)}{E} + \frac{h_1(x)}{E_1} + \frac{h_2(x)}{E_2} \right]. \quad (3)$$

Суммарное усилие F определится как сумма элементарных усилий dF по всей площади. Следует заметить, что $h(x)$, $h_1(x)$, $h_2(x)$ зависят от x и могут быть найдены экспериментально. В этом случае решение можно получить методом численного интегрирования экс-

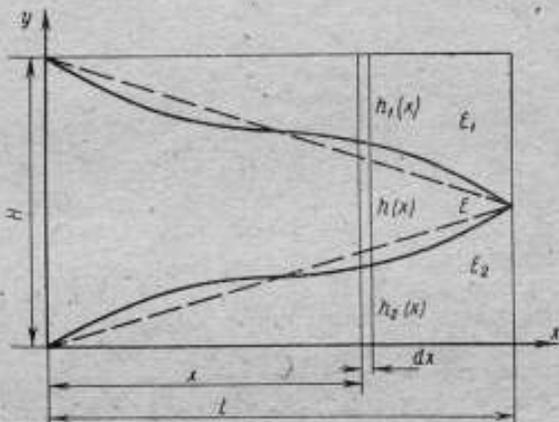


Рис. 1. Схема расчета жесткости клеевого перехода

периментальной кривой распределения. Операция численного интегрирования относительно громоздка, поэтому рассмотрим возможность аппроксимации функции распределения аналитической зависимостью, например, прямой линией. Такая аппроксимация наиболее достоверна для шлифованных поверхностей [2], в других случаях подобное упрощение должно рассматриваться лишь как первое приближение. Линейная аппроксимация представляется формулами

$$h_1(x) = \frac{H}{2l} x; \quad h(x) = H \left(1 - \frac{x}{l} \right); \quad h_2(x) = \frac{H}{2l} x \quad (4)$$

(на рис. 1 показана штрихпунктирными линиями). Учитывая выражения (3) и (4), получим

$$dF = \frac{2abdEE_1E_2}{H[(E_1 + E_2 - 2E_1E_2)x + 2lE_1E_2]} dx. \quad (5)$$

После интегрирования найдем искомую жесткость клеевой прокладки

$$c = \frac{E'_{np} S}{H}, \quad (6)$$

где

$$E_{np} = E_{np} \eta;$$

$$E_{np} = \frac{2E_1 E_2}{2E_1 E_2 - E E_1 - E E_2};$$

$$\eta = \ln \frac{2E_1 E_2}{(E_1 + E_2) E};$$

$$S = bl.$$

Перейдем к вычислению коэффициента демпфирования клевого перехода. Рассеивание энергии в эпоксидных клеях носит четко выраженный конструкционный характер [3] и оценивается площадью петли гистерезиса, определяемой по кривой сила—перемещение за один цикл нагружения. На основании экспериментальных данных было показано, что скорость нагружения не влияет на площадь петли, и эту площадь можно представить в виде

$$\psi = k_0 \xi^2, \quad (7)$$

где ψ — энергия, рассеиваемая в единице объема; k_0 — постоянная, зависящая от материала клея; ξ — относительная деформация в данной точке конструкции.

Определим существующие в материале клея потери через эквивалентный коэффициент вязкого демпфирования β_s . Условием эквивалентности является равенство рассеиваемой энергии в рассматриваемой системе и в некоторой системе с сосредоточенным вязким демпфированием. В системе с вязким демпфированием рассеивание энергии за цикл выражается зависимостью

$$\Delta\psi = \beta_s \omega a^2, \quad (8)$$

где β_s — эквивалентный коэффициент демпфирования; ω и a — круговая частота и амплитуда колебаний.

С другой стороны, эта энергия равна

$$\Delta\psi = \int_V \psi dV,$$

где V — объем клеевой прослойки.

Деформация элементарного клевого стержня с координатой x (см. рис. 1) определяется как

$$\xi = \frac{dF}{dx b E}.$$

Используя выражение (5), получим

$$\xi = \frac{2alE_1 E_2}{H [(E E_1 + E E_2 - 2E_1 E_2) x + 2l E_1 E_2]}. \quad (9)$$

Объем рассматриваемого элементарного стержня составит

$$dV = h(x) dx b = H \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx b. \quad (10)$$

Рассеиваемая в объеме dV энергия равна

$$d\psi(x) = dV k_0 (\xi)^2. \quad (11)$$

Подставив в выражение (11) формулы (9) и (10) и проинтегрировав по x , найдем рассеянную в клеевом слое энергию

$$\Delta\psi = \frac{k_0 b l a^2 [-E E_1 - E E_2 + 2 E_1 E_2 (1 - \eta)] 2 E_1 E_2}{H (E E_1 + E E_2 - 2 E_1 E_2)^2}. \quad (12)$$

Зависимость (12) можно представить также в виде

$$\Delta\psi = \frac{k_0 b l a^2}{H} (1 + \varphi \eta) \varphi, \quad (13)$$

где $\varphi = \frac{E_{np}}{E}$.

Приводя выражение (13) к виду (7), получим

$$\Delta\psi = \zeta k_0 V_m \xi_m^2, \quad (14)$$

где $\zeta = (1 + \varphi \eta) \varphi$; $V_m = b l H$; $\xi_m = a/H$.

Значение коэффициента ζ для эпоксидного клея лежит в пределах 3,80 — 5,33 в зависимости от вида склеиваемых материалов и может быть рассчитано по формулам (6), (13) и (14).

Подставив полученное значение $\Delta\psi$ в формулу (8), найдем

$$\beta_s = \frac{\beta}{\omega}, \quad (15)$$

где $\beta = \zeta \frac{k_0 b l}{\pi H}$.

Величина β_s по формуле (15) имеет размерность Нс/м. Коэффициент k_0 , необходимый для расчета демпфирования, отсутствует в справочной литературе, поэтому он был определен экспериментально. Измерение k_0 производилось путем измерения логарифмического декремента затухания λ_0 , связанного, как показал расчет для стержня, работающего на изгиб либо на сжатие, формулой $k_0 = E \lambda_0$. Значение его для эпоксидного клея ЭБ-1 равно $0,60 \cdot 10^9$ Н/м².

Собственная частота рассчитывается следующим образом.

Механическая схема акселерометра (рис. 2) состоит из пьезоэлектрического упругого стержня 1, опирающегося на пружину 2 и демпфер 3. Жесткость пружины определяется формулой (6), коэффициент демпфирования демпфера 3 рассчитывается по формуле (15).

Пьезоэлектрический стержень имеет направление поляризации по оси ox и обкладки на торцах для съема зарядов.

Волновое уравнение для пьезоэлектрического стержня не отличается от такового для обычного упругого тела. При этом необходимо только учитывать, что скорость звука определяется модулем

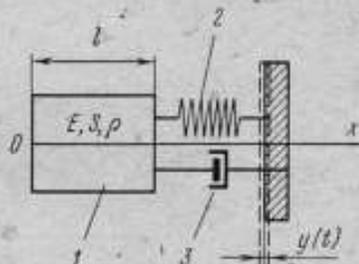


Рис. 2. Механическая схема акселерометра

Юнга при отсутствии индукции E_D , а не модулем упругости при отсутствии поля [4]. Выбрав систему координат, как показано на рис. 2, найдем

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}; \quad c_0 = \sqrt{\frac{E_D}{\rho}}, \quad (16)$$

где y — смещение сечения с координатой x ; ρ — плотность массы стержня.

Зададим гармоническое перемещение точки подвеса с амплитудой A . Считая систему линейной, можно утверждать, что установившиеся колебания происходят с частотой внешнего возмущения, поэтому решение для вынужденных колебаний y_n в комплексной форме следует искать в виде (5)

$$y_n(x, t) = X(x) e^{j\omega t}. \quad (17)$$

Подставив (17) в (16) и решая полученное уравнение, получим

$$y_n(x) = Y_1 \cos \frac{\omega}{c_0} x + Y_2 \sin \frac{\omega}{c_0} x. \quad (18)$$

Постоянные Y_1 и Y_2 определяем из граничных условий

$$ES \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=0} = 0$$

и

$$ES \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=l} = c [Ae^{j\omega t} - y(t, t)] + \beta_s \frac{d}{dt} [Ae^{j\omega t} - y(t, t)].$$

Отсюда находим

$$Y_2 = 0; \quad (19)$$

$$Y_1 = \frac{A(c + \beta f)}{\cos \frac{\omega}{c_0} l (c + \beta f) - ES \frac{\omega}{c_0} \sin \frac{\omega}{c_0} l}. \quad (20)$$

Выделяя вещественную часть выражения (18) и учитывая (19) и (20), а также вводя некоторые обозначения, получим

$$y(x) = \frac{A \sqrt{(1 + \varepsilon^2)} \cos \frac{\omega}{c_0} x}{V(\cos \alpha - \kappa \sin \alpha)^2 + \varepsilon^2 \cos^2 \alpha}, \quad (21)$$

где $l \frac{\omega}{c_0} = \alpha$; $\kappa = \frac{c_{cr}}{c} = \frac{ES}{lc}$; $\varepsilon = \frac{\beta}{c}$; $c_{cr} = \frac{ES}{l}$.

Известно, что развиваемая между обкладками пьезоэлемента разность потенциалов u не зависит от закона распределения деформаций по длине [4] и определяется только относительным перемещением концов (обкладок) стержня. Тогда, пренебрегая обратным пьезоэффектом, получим

$$u = \frac{E_D}{\varepsilon_0 d} \frac{A \sqrt{(1 + \varepsilon^2)} \left(\cos \frac{\omega}{c_0} l - 1 \right)}{V(\cos \alpha - \kappa \sin \alpha)^2 + \varepsilon^2 \cos^2 \alpha}, \quad (22)$$

где d — пьезомодуль; ε_0 — диэлектрическая проницаемость при отсутствии механического напряжения.

Принимая в формуле (22) возмущающее ускорение w постоянным, получим выражение для амплитудно-частотной характеристики акселерометра

$$u = \frac{\rho S l d w / 2}{\epsilon_0 S / l} \cdot \frac{2 (\cos \alpha - 1) \sqrt{1 + \epsilon^2}}{\alpha^2 \sqrt{(\cos \alpha - \kappa \alpha \sin \alpha)^2 + \epsilon^2 \cos^2 \alpha}} \quad (23)$$

Первый множитель выражения (23) представляет собой отношение заряда, создаваемого статическим приложением ускорения,

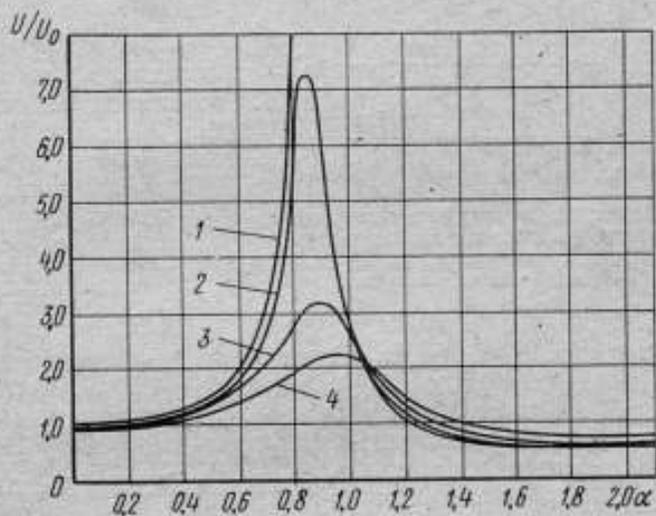


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика акселерометра при $\kappa = 1$ и ϵ , равном
1 — 0; 2 — 0,2; 3 — 0,5 и 4 — 1

к емкости керамического столбика, т. е. соответствует статической чувствительности акселерометра

$$u_0 = \frac{\rho S l d w / 2}{\epsilon_0 S / l}$$

Для удобства будем рассматривать отношение u/u_0 .

Тогда выражение для амплитудно-частотной характеристики примет вид

$$u_{np}(\alpha) = 2 \frac{(\cos \alpha - 1) \sqrt{1 + \epsilon^2}}{\alpha^2 \sqrt{(\cos \alpha - \kappa \alpha \sin \alpha)^2 + \epsilon^2 \cos^2 \alpha}} \quad (24)$$

Коэффициент ϵ характеризует затухание в системе. Учитывая выражения (6) и (15), можно определить, что для эпоксидного клея $\epsilon < 0,2$, т. е. надо считать рассматриваемую систему слабо демпфированной.

График функции $u_{np}(\alpha)$ представлен на рис. 3.

При $\alpha \rightarrow 0$ числитель и знаменатель выражения (24) также стремятся к нулю. Применяя дважды правило Лопиталья, легко показать, что $u_{пр}(\alpha) \rightarrow 1$, т. е. чувствительность в этом случае равна статической. На рис. 3 функция изображена только в области первого резонанса. Собственную частоту при малом значении ϵ можно определить из уравнения

$$\cos \alpha = \kappa \sin \alpha \quad (25)$$

подобно тому, как это делается для стержня с сосредоточенной массой на конце [5]. Первый корень уравнения (25) можно найти по приближенной формуле

$$\alpha_1 \approx \frac{1}{\sqrt{\kappa + \frac{1}{3}}} \quad (26)$$

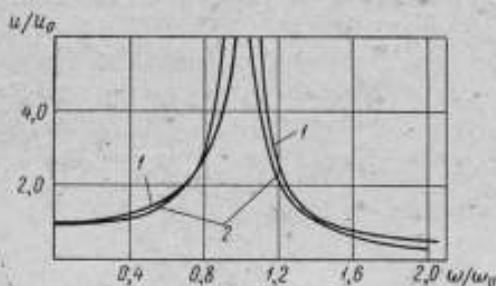


Рис. 4. Сравнение амплитудно-частотных характеристик акселерометра
1 — исследуемого, с распределенными параметрами;
2 — с одной степенью свободы

С целью сравнения на рис. 4 представлены частотные характеристики для рассмотренного преобразователя и одномассовой системы с той же собственной частотой ω_0 . Рассмотренная система по неравномерности амплитудно-частотной характеристики мало отличается от одномассовой системы. Характерно также, что в резонансной области чувствительность акселерометра не стремится к нулю, как в случае системы масса—пружина.

Значения собственных частот для пьезоэлементов с различной высотой можно найти путем расчета по формуле (26).

Зависимость $f_1(l)$ представлена на рис. 5.

Для подтверждения изложенных положений были проведены опыты с пьезокерамическими столбиками высотой 5; 3; 1,4; 0,6 мм, диаметром 10 и 8 мм. Так как в настоящее время нет надежных методов получения и контроля механических колебаний в диапазоне сотен кГц, применяется импульсный метод

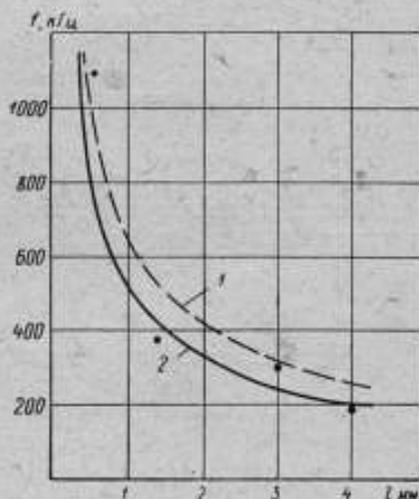


Рис. 5. Зависимость резонансной частоты акселерометра от высоты пьезоэлемента ($H = 100$ мкм, $S = 0,785$ см², $\epsilon = 1,16 \cdot 10^{10}$ Н/м), полученная
1 — расчетным и 2 — опытным путем

возбуждения низшей резонансной частоты с помощью мерного стержня. Были использованы стержни диаметром 22; 12 мм и длиной 1000 и 1773 мм соответственно. На один из торцов наклеивался исследуемый преобразователь, по второму с помощью пружинного ружья производился выстрел стальным шариком. Сигнал с пьезоакселерометра фотографировался с экрана электронно-лучевого осциллографа. Запуск развертки осциллографа производился с помощью дополнительного пьезодатчика, усилителя и триггера.

При ударе шарика по торцу стержня в последнем возникает упругая волна, движущаяся со скоростью c_0 и вызывающая параллельное смещение другого торца, на котором наклеен ИП. Низшая

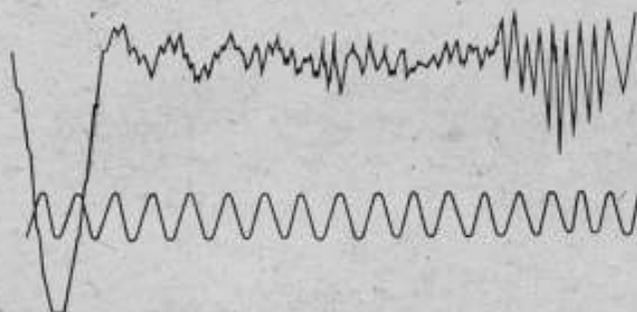


Рис. 6. Осциллограмма переходного процесса при воздействии упругой волны на пьезоакселерометр (диаметр пьезоэлемента 10 мм, высота 1,4 мм, частота синусоиды — 100 кГц, диаметр стержня 22 мм)

собственная частота проявляется на осциллограмме переходного процесса в виде наложенных колебаний. Учитывая кривую дисперсии (6), можно определить собственную частоту акселерометра. Вид одной из записанных осциллограмм приведен на рис. 6. Измеренные собственные частоты приведены на рис. 5. Сравнение с результатами расчета показало достаточное соответствие.

Таким образом, в результате проведенного исследования определена методика расчета собственной частоты ускорения ИП в виде приклеиваемого пьезоэлемента с учетом характеристик клеявого перехода и неравномерности деформации по длине пьезоэлемента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Английский патент № 899.235.
2. Дьяченко П. Е. Современные приборы для измерения неровностей поверхностей деталей машин. Изд. АН СССР, 1950.
3. Ментель Т. Д. Демпфирование в промежуточном слое стыка. «Конструирование и технология машиностроения», «Мир», 1967, № 4.
4. Харкевич А. А. Теория преобразователей. Госэнергоиздат, 1948.
5. Иорнш Ю. И. Виброметрия. Машгиз, 1963.
6. Дейвис Р. М. Волны напряжения в твердых телах. Изд-во иностр. лит., 1961.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА
ТИПА GVM-200 (ИПУ-200)

В настоящее время во многих областях промышленности проводятся испытания изделий на воздействие ударного ускорения с заданным пиковым значением. Для контроля режима этих испытаний широко применяются предельные акселерометры [1, 2, 3].

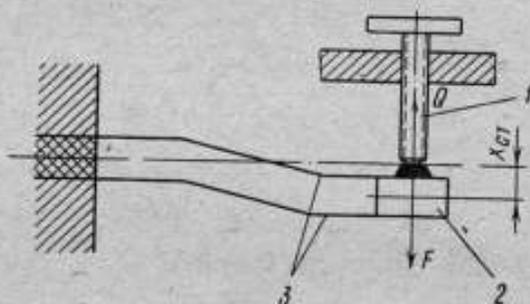


Рис. 1. Схема предельного акселерометра

В первом приближении принцип действия предельного акселерометра заключается в сравнении двух сил (рис. 1):

силы инерции P , действующей на инерционное тело 2 с массой m

$$P = ma,$$

где a — измеряемое ускорение;

силы Q предварительного сжатия упругого элемента 3, определяемой, согласно закону Гука, выражением

$$Q = c_1 x_{ст},$$

где c_1 — жесткость упругого элемента.

В исходном состоянии сила Q уравновешена силой реакции опоры 1 (обычно микрометрического винта); при этом имеет место деформация опоры

$$\delta_{1ст} = \frac{F}{c_2},$$

где c_2 — жесткость опоры.

При действии измеряемого ускорения происходит уменьшение силы реакции F , так как сила P приложена к той же точке, что и сила Q , и направлена противоположно. В результате до размыкания контактов инерционное тело проходит некоторый путь δ_1 .

Для определения верхнего предельного значения δ_1 необходимо вначале рассмотреть уравнение совместного движения масс микрометрического винта 1 и инерционного тела 2, а затем уравнение движения массы инерционного тела 2.

Рассмотрим совместное движение масс вплоть до их расхождения. При этом $M = m + m_1$ и $C = c_1 + c_2$. Принимаем также, что $c_1 = \text{const}$ и $c_2 = \text{const}$ в рабочих пределах. Начальное сжатие пружин не изменяет характера совместного движения и в уравнение не входит

$$M \frac{d^2(y-x)}{dt^2} - Cx = 0$$

или

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \Omega_0^2 x = \frac{d^2y}{dt^2} = a.$$

Рассмотрим случай, когда на систему действует односторонний полусинусоидальный импульс ускорения. Тогда

$$a = a_0 \sin \pi \frac{t}{\tau} \text{ для } 0 \leq t \leq \tau;$$

$$\bar{a} = 0 \text{ для } t < 0 \text{ и } t > \tau.$$

Решение для интервала $0 < t \leq \tau$ при начальных условиях $t = 0$; $x = 0$; $dx/dt = 0$ имеет вид

вне резонанса

$$x(t) = a_0 \frac{\pi}{\Omega_0 \tau \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} - \Omega_0^2 \right)} \left(\sin \Omega_0 t - \frac{\Omega_0 \tau}{\pi} \sin \pi \frac{t}{\tau} \right); \quad (1)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{a_0 \pi}{\tau \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} - \Omega_0^2 \right)} \left(\frac{\pi}{\tau} \sin \pi \frac{t}{\tau} - \Omega_0 \sin \Omega_0 t \right), \quad (2)$$

при квазирезонансе

$$\tau = \frac{\pi}{\Omega_0}; \quad (3)$$

$$x(t) = \frac{a_0}{2\Omega_0^2} \sin \Omega_0 t - \frac{a_0 t}{2\Omega_0} \cos \Omega_0 t; \quad (4)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{a_0}{2} (\Omega_0 t \cos \Omega_0 t + \sin \Omega_0 t).$$

Рассмотрим уравнение движения нижней половины системы (инерционное тело 2 и упругий элемент 3). На массу инерционного тела, кроме сил инерции и упругого сопротивления, действует сила со стороны микрометрического винта, причем при $x = 0$ она равна $c_1 x_{\text{ст}} = a_N m$, где a_N — ускорение настройки предельного акселерометра. Соответствующее уравнение имеет вид

$$m \frac{d^2(y-x)}{dt^2} - c_1(x + x_{\text{ст}}) = F(t). \quad (5)$$

При $F(t) = 0$ начинается расхождение массы инерционного тела m и массы микрометрического винта m_1 . Так как эта точка является граничной и ей соответствует искомое $t = t^*$, при котором происходит это событие, то (5) примет вид

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{d^2x}{dt^2} - \omega_0^2(x + x_{ct}) = 0. \quad (6)$$

Здесь за x следует принимать значение, найденное при решении уравнения совместного движения; ω_0 — частота собственных колебаний нижней половины системы.

Вначале рассмотрим случай дорезонансного возбуждения. В уравнение (6) вместо x подставим его выражение (1), вместо d^2x/dt^2 — выражение (2) и после преобразований получим

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{\pi^2}{\tau^2 \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} - \Omega_0^2 \right)} + \frac{\omega_0^2}{\left(\frac{\pi^2}{\tau^2} - \Omega_0^2 \right)} \right] \sin \pi \frac{t^*}{\tau} + \\ & + \left[\frac{\pi \Omega_0}{\tau \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} - \Omega_0^2 \right)} - \frac{\omega_0^2 \pi}{\Omega_0 \tau \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} - \Omega_0^2 \right)} \right] \sin \Omega_0 t = \frac{a_N}{a_0}. \end{aligned} \quad (7)$$

Это трансцендентное уравнение справедливо при $t \leq \tau > \pi/\Omega_0$ и в явном виде не решается. Для решения его подставим числовые значения величин ω_0 и Ω_0 , а также зададимся отношением $\tau \left| \frac{\pi}{\Omega_0} \right.$.

Для рассматриваемого типа предельных акселерометров $\omega_0 = 1,5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3$ рад/с, $\Omega_0 = 1,3 \cdot 10^5 + 1,6 \cdot 10^5$ рад/с. Расчет будем вести для предельного акселерометра, у которого $\omega_0 = 1,88 \cdot 10^3$ рад/с, $\Omega_0 = 1,47 \cdot 10^5$ рад/с. Принимаем также $\tau = 5\pi/\Omega_0$. Тогда получим

$$\frac{25}{24} \left[1 - \left(\frac{1,88 \cdot 10^3}{1,47 \cdot 10^5} \right)^2 \right] \sin \pi \frac{t^*}{\tau} - \frac{5}{24} \left[1 - \left(\frac{1,88 \cdot 10^3}{1,47 \cdot 10^5} \right)^2 \right] \sin 5\pi \frac{t^*}{\tau} = \frac{a_N}{a_0}.$$

Отношение $(1,88 \cdot 10^3)^2 / (1,47 \cdot 10^5)^2$ в этом выражении приравняем нулю, тогда

$$\frac{25}{24} \sin \pi \frac{t^*}{\tau} - \frac{5}{24} \sin 5\pi \frac{t^*}{\tau} = \frac{a_N}{a_0}. \quad (8)$$

Теперь задаваясь числовыми значениями t^* от 0 до τ и подставив их в выражение (8), построим график зависимости a_0/a_N от t^*/τ . Из графика (рис. 2) видно, что размыкание контактов происходит при $a_0/a_N = 0,93$ в момент $t^*/\tau = 0,35$ и $t^*/\tau = 0,65$. Найденные из графика числовые значения t^* подставим в уравнение (1) для определения δ_1 , которое в обоих случаях будет одинаково.

$$\delta_1 = x(t) = -\frac{5a_0}{24\Omega_0^2} (\sin 1,75\pi - 5 \sin 0,35\pi).$$

Этот путь можно сравнить с путем $\delta_{1ст}$

$$\delta_{1ст} = x_{ст} \frac{c_1}{c_2} = a_N \frac{1}{\omega_0^2} \cdot \frac{c_1}{c_2}.$$

Отношение $\kappa = \delta_1/\delta_{1ст}$ для рассмотренного случая будет равно 0,67.

Из приведенного примера видно, что при дорезонансном возбуждении колебательной системы предельного акселерометра контакты совместно проходят путь δ_1 , меньший статической деформации $\delta_{1ст}$ микрометрического винта.



Рис. 2. Зависимость a_0/a_N от t^*/τ при докварезонансном возбуждении ($\tau = 5\pi/\Omega_0$)



Рис. 3. Зависимость a_0/a_N от t^*/τ при квазирезонансном возбуждении ($\tau = \pi/\Omega_0$)

Теперь рассмотрим случай квазирезонансного возбуждения. Подставим в уравнение (6) вместо x его выражение (3), а вместо d^2x/dt^2 выражение (4). После преобразования получим

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega_0^2} \right) \sin \Omega_0 t^* - \frac{\Omega_0 t^*}{2} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega_0^2} \right) \cos \Omega_0 t^* = \frac{a_N}{a_0}.$$

Заметим также, что это уравнение справедливо при $t \leq \tau = \pi/\Omega_0$, т. е. аргументы \sin и \cos не могут быть более π . Это тоже трансцендентное уравнение и в явном виде не решается. Как и в первом случае, оно решается подстановкой числовых значений ω_0 и Ω_0 , принимая вид

$$\frac{1}{2} \sin \Omega_0 t^* - \frac{1}{2} \Omega_0 t^* \cos \Omega_0 t^* = \frac{a_N}{a_0}.$$

Задавая числовые значения t^* от 0 до τ , построим график зависимости a_0/a_N от t^*/τ . Из рис. 3 видно, что при квазирезонансном возбуждении размыкание контактов происходит при $a_0/a_N = 0,636$ в момент $t^*/\tau = 1$. В этом случае предельный акселерометр будет завывать результаты измерения в 1,57 раза.

Для определения пути δ_1 , пройденного контактами совместно, подставим t^* , найденное из графика, в уравнение (3). Сравним путь δ_1 с путем $\delta_{1ст}$

$$\kappa = \frac{\delta_1}{\delta_{1ст}} = 1,14.$$

Это отношение показывает, что при квазирезонансном возбуждении контакты совместно проходят путь δ_1 , больший статической деформации $\delta_{1ст}$ микрометрического винта в 1,14 раза.

Определенное значение имеет также зазор δ_2 , при котором можно обнаружить размыкание электрической цепи. Величина его зависит от чистоты обработки поверхностей контактов и от величины тока, проходящего через контакты. Таким образом, для обнаружения срабатывания предельного акселерометра необходимо, чтобы инерционное тело переместилось на величину $\delta_1 + \delta_2$, совершив при этом работу

$$W_0 = \int_0^{\delta_1 + \delta_2} G dx.$$

Отсюда следует, что предельный акселерометр позволяет обнаружить ускорение большее номинального

$$a_{ном} = \frac{c x_{ст}}{m},$$

где m — масса инерционного тела с учетом $1/2$ массы пружин. Для определения коэффициента преобразования статическим и динамическим методами был выбран предельный акселерометр типа GVM-200.

Статический метод заключался в определении положения шкалы, при котором размыкаются контакты прибора, к инерционному телу которого подвешен груз массой M_1 . Коэффициент преобразования составил $k = \alpha m / M_1$.

Динамический метод состоял в сравнении показаний предельного и пьезоэлектрического (типа ИДК-2М) акселерометров, причем последний был предварительно отградуирован на образцовой установке. Динамическая градуировка производилась на ударном стенде SPS-80, создававшем ускорение, близкое по форме к полусинусоиде.

Исследованию подвергались два акселерометра. Статическая градуировка была выполнена от 11 до 80 делений шкалы для первого и от 12 до 106 — для второго. На тех же показаниях прибора, на которых производилась его градуировка в динамическом значе-

нии, коэффициенты преобразования составляли: $0,2087 \pm 0,0003$
 $\frac{\text{дел.}}{\text{м/с}^2}$ для первого и $0,2001 \pm 0,0003 \frac{\text{дел.}}{\text{м/с}^2}$ для второго.

Динамическая градуировка производилась при длительностях от 4 — 18 мс и пиковых значениях ускорения 483 — 50 м/с². Отклонения динамических коэффициентов преобразования от стати-

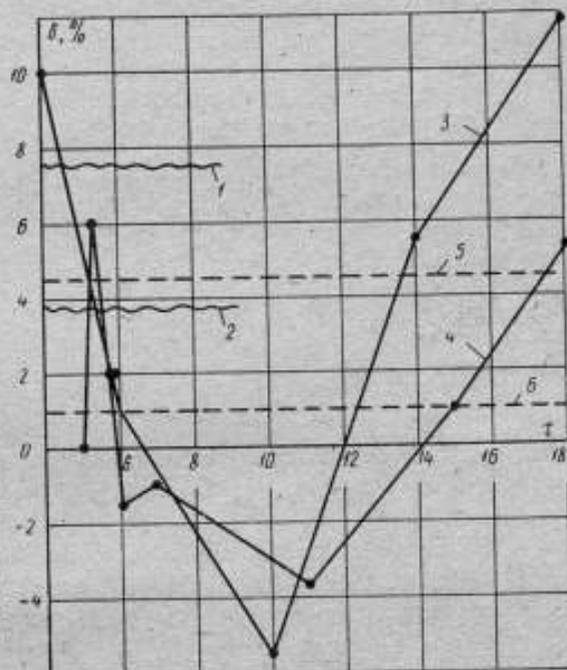


Рис. 4. Отклонение динамических коэффициентов преобразования от статических, выраженное в процентах

1 и 2 — погрешность измерительного элемента приборов № 62/534 и № 64/849; 3 и 4 — разброс динамических коэффициентов преобразования в зависимости от длительности импульса измеряемого ускорения для приборов № 62/534 и № 64/849; 5 и 6 — среднее значение динамического коэффициента преобразования для приборов № 62/534 и № 64/849

ческих показаны на рис. 4. Из рис. 4 следует, что средние значения коэффициента преобразования выше полученных статическим методом, что совпадает с приведенными соотношениями.

В случае, когда импульс ускорения имеет сложную форму, применение прибора такого типа затруднительно, так как может наблюдаться вибрация упругого элемента, сопровождающаяся ложными срабатываниями. Если же импульс ускорения будет настолько кратковременным, что работа, которую совершит подвижный контакт, окажется меньше a_0 , то измерительная схема не зарегистрирует срабатывания акселерометра, хотя амплитуда импульса может при этом значительно превышать номинальное ускорение $a_{ном}$.

Если $\tau = \frac{1}{5} \cdot \frac{\pi}{\Omega_0}$, то разрыв контактов произойдет только в том случае, когда $a_0 = 8,2 a_N$.

При исследовании акселерометров GBM-200 было установлено, что вес инерционного элемента у них значительно отличается от паспортных данных (55,8 и 57,9 г — по паспорту 60 г).

В заключение необходимо отметить, что предельный акселерометр типа GBM-200 может быть использован для измерения однонаправленного импульсного ускорения полусинусоидальной формы с длительностью не менее 6 мс. В этом случае суммарная погрешность измерений не превышает 5—8%.

С ростом частоты повторения импульсов ускорения необходимо учитывать, что переходный процесс в приборе должен закончиться к моменту формирования очередного импульса.

В других случаях необходимы специальные исследования применительно к конкретным условиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иорш Ю. И. Виброметрия, ГИТМЛ, 1963.
2. Пеллинец В. С. Измерение параметров удара, ЛДНТП, 1969.
3. Раевский Н. П. Датчики механических параметров машин. Изд. АН СССР, 1959.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 621.317.326.083.721

М. Д. ВАЙСБАНД
ВНИИМ

ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ АМПЛИТУД ОДИНОЧНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ВО ВРЕМЕННОЙ ИНТЕРВАЛ

Измерители отношения амплитуд одиночных импульсных напряжений находят применение при решении задач, связанных с относительными измерениями параметров одиночных электрических и неэлектрических процессов. В том числе, при градуировке измерительных преобразователей в режиме однократного возбуждения методом сличения с показаниями образцового прибора. Создание подобных измерителей связано с преодолением некоторых трудностей: резкого возрастания погрешностей измерения при увеличении диапазона измерения; сложности введения обратных связей в измерительную цепь прибора; необходимости хранения измерительной информации в течение времени, достаточного или визуального отчета показаний и др.

При измерении отношения амплитуд одиночных импульсных напряжений их преобразуют во вспомогательную величину — квазипостоянное напряжение, временной интервал или пространственное перемещение, а затем определяют отношение результатов преобразования. Методы измерения отношения с промежуточным пре-

образованием во временной интервал имеют следующие преимущества. Во-первых, легко вводится цифровая форма отсчета, что позволяет в течение длительного времени хранить информацию и обеспечивает малую погрешность отсчета. Во-вторых, при использовании амплитудно-временных преобразователей с логарифмической характеристикой трудоемкая операция нахождения отношения может быть заменена вычитанием, что упрощает измерительное устройство.

В имеющихся работах [1, 2], посвященных измерению отношения амплитуд одиночных импульсов с промежуточным преобразованием во временной интервал, отсутствует анализ погрешностей

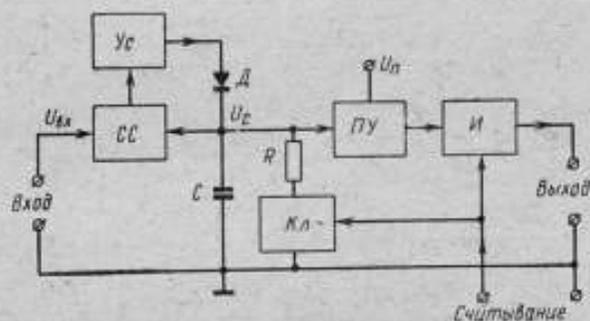


Рис. 1. Структурная схема амплитудно-временного преобразователя с логарифмической характеристикой

измерения, не обсуждаются пути повышения точности и расширения диапазона измерения. Искажение одиночных импульсных сигналов при прохождении через линейные системы подробно освещено в литературе, например [3], и поэтому здесь не рассматривается амплитудно-временной преобразователь с логарифмической характеристикой. Основным узлом измерителя отношения является амплитудно-временной преобразователь (АВП). Методы построения и анализ погрешности АВП с линейной характеристикой рассматриваются в ряде работ, в частности, в [4]. Логарифмическая характеристика преобразования достигается за счет заряда накопительного конденсатора C до амплитуды входного импульса u и последующего его разряда через сопротивление R . Фиксируется интервал времени τ , в течение которого конденсатор разряжается до некоторого порогового напряжения

$$\tau = RC \ln \frac{u}{u_n} \quad (1)$$

Выражение (1) описывает АВП в первом приближении. Для более детального рассмотрения обратимся к структурной схеме АВП, изображенной на рис. 1. Здесь для уменьшения погрешности преобразования использована система ускорения заряда накопи-

тельного конденсатора C . Входное напряжение $u_{вх}$ подается на один вход схемы сравнения $СС$, а напряжение u_c с накопительного конденсатора C — на второй ее вход. Если мгновенное значение входного напряжения превышает напряжение на конденсаторе,

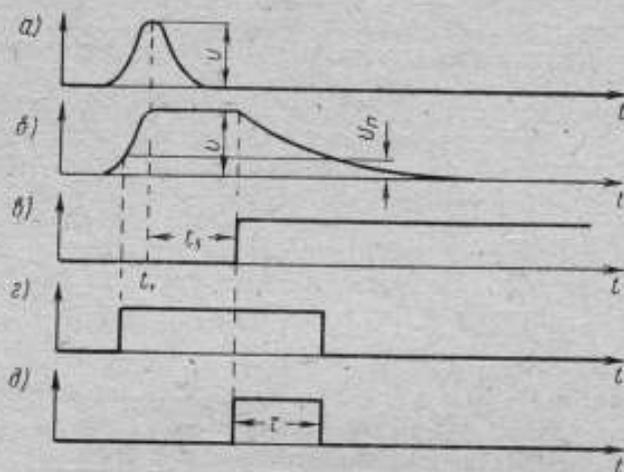


Рис. 2. Временные диаграммы работы АВП

a — напряжение на входе; b — напряжение на накопительном конденсаторе; c — импульс считывания; d — напряжение на выходе порогового устройства; e — импульс на выходе преобразователя

схема сравнения вырабатывает разностный сигнал, который усиливается усилителем U и подается на диод D , обеспечивая подзаряд конденсатора C . Ключ K нормально закрыт, поэтому на конденсаторе сохраняется

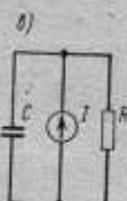
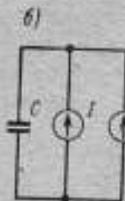
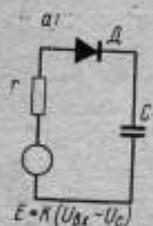


Рис. 3. Эквивалентные схемы АВП

a — при заряде накопительного конденсатора; b — при запоминании; c — при разряде конденсатора

напряжение, до которого он зарядился. При приходе импульса считывания ключ отпирается, и конденсатор разряжается через сопротивление R . В момент, когда напряжение u_c достигает значения u_n , срабатывает устройство ПУ. Логическая схема И формирует выходной им-

пульс преобразователя. Временные диаграммы, иллюстрирующие работу АВП, приведены на рис. 2.

Можно выделить три стадии преобразования: заряд накопительного конденсатора, запоминание и разряд конденсатора. Эквивалентные схемы АВП для этих стадий представлены на рис. 3, a , b , c соответственно.

При заряде напряжение на накопительном конденсаторе описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{k+1}{rC} u_c = \frac{k}{rC} u_{вх}, \quad (2)$$

где k — коэффициент усиления усилителя V ; r — выходное сопротивление усилителя.

Рассмотрим случай смещенно-косинусоидального импульса на входе

$$u_{вх}(t) = \begin{cases} \frac{u}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T_u} t\right) & \text{при } 0 \leq t \leq T_u \\ 0 & \text{при других значениях } t. \end{cases}$$

Решение уравнения (2) при нулевых начальных условиях для $0 \leq t \leq T_u$ имеет вид

$$u_c(t) = \frac{u}{2} \cdot \frac{k}{k+1} \left[1 - \frac{e^{-at}}{1 + (aT_u)^2} - \frac{aT_u}{\sqrt{1 + (aT_u)^2}} \cos \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{2\pi}{T_u} t - \arctg \frac{1}{aT_u} \right) \right], \quad (3)$$

где $a = \frac{k+1}{rC}$.

Заряд конденсатора прекращается в момент, когда производная напряжения $du_c/dt = 0$. Дифференцируя (3) по t и приравнявая полученное выражение нулю, получаем уравнение для момента окончания заряда t_1

$$\frac{e^{-at}}{\sqrt{1 + (aT_u)^2}} + \sin \left(\frac{2\pi}{T_u} t - \arctg \frac{1}{aT_u} \right) = 0. \quad (4)$$

При $aT_u \gg 1$ находим

$$t_1 \approx \frac{T_u}{2} + \frac{1}{2}.$$

Отклонение напряжения, до которого заряжается конденсатор, от амплитуды входного импульса равно

$$\Delta u_1 = u_{вх}(t_1) - u = u \left[\frac{k}{2(k+1)} \left(1 + \cos \frac{1}{aT_u} \right) - 1 \right].$$

Следует заметить, что случай $aT_u \leq 1$ не представляет интереса, так как уже при $aT_u = 5$ относительное отклонение $\left| \frac{\Delta u_1}{u} \right|$ больше 0,01.

На этапе запоминания изменение напряжения на накопительном конденсаторе равно

$$\Delta u_2 = \frac{(I + I_0) t_2}{C}, \quad (5)$$

где I — сумма токов, протекающих через обратное сопротивление диода D , пороговое устройство $ПУ$ и схему сравнения $СС$; I_0 — ток через закрытый ключ K ; t_2 — время запоминания (см. рис. 2).

При разряде накопительного конденсатора справедливо дифференциальное уравнение

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{RC} = \frac{I}{C}$$

Решая уравнение при начальных условиях

$$t = 0 \text{ и } u_c(0) = u + \Delta u_1 + \Delta u_2,$$

находим

$$u_c(t) = (u + \Delta u_1 + \Delta u_2) e^{-\frac{t}{RC}} + IR \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right).$$

Приравнявая $u_c = u_n$, разлагая $e^{-\frac{t}{RC}}$ в степенной ряд вблизи значения $t = RC \ln \frac{u}{u_n}$ и ограничиваясь учетом только линейного члена разложения, получаем уточненное выражение для длительности τ временного интервала на выходе амплитудно-временного преобразователя

$$\tau \approx RC \ln \frac{u}{u_n} + RC \left[\frac{\Delta u_1}{u} + \frac{\Delta u_2}{u} + \frac{IR}{u_n} \left(1 - \frac{u_n}{u}\right) \right]. \quad (6)$$

Выражения (4), (5) и (6) позволяют оценить погрешности измерения, вносимые АВП, или рассчитать его параметры, если допустимые значения погрешностей заданы.

Отношение напряжений одиночных импульсов может быть измерено различными методами: непосредственной оценки, дифференциальным, замещения.

Метод непосредственной оценки

При использовании метода непосредственной оценки полное значение измеряемого отношения амплитуд преобразуется в отсчет. Структурная схема измерителя представлена на рис. 4. Измеритель содержит два амплитудно-временных преобразователя с логарифмической характеристикой АВП, генератор импульсов считывания ГИС, управляющий работой преобразователей, триггер и измеритель временных интервалов ИВ. Временные диаграммы работы представлены на рис. 5. Обозначая индексом 1 величины, относящиеся к каналу делителя, а индексом 2 — к каналу делимого, имеем для интервалов на выходах АВП

$$\tau_1 \approx R_1 C_1 \ln \frac{u_1}{u_{n1}};$$

$$\tau_2 \approx R_2 C_2 \ln \frac{u_2}{u_{n2}}.$$

Триггер Tp формирует импульс напряжения, длительность которого τ , равна интервалу времени от момента окончания импульса

АВП канала делителя до момента окончания импульса АВП канала делимого. Чтобы указанная длительность была всегда положительна, независимо от отношения амплитуд u_1 и u_2 , импульс считывания канала делителя задерживается относительно импульса считывания канала делимого на некоторое время τ_3 . Полагая постоянные времени АВП равными номинальному значению $R_1C_1 = R_2C_2 = \tau_n$, получим для длительности импульса на выходе триггера

$$\tau_r = \tau_3 + \tau_n \ln \frac{u_2}{u_1} - \tau_n \ln \frac{u_{n2}}{u_{n1}} \quad (7)$$

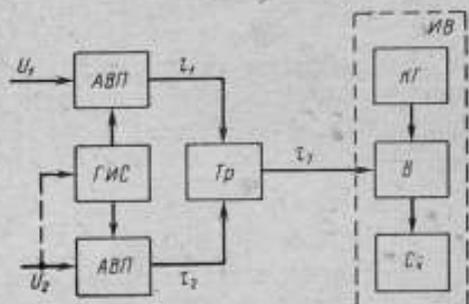


Рис. 4. Структурная схема измерителя отношения при использовании метода непосредственной оценки

Измеритель временных интервалов ИВ построен по обычной схеме цифрового измерителя времени. Он содержит кварцевый генератор КГ, вентиль В, управляемый импульсами триггера, и счетчик

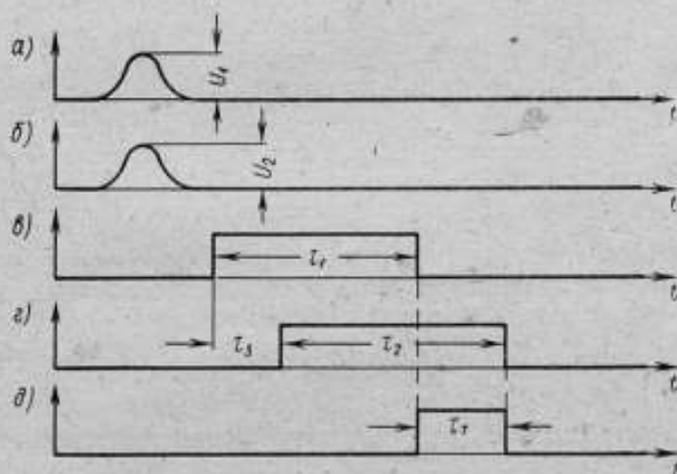


Рис. 5. Временные диаграммы работы измерителя отношений (см. рис. 4)

а — напряжение на входе АВП канала делителя; б — напряжение на входе АВП канала делимого; в — напряжение на выходе АВП канала делителя; г — напряжение на выходе триггера

импульсов СЧ с цифровым индикатором. Длительность τ_r преобразуется измерителем временных интервалов в отсчет в соответствии с выражением

$$\tau_r = NT_k \quad (8)$$

где N — отсчет; T_k — период колебаний кварцевого генератора. С учетом (8) выражение (7) принимает вид

$$NT_k = \tau_3 + \tau_n \ln \frac{u_2}{u_1} - \tau_n \ln \frac{u_{n2}}{u_{n1}}. \quad (9)$$

При градуировке на входы обоих АВП подаются импульсы с равными амплитудами $u'_1 = u'_2$ и производят отсчет. Обозначая значения величин, относящиеся к режиму градуировки, штрихами, вместо (9) получим

$$N'T_k = \tau'_3 - \tau_n \ln \frac{u'_{n2}}{u'_{n1}}. \quad (10)$$

Полагая, что за время между измерением и градуировкой параметры измерителя не изменяются ($u_{n1} = u'_{n1}$, $u_{n2} = u'_{n2}$, $\tau_3 = \tau'_3$, $T_k = T'_k$), находим из (9) и (10) выражение для искомого отношения в децибелах

$$A = 20 \lg \frac{u_2}{u_1} = \frac{8,686T_k}{\tau_n} (N - N'). \quad (11)$$

Таким образом, отношение амплитуд определяется разностью отсчетов при измерении и градуировке. Коэффициент

$$\beta = \frac{8,686T_k}{\tau_n} \quad (12)$$

является постоянной измерителя отношения.

Рассмотрим погрешности измерения, имеющие место при измерении отношения методом непосредственной оценки.

Предельное значение погрешности от дискретности, возникающей при цифровом измерении временного интервала, равно

$$\Delta_1 = \pm \beta.$$

Отклонения постоянных времени АВП от номинального значения приводят к погрешности измерения*.

$$\Delta_2 = \frac{R_1 C_1 - \tau_n}{\tau_n} \ln \frac{u_1}{u'_1} - \frac{R_2 C_2 - \tau_n}{\tau_n} \ln \frac{u_2}{u'_2}.$$

Погрешности, возникающие вследствие нестабильности пороговых напряжений и времени задержки, соответственно равны

$$\Delta_3 = 8,686 \left(\frac{u_{n1} - u'_{n1}}{u_{n1}} - \frac{u_{n2} - u'_{n2}}{u_{n2}} \right);$$

$$\Delta_4 = 8,686 \frac{\tau_3 - \tau'_3}{\tau_n}.$$

* Эта и последующие формулы относятся к средним значениям составляющих погрешности, случайные отклонения от средних значений складываются по законам сложения случайных величин.

Погрешности измерения, возникающие на различных стадиях амплитудно-временного преобразования, равны

$$\Delta_3 = 8,686 \left[\left[\frac{\Delta u_1}{u_1} \left(\frac{u_1}{u_1'} - 1 \right) - \frac{\Delta u_1}{u_2} \left(\frac{u_2}{u_2'} - 1 \right) \right] + \left[\frac{\Delta u_1' - \Delta u_1}{u_1'} - \frac{\Delta u_1' - \Delta u_1}{u_2'} \right] \right]; \quad (13)$$

$$\Delta_4 = 8,686 \left[\left[\frac{\Delta u_2}{u_1} \left(\frac{u_1}{u_1'} - 1 \right) - \frac{\Delta u_2}{u_2} \left(\frac{u_2}{u_2'} - 1 \right) \right] + \left[\frac{\Delta u_2' - \Delta u_2}{u_1'} - \frac{\Delta u_2' - \Delta u_2}{u_2'} \right] \right]; \quad (14)$$

$$\Delta_7 = 8,686 \left[\left[\frac{I_2 R_2}{u_2} \left(\frac{u_2}{u_2'} - 1 \right) - \frac{I_1 R_1}{u_1} \left(\frac{u_1}{u_1'} - 1 \right) \right] + \left[\frac{(I_2 - I_2') R_2}{u_2} \left(\frac{u_2'}{u_{n2}} - 1 \right) - \frac{(I_1 - I_1') R_1}{u_1} \left(\frac{u_1'}{u_{n1}} - 1 \right) \right] \right]. \quad (15)$$

Анализ погрешностей измерения позволяет наметить некоторые пути их уменьшения.

Погрешность дискретности, как видно из (12), может быть снижена либо уменьшением периода кварцевого генератора $T_{кв}$, либо увеличением постоянной времени τ_n . Первый путь, требующий повышения быстродействия счетчика импульсов, является более удобным, так как с увеличением τ_n возрастают погрешности амплитудно-временного преобразования.

Действенный способ уменьшения случайных погрешностей, возникающих вследствие нестабильности элементов схемы, заключается в уменьшении времени между измерением и градуировкой, например, путем проведения градуировки сразу после измерения.

Погрешности измерения, как видно из полученных выражений, пропорциональны отклонениям отношений амплитуд u_1/u_1' и u_2/u_2' от единицы. Следовательно, измеритель целесообразно строить таким образом, чтобы эти отношения были близки к единице или равны ей. Первый путь реализуется при дифференциальном методе измерения, второй — при методе замещения.

Дифференциальный метод

При дифференциальном методе измерения напряжения, отношение амплитуд которых измеряется, подаются на входы измерителя отношения прямого действия через меры ослабления (аттенюаторы). Ослабления устанавливаются по предварительно известным значениям амплитуд входных напряжений таким образом, чтобы отношения u_1/u_1' и u_2/u_2' были возможно ближе к единице. Струк-

турная схема измерителя отношений приведена на рис. 6. Последовательно с аттенюатором A включены усилители импульсов $У$, обеспечивающие доведение входных сигналов до уровня, при котором нормально функционирует преобразователь отношений во временной интервал $ПО$.

Для амплитуд импульсов на входах преобразователя отношения имеем

$$u_1 = v_1 k_{A1} k_{y1}; \quad (16)$$

$$u_2 = v_2 k_{A2} k_{y2},$$

где v_1, v_2 — амплитуды импульсов на входах измерителя; k_{A1}, k_{A2} — коэффициенты передачи аттенюаторов; k_{y1}, k_{y2} — коэффициенты усиления усилителей.

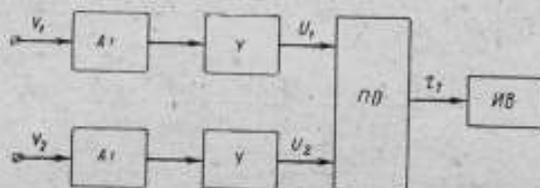


Рис. 6. Структурная схема измерителя отношений при использовании дифференциального метода

При градуировке на оба входа измерителя подают импульсы с равными амплитудами $v_1 = v_2$, а коэффициенты передачи аттенюаторов устанавливают одинаковыми $k_{A1} = k_{A2}$. Полагая, что за время между измерением и градуировкой коэффициенты усиления не изменились, находим из (16) с учетом (9) и (10) выражение для измеряемого отношения

$$A = 20 \lg \frac{v_2}{v_1} = (A_1 - A_2) + \beta (N - N'),$$

где $A_1 = 20 \lg \frac{k_{A1}'}{k_{A1}}$ и $A_2 = 20 \lg \frac{k_{A2}'}{k_{A2}}$ — соответственно ослабление, вносимое аттенюатором канала делителя и делимого; N и N' — отсчеты при измерении и градуировке соответственно.

Как видно из этого выражения, при дифференциальном методе измерения отношение амплитуд на входе измерителя непосредственной оценки равно разности между измеряемым отношением и ослаблением $(A_1 - A_2)$, вносимым аттенюатором. Это обеспечивает малые отклонения амплитуд импульсов на входах АВП при измерении (u_1, u_2) от соответствующих значений при градуировке (u_1', u_2'), а тем самым и уменьшение погрешностей измерения, рассмотренных выше.

При этом дополнительно возникает погрешность от нестабильности коэффициентов усиления усилителей

$$\Delta_{\text{н}} = 8,686 \left(\frac{k_{y1} - k'_{y2}}{k_{y1}} - \frac{k_{y2} - k'_{y2}}{k_{y2}} \right),$$

а также погрешности ослаблений, вносимых аттенюаторами.

Метод замещения

При измерении отношения методом замещения вначале на входы измерителя подают импульсы, отношение амплитуд которых измеряется, и фиксируются значения амплитуд импульсов на входах амплитудно-временных преобразователей. Затем вместо измеряемых импульсов подают градуировочные с равными амплитудами, и регулировкой ослаблений аттенюаторов добиваются тех же значений амплитуд импульсов на входах АВП. Измеряемое отношение определяют по разности вносимых аттенюаторами ослаблений

$$A = A_1 - A_2.$$

Так как в данном случае необходимо контролировать значения амплитуд импульсов в обоих каналах, измеритель отношений снабжен двумя цифровыми измерителями временных интервалов (рис. 7). Кварцевый генератор КГ целесообразно делать у них общим.

Использование метода замещения для измерения отношения исключает целый ряд погрешностей измерения: погрешность, зависящую от постоянных времени АВП; погрешность, связанную с временем задержки τ_3 ; систематические составляющие погрешностей (13+15), вносимых АВП. С другой стороны, возникает погрешность, равная минимальной дискретности вносимого аттенюатором ослабления.

Заключение

Проведенный анализ позволяет выбрать в каждом конкретном случае метод измерения и оценить общую погрешность измерения. При использовании метода непосредственной оценки погрешность измерения возрастает с увеличением диапазона измеряемых отношений. Ориентировочно эту погрешность можно оценить в 0,01—0,03 дБ на каждый децибел измеряемого отношения. Наибольшую точность измерения обеспечивает метод замещения. Погрешность измерения определяется в этом случае в основном используемой

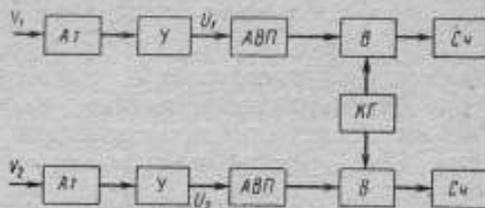


Рис. 7. Структурная схема измерителя отношений при использовании метода замещения

мерой ослабления и составляет для лучших отечественных образцов сотые доли децибела [5]. Минимальная дискретность вносимого аттенуатором ослабления должна иметь размер также порядка сотых долей децибела, что трудно реализовать, особенно при измерении широкополосных сигналов. Данное требование отсутствует в дифференциальном методе. Высокая точность и широкий диапазон измерения сочетаются здесь с простотой и удобством работы, что может обеспечить широкое применение метода.

Во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева спроектирован измеритель отношения амплитуд одиночных импульсных напряжений для системы градуировки ударных акселерометров со следующими техническими характеристиками:

| | |
|--|-----------|
| диапазон измеряемых отношений, дБ | ± 40 |
| погрешность измерения менее, дБ | $\pm 0,3$ |
| длительность измеряемых импульсов, мкс | 10—400 |
| амплитуда измеряемых импульсов, В | 0,01 до 2 |

В установке использован дифференциальный метод измерения. Минимальная дискретность меры ослабления 0,1 дБ. Диапазон измерения преобразователя отношения прямого действия ± 5 дБ. При нескольких предварительных измерениях общая погрешность может быть существенно снижена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марков А. А. Метод измерения отношения амплитуд импульсов. «Приборы и техника эксперимента», 1959, № 1.
2. Gerald C. Randolph Voltage ratio device. Pat. USA № 2394224, 1960.
3. Вашины Е. Динамика измерительных цепей. «Энергия», 1969.
4. Маграчев З. В. Вольтметры одиночных импульсов. «Энергия», 1967.
5. Стоякина О. В. Образцовый ступенчатый аттенуатор. «Измерительная техника», 1954, № 8.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 621.314.571 : 534.1—9.014.5

А. Б. КУРЗНЕР
ВНИИМ

АНАЛИЗ СПЕКТРОВ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ

Существующие методы спектрального анализа механических колебаний, как правило, сводятся к анализу электрического сигнала, полученного на выходе первичного преобразователя, жестко связанного с колеблющейся механической системой [1, 2]. Широкое распространение этих методов объясняется тем, что они совершенно не связаны с типом преобразователей. В некоторых случаях специфические особенности параметрических преобразователей позво-

ляют использовать их для проведения спектрального анализа [3] преобразуемого ими процесса методом вспомогательной частоты [3, 4, 5].

Рассмотрим в качестве примера использование параметрического вибропреобразователя трансформаторного типа в качестве спектроанализатора. Как известно, выходной сигнал u такого преобразователя пропорционален смещению x чувствительного элемента (массы) от положения равновесия, т. е.

$$u = ku_1x, \quad (1)$$

где k — коэффициент пропорциональности, u_1 — напряжение питания высокой частоты. Если преобразователь установлен на колеблющемся объекте (например, на вибростенде), движение которого описывается некоторой полигармонической функцией, то величина x также будет полигармонической функцией

$$x = \sum_{i=1}^n x_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (2)$$

где x_i , ω_i , φ_i — соответственно амплитуда, частота и фаза i -й составляющей в спектре колебания чувствительности элемента. Следовательно, согласно (1), выходной сигнал высокой частоты преобразователя будет промодулирован по амплитуде согласно закону движения чувствительного элемента. Если амплитуду напряжения питания высокой частоты промодулировать по синусоидальному закону низкой частоты, т. е. задать

$$u_1 = u_0 \sin(\Omega t + \varepsilon),$$

где u_0 — амплитуда питающего напряжения высокой частоты; Ω и ε — частота и фаза модулирующего сигнала, то

$$u = ku_0 \sum_{i=1}^n x_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \sin(\Omega t + \varepsilon).$$

Плавно меняя частоту Ω , можно добиться совпадения ее с одной из частот ω_i . В этом случае на выходе преобразователя получим постоянную составляющую

$$\bar{u} = \frac{1}{2} ku_0 x_i \cos(\varphi_i - \varepsilon). \quad (3)$$

Пробегаая интересующую нас область частот, можно зафиксировать все частоты в спектре механических колебаний по появлению постоянной составляющей. Из (3) видно, что постоянная составляющая максимальна при $\varphi_i = \varepsilon$, т. е. когда косинус обращается в единицу. Плавно меняя фазу модулирующего сигнала и добиваясь максимума постоянной составляющей выходного сигнала, можно зафиксировать фазу колебания на соответствующей частоте. В этом случае амплитуда колебания чувствительного элемента будет равно

$$x_i = \frac{\max(\bar{u})}{\frac{1}{2} ku_0}. \quad (4)$$

Измеренные параметры движения чувствительного элемента преобразователя x_i , ω_i и ψ_i свяжем с параметрами вибрации. Допустим, имеется вибрация

$$y = - \sum_{i=1}^n y_i \sin(\omega_i t + \psi_i), \quad (4)$$

где y_i , ω_i , ψ_i — соответственно амплитуда, частота и фаза i -й составляющей в спектре колебания изучаемого объекта. Для простейшего случая уравнение движения чувствительного элемента преобразователя под действием вибрации будет иметь вид

$$m\ddot{x} + N\dot{x} + Cx = m\ddot{y} = m \sum_{i=1}^n \omega_i^2 y_i \sin(\omega_i t + \psi_i); \quad (5)$$

где m — масса чувствительного элемента; N — коэффициент демпфирования; C — жесткость пружины. Частное решение уравнения (5) имеет вид (2), где



Рис. 1. Функциональная схема анализатора спектра

1 — генератор низкой (вспомогательной) частоты; 2 — фазовращатель; 3 — генератор питания высокой частоты; 4 — модулятор; 5 — параметрический преобразователь; 6 — интегрирующий фильтр; 7 — стрелочный прибор постоянного тока.

$$x_i = \frac{\omega_i^2 y_i}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_i^2)^2 + 4h^2 \omega_i^2}}; \quad (6)$$

$$\varphi_i = \psi_i + \arctg \frac{2h\omega_i}{\omega_i^2 - \omega_0^2}; \quad (7)$$

$h = N/2m$ — затухание; $\omega_0 = \sqrt{C/m}$ — частота свободных колебаний чувствительного элемента. Если параметры преобразователя h и ω_0 известны, то по измеренным

величинам x_i , ω_i и φ_i нетрудно вычислить параметры вибрации. Из (4) и (7) следует

$$y_i = \frac{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_i^2)^2 + 4h^2 \omega_i^2}}{\omega_i^2} x_i = \frac{\max(\bar{u})}{\frac{1}{2} k u_0} \cdot \frac{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_i^2)^2 + 4h^2 \omega_i^2}}{\omega_i^2}; \quad (8)$$

$$\psi_i = \varphi_i - \arctg \frac{2h\omega_i}{\omega_i^2 - \omega_0^2}. \quad (9)$$

В силу линейности уравнения (5) частоты в спектре вибрации и в спектре колебания чувствительного элемента совпадают.

Функциональная схема анализатора спектра с использованием параметрического преобразователя представлена на рис. 1.

Модулирующее свойство параметрического преобразователя может быть использовано для измерения коэффициента нелинейных искажений — клирфактора. Рассмотрим в качестве примера вибростенд, на котором требуется получить гармоническое колебание

$$y = y_* \sin(\omega_* t + \psi_*).$$

Однако такую форму колебания практически получить трудно из-за искажения питающего привод вибростенда напряжения и нелинейности самого вибростенда. В итоге последний воспроизводит более сложный сигнал

$$y = y_0 \sin(\omega_* t + \psi_*) + \sum_{i=1}^{\infty} y_i \sin(\omega_i t + \psi_i),$$

и движение чувствительного элемента преобразователя описывается следующим образом:

$$x = x_0 \sin(\omega_* t + \varphi_*) + \sum_{i=1}^{\infty} x_i \sin(\omega_i t + \varphi_i). \quad (10)$$

Функциональная схема в этом случае имеет вид, представленный на рис. 2. Измерения производятся следующим образом. Сначала подают на модулятор весь выходной сигнал преобразователя, отключив фильтр 8. Для постоянной составляющей, принимая во внимание (10), получим

$$\begin{aligned} \bar{u}_x &= \overline{k u_1 x k_1 x} = k k_1 u_0 \frac{1}{2} \times \\ &\times \left(x_0^2 + \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \right), \end{aligned}$$

где k_1 — коэффициент передачи.

Затем на модулятор подаем основную частоту и получаем

$$\bar{u}_{x_*} = \overline{k u_1 x k_1 x_*} = k k_1 u_0 \frac{1}{2} x_*^2.$$

Используя полученные результаты, составим соотношение

$$\frac{\bar{u}_x - \bar{u}_{x_*}}{\bar{u}_{x_*}} = \frac{k k_1 u_0 \frac{1}{2} \left(x_0^2 + \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \right) - k k_1 u_0 \frac{1}{2} x_*^2}{k k_1 u_0 \frac{1}{2} x_*^2} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} x_i^2}{x_*^2} = K_x^2, \quad (11)$$

где K_x — коэффициент нелинейных искажений движения чувствительного элемента.

Подставив (6) в (11), получим

$$K_x^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\omega_i^4 y_i^2}{(\omega_0^2 - \omega_i^2)^2 + 4h^2 \omega_i^2} \cdot \frac{(\omega_0^2 - \omega_*^2)^2 + 4h^2 \omega_*^2}{\omega_*^4 y_*^2} \right]. \quad (12)$$

Если параметры преобразователя подобрать таким образом, чтобы выполнялось соотношение

$$\omega_0 \ll \omega_* < \omega_i,$$

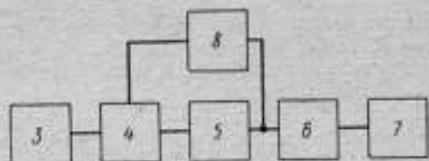


Рис. 2. Функциональная схема измерителя нелинейных искажений
3 — 7 (см. рис. 1); 8 — резонансный фильтр на основную частоту ω_* .

характерное для случая низкочастотного преобразователя, то выражение (12) упрощается и примет вид

$$K_x^2 \approx \sum_{l=1}^{\infty} \frac{y_l}{V_l^2} = K_y^2, \quad (13)$$

где K_y — клирфактор вибростенда.

Следует заметить, что разрешающая способность параметрического преобразователя, используемого в качестве спектрального анализатора, не имеет практических ограничений, так как она определяется только постоянной времени интегрирующей цепочки [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Иорш Ю. И. Виброметрия. Машгиз, 1963.
2. Стопский С. Б. Анализаторы спектра звуковых и инфразвуковых частот для акустической спектрометрии. Госэнергоиздат, 1962.
3. Субботин М. И., Паинов Г. В. Параметрический датчик как спектральный анализатор. «Приборы и системы управления», 1967, № 11.
4. Раевский Н. П. Датчики механических параметров машин. Изд-во АН СССР, 1959.
5. Харкевич А. А. Спектры и анализ. Физматгиз, 1962.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 531.768.01

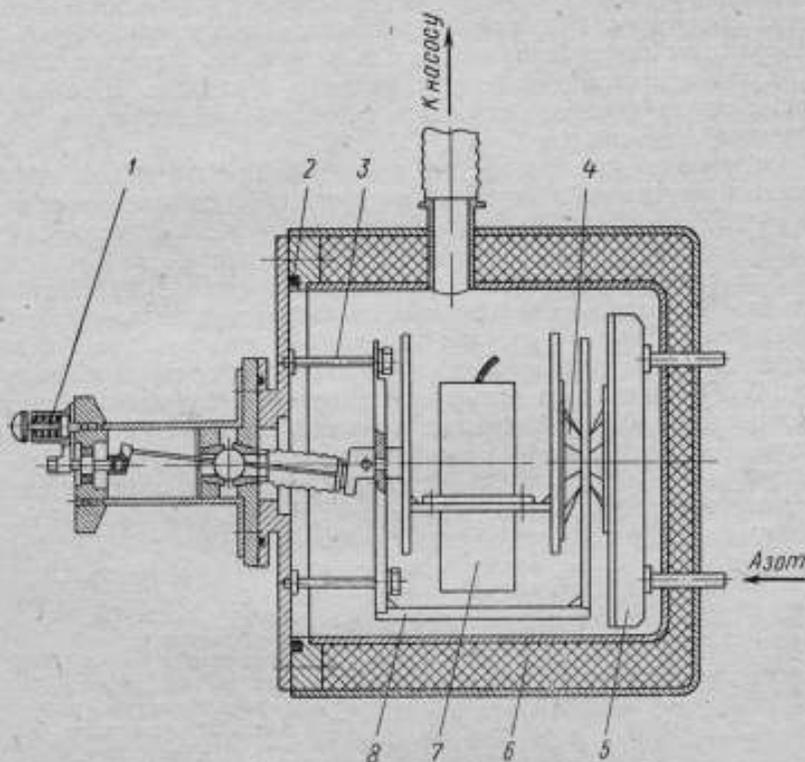
Б. Д. ПАВЛОВ, А. Е. СИНЕЛЬНИКОВ,
И. А. ХМЫРОВ, Н. И. ЧЕРНИКОВА
ВНИИМ

МАЛОГАБАРИТНАЯ ТЕРМОБАРОКАМЕРА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АКСЕЛЕРОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Требования к точности акселерометрических измерительных преобразователей ИП постоянно повышаются и одновременно усложняются условия их работы, которые зависят от целого ряда факторов (температуры, вибрации и др.), изменяющихся в широких диапазонах своих значений. Все это усложняет оценку точностных характеристик акселерометрических ИП тем более, что создать образцовые средства для поверки и градуировки приборов, работающих в условиях, близких к условиям эксплуатации, практически невозможно. В результате основным методом оценки метрологических характеристик ИП оказывается определение погрешностей, вызванных каждой из влияющих величин в отдельности, во всем диапазоне значений измеряемого параметра с дальнейшим нахождением на основе полученных данных суммарной погрешности выполненного измерения. Однако при этом не учитывается корреляция между отдельными частными погрешностями. С этой

точки зрения необходимо экспериментальное определение погрешности прибора при одновременном воздействии хотя бы наиболее существенных влияющих величин, таких как вибрация, температура, вакуум.

Существующие установки универсального типа для воспроизведения температуры, вакуума и других влияющих величин, рас-



Конструктивная схема установки

считанные на проведение климатических испытаний, в силу своих конструктивных особенностей (главным образом больших размеров) не могут использоваться для одновременного задания измеряемой величины.

В связи с этим для решения рассмотренных выше задач применительно к ИП постоянных и низкочастотных линейных ускорений была разработана малогабаритная термобарокамера, конструктивная схема которой представлена на рисунке.

Исследуемый прибор 7 закрепляется на поворотном устройстве 8, помещенном внутри камеры. Устройство 8 позволяет поворачивать

прибор на ряд фиксированных углов по отношению к горизонту и тем самым задавать постоянное ускорение в диапазоне $\pm 1g$. Поворотное устройство при помощи стоек 3 крепится к фланцу термобарокамеры. Шарнирное устройство с сильфоном позволяет поворачивать каретку без нарушения герметичности камеры. Угол поворота каретки фиксируется пружинным фиксатором 1. На фланце расположены герметичные разъемы, через которые осуществляется подвод питания к исследуемому ИП и съем сигнала с него. Кроме того, предусмотрены четыре герметичных вывода для термопар, измеряющих температуру исследуемого прибора. Между корпусом и фланцем расположена герметизирующая прокладка 2. Теплоизоляция между корпусом камеры и рубашкой обеспечивается пенопластовой прокладкой 6.

Охлаждение преобразователя производится с помощью жидкого азота, пропускаемого через теплообменник 5, который закреплен на корпусе камеры. Тепловой контакт ИП и теплообменника осуществляется с помощью двух бронзовых пружин 4.

Для нагрева ИП используются электрические нагреватели, устанавливаемые непосредственно на преобразователь. Для лучшей передачи тепла в условиях вакуума форма нагревателя соответствует форме преобразователя. Контроль температуры исследуемого ИП производится хромель-копелевыми термопарами. Камера соединяется с вакуумным насосом гибким шлангом. Сравнительно малый вес и габариты камеры позволяют устанавливать ее на центрифуги и вибрационные установки, для чего предусмотрены специальные кронштейны.

Основные технические характеристики установки:

| | |
|---|---|
| Диапазон постоянных ускорений: | |
| в пределах $\pm 1g$ | обеспечивается непосредственно термобарокамерой |
| выше $\pm 1g$ | определяется характеристиками стенда, на который устанавливается термобарокамера |
| Диапазон переменных низкочастотных ускорений и высокочастотных виброускорений | определяется характеристиками стендов, на которые устанавливается термобарокамера |
| Расчетное допустимое ускорение для термобарокамеры, g | 5 |
| Диапазон температур, $^{\circ}C$ | от -50 до $+80$ |
| Вакуум, H/m^2 | $10^5 - 1 \cdot 10^{-4}$ |
| Масса, кг | 24 |
| Максимальные габариты приборов, помещаемых в камеру, мм | $70 \times 80 \times 60$ |

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

О ВЛИЯНИИ ПИРОЭФФЕКТА ПРИ
ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Пьезоэлектрические измерительные преобразователи являются наиболее распространенными приборами для измерения изменяющихся во времени механических величин — силы, давления, ускорения и деформации. В качестве пьезоэлектриков при этом используются кварц, турмалин, сегнетова соль, пьезокерамика на основе титанатов, цирконатов и ниобатов бария и свинца, сульфат лития, сульфид кадмия и др. Необходимо отметить, что большая часть пьезоматериалов обладает также пьезоэлектрическими свойствами, т. е. при изменении температуры пьезоматериала создает на электродах электрические заряды [1]. В ряде случаев явление пироэффекта может служить источником значительных погрешностей измерений. На возможность погрешностей от пьезоэлектрических свойств указывается в ряде работ [2, 3, 4], однако указаний о методах определения этих погрешностей в литературе нет.

Известно, что при пьезоэлектрических измерениях должны выполняться условия адиабатичности работы пьезоэлемента [2], т. е. отсутствия теплообмена пьезоэлемента с окружающей средой и деталями конструкции преобразователя. Практически условие адиабатичности выполняется при измерении параметров быстро изменяющихся во времени процессов, когда продолжительность изменения измеряемой величины в десятки и сотни раз меньше продолжительности процесса теплообмена. Нарушение условий адиабатичности имеет место при измерении медленно изменяющихся процессов (обычно с длительностью порядка 0,1 с и более).

Для получения количественных оценок сопоставим величину пьезо- и пироэффектов в пьезоэлектриках и рассмотрим причины и закономерности теплообмена пьезоэлементов с окружающей средой или деталями конструкции преобразователя.

Соотношение пьезо- и пироэффектов можно получить из выражения [1]

$$\frac{q_i}{s_i} = d_{i1}\sigma_1 + d_{i2}\sigma_2 + d_{i3}\sigma_3 + d_{i4}\sigma_4 + d_{i5}\sigma_5 + d_{i6}\sigma_6 + \kappa_i\theta, \quad (1)$$

где q_i — электрический заряд на гранях пьезопластины, перпендикулярных оси i ($i = 1, 2, 3$ и соответствует осям x, y и z прямоугольной системы координат); s_i — площадь грани пьезоэлемента, перпендикулярной оси i ; $d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{i6}$ — пьезомодули; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — напряжения растяжения — сжатия вдоль осей x, y и z соответственно (растяжение — положительное напряжение); $\sigma_4, \sigma_5, \sigma_6$ — сдвиговые напряжения (уменьшение углов zy, zx и xy — положительный сдвиг), деформирующие плоскости, перпендикулярные

осям x, y и z — соответственно; χ_i — пьезоэлектрическая постоянная, соответствующая оси i ; v — изменение температуры пьезоэлемента.

Относительно величин σ_k ($k = 1, 2, \dots, 6$) необходимо сделать следующие пояснения. В выражении (1) величины σ_k описывают изменение напряжений в пьезоэлементе относительно первоначального уровня.

Вследствие изменения напряжений изменяется и температура пьезоэлементов. Изменение температуры в случае отсутствия теплообмена пьезоэлемента со средой (адиабатический процесс) автоматически учитывается пьезомодулями d_{ik} . Однако при наличии теплообмена температура пьезоэлемента отличается от адиабатической. Это отличие описывается величиной θ .

Для реального преобразователя уравнения (1) принимает более простой вид. Так, в случае измерения силы, ускорения или деформации в пьезопластине часто возникает лишь один из компонентов σ_k , а остальные равны нулю. При измерении давления p в жидкости или газе в пьезопластине может быть получено $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = p$; $\sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = 0$.

Будем считать, что измерению подлежит давление p , которое в реальном преобразователе создает либо одномерное напряжение растяжения — сжатия или сдвига, либо многомерное напряженное состояние пьезоэлемента.

Явление пьезоэффекта охарактеризуем условным пьезомодулем $d_{i\Sigma}$, который для реального преобразователя означает либо один из d_{ik} , либо $d_{i1} + d_{i2} + d_{i3}$.

При этом (1) примет вид

$$q_i = s_i (d_{i\Sigma} p + \chi_i \theta).$$

Очевидно, относительной погрешностью измерения давления вследствие наличия пьезоэффекта можно назвать величину

$$\delta_i = \frac{q_i(\theta) - q_i(0)}{q_i(0)} = \frac{\chi_i}{d_{i\Sigma}} \cdot \frac{\theta}{p}, \quad (2)$$

значение которой определяется как свойствами пьезоэлектрика (множитель $\chi_i/d_{i\Sigma}$), так и теплофизическими характеристиками системы пьезоэлемент — среда (множитель θ/p).

Величину $\chi_i/d_{i\Sigma}$ можно вычислить по соответствующим литературным данным.

Температура пьезоэлементов может изменяться по отношению к адиабатической под влиянием:

— притока к пьезоэлементу тепла от внешних источников (лучистый теплообмен или неустойчивость температуры окружающей среды);

— действие внутренних источников тепла, обусловленного неодинаковым изменением температуры пьезоэлемента и окружающих его среды и деталей конструкции при изменении в них давления p .

Влияние лучистого теплообмена можно исключить с помощью защитных экранов. Нестабильность температуры окружающей среды или деталей конструкции может быть уменьшена конструктивными мерами: термостатированием или использованием для деталей конструкций, находящихся в контакте с пьезоэлементом, материалов с малой теплопроводностью.

Если нестабильность температуры окружающей среды или деталей не удается уменьшить ниже θ_0 , приходится ограничивать предел измеряемой величины в соответствии с формулой (2)

$$p \geq \frac{\sigma_{\text{д}}}{d_{\text{д}}} \cdot \frac{\theta_0}{\delta_{\text{д}}}, \quad (3)$$

где $\sigma_{\text{д}}$ — допустимая погрешность от влияния пирозффекта.

Такое ограничение необходимо вводить только при измерении процессов, происходящих значительно медленнее теплообмена пьезоэлемента с окружающими материалами.

Аналогичное ограничение может быть получено и для преобразователей силы, ускорения и деформации, поскольку в них пьезоэлемент подвергается давлению, пропорциональному измеряемой величине.

Чтобы оценить погрешности, обусловленные внутренними источниками тепла, рассмотрим пьезоэлектрический измерительный преобразователь давления, установленный в газообразной, жидкой или твердой среде.

Пусть при $t < 0$ давление p и температуры пьезоэлемента T и среды θ имеют значения $p = 0$, $T = \theta = T_0$.

При $t \geq 0$ давление имеет значение p , а температуры пьезоэлемента и среды изменяются в соответствии с уравнением состояния каждого из материалов. При адиабатическом процессе температура изменяется пропорционально давлению [5]

$$\begin{aligned} T_{\text{а}} - T_0 &= -\lambda p; \\ \theta_{\text{а}} - T_0 &= -\lambda' p; \end{aligned} \quad (4)$$

где $T_{\text{а}}$ и $\theta_{\text{а}}$ — адиабатические температуры пьезоэлемента и среды, соответствующие давлению p ; λ и λ' — адиабатические температурные коэффициенты пьезоэлемента и среды.

Знаки (—) в правых частях равенств (4) обусловлены тем, что за положительное давление принято растяжение.

Коэффициенты λ и λ' могут быть выражены через характеристики материалов следующим образом [5]:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\alpha}{\rho c} T_0; \\ \lambda' &= \frac{\alpha'}{\rho' c'} T_0. \end{aligned} \quad (5)$$

где α , ρ , c и α' , ρ' , c' — соответственно температурный коэффициент объемного расширения, плотность и удельная теплоемкость пьезоэлемента и среды.

Вследствие различия характеристик материалов пьезоэлемента и среды температуры T_a и θ_a не одинаковы. Разность их, согласно (4) и (5), составляет

$$\theta_a - T_a = - \left(\frac{\alpha'}{\rho' c'} - \frac{\alpha}{\rho c} \right) T_a p.$$

Наличие разности температур вызывает процесс теплообмена, вследствие которого температура пьезоэлемента изменяется по отношению к его температуре при адиабатическом процессе на величину

$$\theta = T - T_a,$$

где T — текущая температура пьезоэлемента при теплообмене.

Если процесс $p(t)$ по продолжительности значительно превышает теплообмен, а общая теплоемкость среды значительно больше теплоемкости пьезоэлемента, то пьезоэлемент в процессе теплообмена охлаждается (или нагревается) до температуры среды $T = \theta_a$.

При этом $\theta = \theta_a - T_a$ и выражение (2) принимает вид

$$\delta_i = \delta_{i \max} = \frac{\kappa_i}{d_{iZ}} (\lambda - \lambda'). \quad (6)$$

Зависимости (3), (5) и (6) позволяют произвести количественные оценки влияния неустойчивости температуры окружающей среды и температурных изменений при воздействии давления на погрешность измерений для случая, когда измеряемый процесс развивается намного медленнее процесса теплообмена. Как показывают вычисления, эти влияния в ряде случаев вызывают погрешности, значительно превышающие измеряемую величину.

При измерении процесса $p(t)$, продолжительность которого сравнима с длительностью выравнивания температур путем теплообмена, погрешности уменьшаются. Чтобы определить степень снижения погрешностей и меры борьбы с ними, рассмотрим развитие процесса теплообмена во времени в наиболее простой постановке задачи. Предположим, что температуры среды θ и пьезоэлемента T в любой момент времени одинаковы для всех точек каждого из материалов. Это соответствует условию идеальной теплопроводности материалов, при которой градиент температур не возникает. Предположим также, что теплообмен на границе пьезоэлемент — среда происходит так, что коэффициент теплоотдачи β не зависит от времени и координат поверхности пьезоэлемента.

В такой постановке задача теплообмена рассматривается в элементарной теории тепловой инерции тел [6].

Дифференциальное уравнение изменения температуры тела во времени составляется на основе учета зависимости приращения dQ теплосодержания тела за время dt от приращения температуры тела от T до $T - dT$ с учетом теплоотдачи на границе тело — среда

$$dQ = -CdT = \beta S(T - \theta) dt,$$

где $C = \rho c V$ — теплоемкость тела; V и S — объем и поверхность тела соответственно.

Дифференциальное уравнение имеет вид

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} - \frac{\theta}{\tau} = 0, \quad (7)$$

где

$$\tau = \frac{\rho c}{\beta} \cdot \frac{V}{S}. \quad (8)$$

При начальных условиях $T = T_n$ и $\theta = \theta_n$ при $t = 0$ решение уравнения (7) примет вид

$$T = \left(T_n + \frac{\int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}} \theta(t) dt}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (9)$$

На основании этого выражения могут быть оценены погрешности или нижний предел измеряемого давления p для случая неустойчивости температуры среды θ , если вид и другие параметры функции $\theta(t)$ известны.

Рассмотрим два вида функции $\theta(t)$.

1. Пусть

$$\theta(t) = \theta_n + \theta_{\max} \sin \omega t, \quad (10)$$

где θ_n — начальная температура (при $t = 0$); θ_{\max} — амплитуда гармонических колебаний температуры среды; ω — круговая частота колебаний температуры среды.

При этом из (9) можно найти закон изменения температуры пьезоэлемента относительно его начальной температуры

$$T - T_n = \theta_n - T_n - \left(\theta_n - T_n - \frac{\omega \tau \theta_{\max}}{1 + \omega^2 \tau^2} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\theta_{\max}}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \sin(\omega t - \gamma), \quad (11)$$

где

$$\gamma = \arctg \omega \tau. \quad (12)$$

Как видно из (11), температура пьезоэлемента изменяется в течение некоторого времени $t \leq 3\tau$ по закону, отличающемуся от (10). По окончании этого переходного режима температура пьезоэлемента изменяется по гармоническому закону. Амплитуда колебаний уменьшается в $\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}$ раз, а фаза — на угол γ .

Следовательно, в установившемся режиме при $\theta_n = T_n = T_0$ изменение температуры пьезоэлемента подчиняется зависимости

$$\theta = \theta_{\omega} \sin(\omega t - \gamma),$$

где $\theta_{\omega} = \frac{\theta_{\max}}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$ — амплитуда температурных колебаний пьезоэлемента на частоте ω .

Вместо формулы (3) можно записать выражение для нижнего предела измеряемого давления, учитывающее тепловую инерцию и частоту изменения температуры среды

$$\rho \geq \frac{\alpha_i}{d_{i2}} \cdot \frac{\theta_{\max}}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \cdot \frac{1}{\delta_{i2}} \quad (13)$$

2. Пусть температура среды изменяется во времени линейно

$$\theta(t) = \theta_n \left(1 + \frac{t}{t_0}\right).$$

Тогда из выражения (9) можно найти, что температура пьезоэлемента изменяется относительно начальной следующим образом:

$$T - T_n = \theta_n - T_n - \left(\theta_n - T_n - \theta_n \frac{\tau}{t_0}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_n \frac{t - \tau}{t_0}. \quad (14)$$

При установившемся режиме, когда $t \gg \tau$ и $\theta_n = T_n$, температура пьезоэлемента изменяется во времени с той же скоростью, что и температура среды. Нестабильность температуры среды в этом случае также приводит к необходимости ограничения нижнего предела измеряемых давлений, которое может быть вычислено из (3) и (14).

Рассмотрим примеры, иллюстрирующие влияние процесса теплообмена в случае, когда температура среды изменяется только под воздействием давления.

Вычисления показывают, что погрешности незначительны при $|\lambda'| \approx |\lambda|$ и существенны при $|\lambda'| \gg |\lambda|$. В последнем случае основной причиной изменения температуры пьезоэлемента является теплообмен, так как изменением температуры пьезоэлемента от воздействия давления можно пренебречь.

При произвольной зависимости давления от времени изменение температуры пьезоэлемента во времени можно вычислить из выражения (9), в котором необходимо принять $\theta(t) = \theta_n(t)$, а для определения $\theta_n(t)$ использовать второе равенство зависимостей (4).

Найдем выражения для оценок погрешностей в двух случаях зависимости $p(t)$ — гармонической и скачка давления.

1. Если давление изменяется по гармоническому закону $p = p_{\max} \sin \omega t$, то для вычисления изменения температуры пьезоэлемента можно использовать зависимость (11), в которой необходимо принять

$$\begin{aligned} \theta_n &= T_n = T_0; \\ \theta_{\max} &= \theta_n - T_n = (\lambda - \lambda') p_{\max}. \end{aligned} \quad (15)$$

В установившемся режиме температура пьезоэлемента отстает по фазе от давления на угол γ , определяемый выражением (12), и имеет амплитуду колебаний

$$\theta_{\omega} = \frac{(\lambda - \lambda') p_{\max}}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}.$$

Если рассматривать только амплитуду изменения температуры, то погрешность от влияния пирозффекта составит

$$\delta_{i\omega} = \frac{\kappa_i}{d_{i\Sigma}} \cdot \frac{\lambda - \lambda'}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}, \quad (16)$$

В случае измерения однократного полусинусоидального процесса для вычисления изменения температуры пьезоэлемента необходимо применять полное выражение (11) с учетом сдвига фазы (12) при условиях (15).

2. Пусть зависимость давления от времени имеет вид скачка

$$p = 0 \text{ при } t < 0;$$

$$p = p_0 \text{ при } t \geq 0.$$

В этом случае в момент $t = 0$ температуры пьезоэлемента и среды также изменяются скачкообразно и составляют

$$T_n = T_n;$$

$$\theta_n = \theta_n.$$

Развитие теплообмена во времени при этом может быть определено из выражений (11) и (10), в которых необходимо принять $\theta_{\max} = 0$.

Таким образом

$$\theta = T - T_n = (\theta_n - T_n) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \quad (17)$$

$$\delta_i = \delta_{i\max} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (18)$$

где $\delta_{i\max} = \frac{\kappa_i}{d_{i\Sigma}} (\lambda - \lambda')$ — максимальная погрешность, имеющая место при измерении скачка давления для моментов времени $t \gg \tau$.

Найдем числовые значения $\delta_{i\max}$ и τ для характерных случаев применения пьезоэлектрических преобразователей. Из пьезоматериалов, применяющихся в практике измерений, рассмотрим пьезокерамику, турмалин и сульфат лития; измерение скачка давления производится в одной из следующих сред: воздух, трансформаторное масло, вода, эпоксидачная смола и сталь.

Расчеты приводятся для двух размеров пьезоэлементов: $3 \times 3 \times 1$ и $10 \times 10 \times 2$ мм³. Необходимые для расчета значения величин, входящих в выражения (18), (6), (5) и (8), сведены в табл. 1. Большая часть их получена из литературных источников [1, 6, 7—11].

Значения удельных теплоемкостей пьезоэлектриков вычислены по методике, рекомендуемой в работе [11].

Пирозлектрическая постоянная пьезокерамики приводится по данным измерений.

Величина $d_{i\Sigma}$ для пьезокерамики соответствует d_{33} , для турмалина $2d_{31} + d_{33}$ и для сульфата лития $d_{31} + d_{32} + d_{33}$.

Характеристики материалов

Таблица 1

| Материал | $\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м ³ | $c \cdot 10^{-3}$, Дж/(кг·град) | $\alpha \cdot 10^{-5}$, 1/град | β , В/м ² ·град | $\gamma_{12} \cdot 10^3$, Кл/Н | $\mu \cdot 10^3$, Кл/м ² ·град |
|--|---|-------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|---|
| Пьезокерамика $Ba_{0,93}Ca_{0,07}TiO_3$ | 5,6 | 0,46 | 4,0 | — | 80 | —110 |
| Турмалин | 3,1 | 1,0 | 1,6 | — | 2,44 | 3,9 |
| Сульфат лития | 2,05 | 1,38 | 4,1 | — | 14,5 | 77 |
| Воздух | 0,0012 | 1,0 | 370 | 5,8 | — | — |
| Трансформатор- ное масло | 0,96 | 2,1 | 70 | 290 | — | — |
| Вода | 1,0 | 4,2 | 20 | 460 | — | — |
| Эпоксидная смола без наполни- теля | 1,1 | 2,5 | 6,0 | — | — | — |
| Эпоксидная смола с кварцевой му- кой | 2,0 | 0,84 | 2,0 | — | — | — |
| Дюралюминий | 2,7 | 0,92 | 6,6 | — | — | — |
| Сталь | 7,8 | 0,46 | 3,6 | — | — | — |

Коэффициенты теплоотдачи даны как средние из диапазона значений для спокойного воздуха и жидкостей с границами $\pm 50\%$ от среднего [6]. Результаты вычислений δ_{max} и τ приведены в табл. 1, из которой видно, что наибольших погрешностей можно ожидать при измерении давлений в воздухе.

При измерении в жидкостях эти погрешности меньше, хотя для некоторых из жидкостей (например, масло) они могут быть значительными. Расчеты показывают также, что пьезоэлементы, имеющие контакт по всей поверхности с твердой средой, незначительно изменяют температуру по отношению к адиабатической, так как в этом случае $\lambda' \approx \lambda$. Погрешности, возникающие от влияния пирозффекта, в этих случаях не должны превышать 1—2% даже при регистрации процессов с длительностью порядка нескольких секунд.

Интересной особенностью результатов расчета является различие в знаках $\delta_{\text{из}}$ для некоторых комбинаций пьезоэлемент—среда (см. табл. 2). Отсюда следует, что возможен такой подбор материалов, имеющих контакт с пьезоэлементом, при котором погрешность от влияния пирозффекта может быть сведена к нулю даже для весьма сильных пирозлектриков. Это подтверждает имеющийся в табл. 2 пример для комбинаций пьезокерамика—эпоксидная смола и сульфат лития—эпоксидная смола. Чтобы погрешности от влияния пирозффекта при измерении давления в газах и жидкостях не превышали допустимой величины, необходимо ограничивать длительность измеряемых процессов.

Таблица 2

Расчетные значения $\delta_{\text{гм}}$ и τ

| Среда | Пьезокерамика | | | Турмалин | | | Сульфат лития | | |
|------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| | $\delta_{\text{гм}} \%$ | $\tau, \text{с}$ | | $\delta_{\text{гм}} \%$ | $\tau, \text{с}$ | | $\delta_{\text{гм}} \%$ | $\tau, \text{с}$ | |
| | | $3 \times 3 \times 1$ мм | $10 \times 10 \times 2$ мм | | $3 \times 3 \times 1$ мм | $10 \times 10 \times 2$ мм | | $3 \times 3 \times 1$ мм | $10 \times 10 \times 2$ мм |
| Воздух | $1,2 \times 10^6$ | 130 | 310 | $-1,4 \times 10^6$ | 160 | 380 | $-4,9 \times 10^6$ | 140 | 340 |
| Трансформаторное масло | 13 | 2,6 | 6,3 | -16 | 3,2 | 7,6 | -51 | 2,8 | 6,7 |
| Вода | 1,3 | 1,7 | 4,0 | -2,0 | 2,0 | 4,8 | -5,2 | 1,8 | 4,3 |
| Эпоксидная смола без наполнителя | 0,3 | — | — | -0,8 | — | — | -1,2 | — | — |
| Эпоксидная смола с кварцевой мукой | -0,1 | — | — | -0,3 | — | — | 0,4 | — | — |
| Дюралюминий | 0,5 | — | — | -1,0 | — | — | -1,9 | — | — |
| Сталь | -0,2 | — | — | -0,2 | — | — | +0,7 | — | — |

В табл. 3 приведены результаты вычислений по формуле (18) верхних пределов измерения скачков давления при допустимой погрешности от пирозффекта не более 0,5%.

Таблица 3

Расчетные значения максимальной длительности (в с) скачка давления при $\delta_{\text{г}} = 0,5\%$

| Среда | Пьезокерамика | | Турмалин | | Сульфат лития | |
|------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| | $3 \times 3 \times 1$ мм | $10 \times 10 \times 2$ мм | $3 \times 3 \times 1$ мм | $10 \times 10 \times 2$ мм | $3 \times 3 \times 1$ мм | $10 \times 10 \times 2$ мм |
| Воздух | $0,5 \times 10^{-3}$ | $1,3 \times 10^{-3}$ | $0,6 \times 10^{-3}$ | $1,4 \times 10^{-3}$ | $0,15 \times 10^{-3}$ | $0,35 \times 10^{-3}$ |
| Трансформаторное масло | 0,09 | 0,22 | 0,10 | 0,24 | 0,033 | 0,08 |
| Вода | 0,82 | 2,0 | 0,58 | 1,40 | 0,18 | 0,43 |

Для гармонического процесса $p(t)$ в установившемся режиме по формуле (16) могут быть вычислены нижние пределы частоты при заданной допустимой погрешности от пирозффекта.

Результаты вычислений для $\delta_{\text{г}} = 0,5\%$ приведены в табл. 4.

Из табл. 3 и 4 следует, что при измерении давления в воздухе ограничения весьма существенны. Практически вследствие конечной теплопроводности материалов теплообмен происходит более медленно. Кроме того, пьезоэлемент обычно защищается от среды слоем материала, что также способствует увеличению постоянной времени теплообмена, поэтому ограничения по длительности и частоте существенно снижаются.

Расчетные значения нижних пределов частот (в Гц) гармонического процесса $p(t)$ при $\delta_T = 0,5\%$

| Среда | Пьезокерамика | | Турмалин | | Сульфат лития | |
|------------------------|---------------|---------------|-------------|---------------|---------------|---------------|
| | 3×3×1 мм | 10×10×2 мм | 3×3×1 мм | 10×10×2 мм | 3×3×1 мм | 10×10×2 мм |
| Воздух | 300 | 130 | 300 | 130 | 1150 | 470 |
| Трансформаторное масло | 1,6 | 0,7 | 1,6 | 0,7 | 5,8 | 2,4 |
| Вода | 0,23 | 0,1 | 0,31 | 0,13 | 0,9 | 0,4 |

На основании табл. 1 с помощью формулы (13) могут быть вычислены также нижние пределы давлений на разных частотах, обусловленные нестабильностью температуры среды.

Для примера укажем, что при нестабильности температуры около $0,01^\circ\text{C}$ и допустимой погрешности $0,5\%$ минимальные давления при $\omega t = 0$ составляют для пьезокерамики $25 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$, для турмалина $30 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ и для сульфата лития $100 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$. При $\omega t = 10$ эти величины снижаются в 10 раз.

Рассмотренные примеры и оценки показывают, что влияние пирозффекта в ряде случаев весьма существенно.

В соответствии с изложенной методикой могут быть проанализированы и другие практически важные случаи измерений. Так, например, если преобразователь акселерометра на основе пьезокерамики или другого пьезоэлектрика рассматривать как тело, находящееся в среде (воздух, вода) с нестабильной температурой, то проявление этой нестабильности в виде погрешности от пирозффекта может быть найдено подобно оценке (13).

Изложенные физические представления об источниках и закономерностях проявления погрешностей от влияния пирозффекта были подвергнуты экспериментальной проверке для случая измерения скачка давления.

В опытах применялся гидравлический пресс, в котором давление от некоторого уровня ($10^6 - 4 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$) в течение 10^{-2} с скачком изменялось до атмосферного давления. В качестве рабочей жидкости использовались вода и трансформаторное масло. Были проведены также опыты в камере давления с воздухом при скачках давления до $(0,2-1) \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$.

Электрические заряды от пьезоэлементов измерялись как с помощью электрометрической осциллографической аппаратуры с входным сопротивлением $2 \cdot 10^{12} \text{ Ом}$ и электронной разверткой до 8 с, так и с помощью электрометра типа СГ-1М. В последнем случае для измерения времени применялся секундомер.

Испытанию подвергались преобразователи давления с кварцевыми, пьезокерамическими, турмалиновыми и сульфат-литиевыми пьезоэлементами размерами $3 \times 3 \times 1$; $6 \times 6 \times 1,6$; $10 \times 10 \times 2$ и

15×15×3 мм (далее l обозначает размер квадрата). Пьезоэлементы защищались от внешней среды слоем эпоксидного компаунда различной толщины Δ . Во всех опытах утечка электрических зарядов за счет электропроводности отсутствовала. Преобразователи из кварца, как не обладающие пирозффектом, являлись контрольными.

Электронметр СГ-1М обладает инерционностью показаний около 1с, поэтому его показания $n(t)$ экстраполировались от $t = 1$ с к мо-

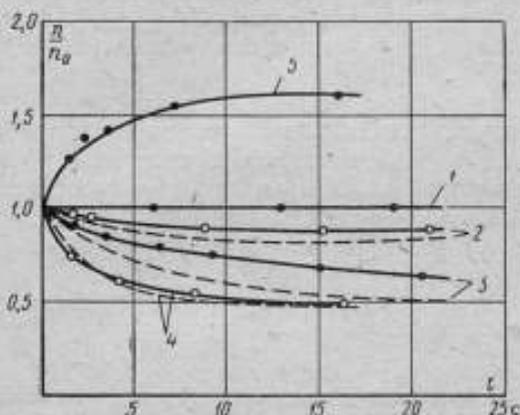


Рис. 1. Влияние пирозффекта пьезоэлементов при измерении скачка давления в трансформаторном масле

1 — кварц ($l = 10$ мм, $\Delta/l = 0,1$); 2 — турмалин ($l = 3$ мм; $\Delta/l = 0,25$); 3 — сульфат лития ($l = 10$ мм, $\Delta/l = 0,15$); 4 — сульфат лития ($l = 3$ мм, $\Delta/l = 0,13$); 5 — пьезокерамика $\text{Ba}_{0,43}\text{Pb}_{0,57}\text{Nb}_2\text{O}_8$ ($l = 3$ мм, $\Delta/l = 0,17$); — экспериментальные данные; - - - расчетные

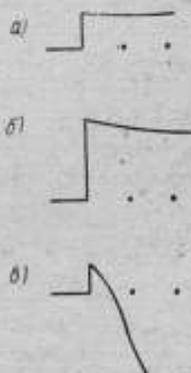


Рис. 2. Типичные осциллограммы скачка давления при измерении преобразователями из сульфата лития (между точками 2 с)

а — в воде при $l = 3$ мм, $p_0 = 25 \cdot 10^5$ Н/м²; б — в трансформаторном масле при $l = 10$ мм, $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Н/м²; в — в воздухе при $l = 10$ мм, $p_0 = 0,5 \cdot 10^5$ Н/м²

менту возникновения скачка давления $t = 0$, для которого находилось значение $n_0 = n(0)$.

На рис. 1 приведены результаты измерений в виде кривых $\frac{n(t)}{n_0} = \frac{q_t(t)}{q_t(0)} = 1 + \delta_t$ для скачка давления в трансформаторном масле.

На рис. 2 приведены типичные осциллограммы скачка давления в воде, трансформаторном масле и воздухе, полученные с помощью сульфат-литиевых преобразователей.

Экспериментальные данные подтвердили характер зависимостей (9), (10) и (7), полученных на основании элементарной теории тепловой инерции тел.

В тех случаях, когда реальные условия опыта в наибольшей мере отвечают допущениям элементарной теории тепловой инерции тел, наблюдается также удовлетворительное количественное согласие расчетных и экспериментальных данных (кривые 2 и 4 на рис. 1 — для пьезоэлементов малых размеров $l = 3$ мм и с малой толщиной защитного покрытия из эпоксидной смолы). При значительных размерах пьезоэлементов ($l = 10$ мм и более), по-видимому, имеет место влияние конечной теплопроводности пьезоэлектриков и возрастание постоянной времени теплообмена.

Соответствующие экспериментальные кривые лежат выше расчетных (кривые 3 на рис. 1).

Экспериментально установлено, что знак и величина скачка давления, а также емкость, подключаемая параллельно преобразователю, не влияют на параметры $S_{\text{емк}}$ и τ кривых $p(t)/p_0$. Эти данные также находятся в полном соответствии с изложенными физическими представлениями о механизме проявления пироэффекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кэди У. Пьезоэлектричество и его практическое применение. Изд-во иностр. лит. 1949.
2. Коул Р. Подводные взрывы. Изд-во иностр. лит., 1950.
3. Макушкин В. П. Мишуев А. В. Сферические титанат-баритовые приемники давления воздушных ударных волн. «Акустический журнал», 1959, т. 5, вып. 1.
4. Сиванн И. Б. Измерение пьезоэлектрическими датчиками медленно изменяющихся механических величин. Сб. «Экспериментальные исследования инженерных сооружений», вып. III, Лен. обл. Совет НТО, 1964.
5. Леонтович М. А. Введение в термодинамику. Изд. МГУ, 1952.
6. Кондратьев Г. М. Тепловые измерения. Машгиз, 1957.
7. Техническая энциклопедия. Справочник физических, химических и технологических величин. Изд-во «Советская энциклопедия» т. 5, 1930.
8. Вештап Р. Elastic and Piezoelectric Coefficients of Lithium Sulfate Monohydrate. Proc. Phys. Soc. 1952, v. 65.
9. Smith C. S., Landon H. H. Thermal Expansion of $\text{Li}_2\text{SO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$. Phys. Rev. 1949, v. 75.
10. Омельченко С. И. Эпоксидные смолы, Киев, Гостехиздат, 1962.
11. Справочник химика. Госхимиздат, т. 1, 1962.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КРИСТАЛЛА СУЛЬФАТА ЛИТИЯ МОНОГИДРАТА В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

Пьезоэлектрические измерительные преобразователи (*ИП*) широко применяются для измерения параметров быстроизменяющихся механических процессов — давления, ускорения, деформации, скорости распространения волны и т. д. Характеристики *ИП* в большой степени определяются свойствами применяемых в них пьезоэлектриков величиной пьезомодулей, диэлектрической проницаемостью, прочностью, стабильностью характеристик, стоимостью, распространенностью сырья. В отдельных случаях важны также акустическая жесткость, соотношение между пьезомодулями, чувствительность к гидростатическому давлению, величина пирозффекта и др.

Многие из отмеченных свойств удачно сочетаются в кристаллическом кварце, который часто используется в пьезоэлектрических *ИП*. Однако в ряде случаев применение кварца ограничивается малой величиной его пьезомодулей и отсутствием чувствительности к гидростатическому давлению.

Высокие значения пьезомодулей, достаточная прочность и низкая стоимость пьезокерамики обусловили широкое использование ее в *ИП*. Однако невысокая стабильность этих свойств (изменение со временем, температурой, давлением и т. д.) заставляет искать другие, высокоактивные и стабильные пьезоэлектрики. В пьезоэлектрических *ИП* применяются также турмалин, сегнетова соль, дигидрофосфат аммония, сульфид кадмия и другие материалы, изготовление которых освоено в последние годы.

Рассмотрим свойства и особенности мало применяющегося в *ИП* искусственного пьезоэлектрика — сульфата лития, который по величине пьезомодулей и некоторым другим свойствам превосходит многие из перечисленных пьезоматериалов.

Сульфат лития $\text{Li}_2\text{SO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ изучался многими исследователями. Первые публикации о его свойствах относятся к 1912 и 1915 гг. [1, 2]. Вопросы выращивания крупных кристаллов освещены в работах Робинса [3] и Позднякова [4, 5]. В СССР выращивание и обработка крупных кристаллов, пригодных для изготовления пьезоэлектрических *ИП*, производится с 1957 г.

Пьезоэлектрические свойства сульфата лития измерялись Гибе и Шейбе [6], Шпитгером [7], Жаффе [8], Мэзоном [9] и Бехманом [10]. Справочные сведения о пьезосвойствах сульфата лития, основанные на данных Мэзона [9] и Бехмана [10], приводятся в ряде монографий, справочников и обзорных статей [11—16]. Результаты

измерений, выполненных рядом авторов, критически проанализированы Бехманом [10 и 13]; в этих работах указывается также, что различия в значениях коэффициентов вызваны применением различной взаимной ориентации кристаллографических осей и прямоугольной системы координат.

В отечественной литературе для описания свойств сульфата лития используется преимущественно система координат Бехмана [10], отличающаяся от стандарта IRE [17].

В системе координат, принятой Бехманом, сульфат лития имеет значения постоянных: плотность — 2052 кг/м^3 ; модули гибкости s_{ik} (в $10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}$) при 20° C [10]: $s_{11} = 22,9$; $s_{12} = -5,4$; $s_{13} = -7,5$; $s_{15} = -2,1$; $s_{22} = 22,5$; $s_{23} = -4,6$; $s_{25} = -8,3$; $s_{33} = 22,8$; $s_{35} = 6,3$; $s_{44} = 71,3$; $s_{46} = -1,4$; $s_{55} = 64,0$; $s_{66} = 36,1$; пьезоэлектрические модули d_{ik} (в пКл/Н) при 20° C [10]: $d_{14} = -3,86$; $d_{15} = -3,10$; $d_{21} = -0,18$; $d_{22} = 16,3$; $d_{23} = -1,73$; $d_{25} = -7,13$; $d_{34} = -1,03$; $d_{36} = 1,1$; диэлектрические проницаемости ϵ_{im} при 25° C по данным [13], пересчитанным в систему координат Бехмана: $\epsilon_{11} = 6,5$; $\epsilon_{13} = -0,2$; $\epsilon_{23} = 10,3$; $\epsilon_{33} = 5,7$; коэффициенты теплового расширения α_{im} (в $10^{-6}/^\circ \text{ C}$) по данным [18], пересчитанным в систему координат Бехмана: $\alpha_{11} = 15,1$; $\alpha_{13} = -3,3$; $\alpha_{23} = 27,5$; $\alpha_{33} = -1,7$.

Зависимость величин s_{ik} и d_{ik} от температуры исследовалась Мэзоном [9] и Бехманом [10].

Пироэлектрические свойства сульфата лития измеряли Хаяши [1], Акерман [2], Гладкий и Желудев [19], Новик [20]. Согласно данным [1] и [2], которые использованы также для справочных изданий [21], [22], пироэлектрическая постоянная при температуре 20° C составляет $p = 77,3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2 \cdot ^\circ \text{ C}$. К этому значению близки данные работ [1, 19]. В работе [20] приводится в 2,5 раза большая величина пироэлектрической постоянной, что автор объясняет более совершенной методикой измерений. Жаффе [8] произвел оценку величины вторичного пироэлектрического эффекта в полном пироэффекте, она составляет $21 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2 \cdot ^\circ \text{ C}$. Если сравнить пиро- и пьезоэффекты сульфата лития, то видно, что нагревание кристалла на один градус эквивалентно по электрическому заряду растяжению вдоль оси y на $4,75 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$.

Электропроводность и твердость сульфата лития изучалась Гуревичем и Желудевым [23]. Из зависимостей электропроводности от температуры, приведенных в [23], можно найти значения удельных объемных сопротивлений при 20° C вдоль осей x , y и z , которые равны соответственно $1 \cdot 10^{13}$, $1,3 \cdot 10^{11}$ и $5 \cdot 10^{11} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

При влажности 60—70% поверхностная проводимость сульфата лития в 6—10 раз больше объемной. Электрическая прочность кристалла по всем осям не менее 10^7 В/м .

В работе [23] сообщается также о величинах микротвердости кристалла сульфата лития, измеренных методом Хрущева—Берковича с помощью алмазной пирамиды с квадратным основанием. Получены следующие значения этой величины: вдоль осей x , y и z

соответственно: 17,55, 48,90 и 26,40 кгс/мм² ($172 \cdot 10^6$, $480 \cdot 10^6$ и $259 \cdot 10^6$ Н/м²).

В справочных таблицах [11] приводится также значение критического механического напряжения для сульфата лития при растяжении, равное $3,45 \cdot 10^7$ Н/м².

По данным Позднякова [5], сульфат лития может терять кристаллизационную воду при нагревании до температур выше 105° С. При нагревании в вакууме обезвоживания не происходит. Сульфат лития плохо растворим в воде, причем при повышении температуры его растворимость уменьшается.

Отметим некоторые особенности сульфата лития. Как линейный монокристаллический пьезоэлектрик он обладает свойственной монокристаллам стабильностью свойств и в этом отношении имеет существенные преимущества перед пьезокерамикой. По величине пьезомодуля он превосходит турмалин в 9 раз, кварц в 7,1 раза и сульфид кадмия — в 1,6 раза, уступая пьезокерамике типа ЦТС-19 в 16 раз. Коэффициент преобразования сульфата лития по напряжению в режиме холостого хода превышает тот же показатель пьезокерамики ЦТС-19 в 9 раз, турмалина — в 6,2 раза, кварца — в 3,1 раза и сульфида кадмия — в 1,6 раза.

Сульфат лития обладает высокой чувствительностью к гидростатическому давлению; в то же время он чувствителен к изменению температуры. По акустической жесткости он более близок к воде и полимерам, чем другие материалы.

Эти свойства открывают большие возможности для применения сульфата лития в пьезоэлектрических ИП быстропротекающих механических процессов — давления, ускорения, деформации и др. К основным недостаткам его можно отнести небольшую прочность на растяжение и ограниченный верхний предел диапазона рабочих температур.

Рассмотрим особенности практического применения сульфата лития на примере использования его в преобразователях давления при измерении ударных волн в воде и воздухе. Широко известно применение для измерения ударных давлений таких пьезоэлектриков, как турмалин [24, 25], кварц [26], пьезокерамика [12, 27].

При измерении ударных волн в воде применяются главным образом преобразователи с пьезопластинами из турмалина, при измерении в воздухе используется кварц и пьезокерамика. Основным недостатком всех указанных преобразователей является их малый коэффициент преобразования по напряжению и связанная с этим необходимость увеличения размеров пьезоэлементов при измерении малых давлений. Это в свою очередь приводит к увеличению динамических погрешностей вследствие соизмеримости размеров ИП с длиной волны измеряемого процесса. По конструкции ИП давлений на основе сульфата лития аналогичен турмалиновым преобразователям [24, 25]. Особенностью его конструкции является необходимость специальной взаимной ориентации двух, четырех или более пьезопластин.

Требование определенной взаимной ориентации пьезопластин можно обосновать следующим образом. В общем случае в пьезоэлектрике на одной из трех пар взаимно перпендикулярных граней возникает заряд, являющийся суммой пьезозарядов каждого из шести компонентов тензора напряженного состояния — трех нормальных напряжений сжатия — растяжения и трех сдвиговых напряжений. При измерении ударных давлений положительную информацию несут только заряды от нормальных напряжений, а сдвиговые напряжения вызывают заряды, искажающие результат измерения.

Исключить влияние сдвиговых напряжений можно двумя способами — выбором конструкции преобразователя и компенсацией зарядов от сдвиговых напряжений в одной пьезопластине зарядами

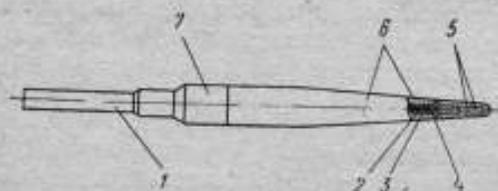


Рис. 1. Конструктивная схема сульфатлитиевого ИП давления

другого знака от тех же напряжений в другой. При применении двух взаимно ориентированных пьезопластин удастся скомпенсировать действие лишь двух сдвиговых напряжений. При применении четырех пьезопластин можно компенсировать пьезозаряды от всех трех сдвиговых напряжений. Для каж-

дого конкретного пьезоэлектрика и выбранного среза может быть подобрана необходимая взаимная ориентация. Поскольку пластины y -среза сульфата лития обладают лишь одним сдвиговым пьезомодулем d_{23} , то для компенсации действия напряжения сдвига в плоскости xz достаточно применить всего лишь две пьезопластины, сложенные вместе гранями, одноименными по знаку заряда при сжатии вдоль оси y , и ориентированные так, чтобы их оси x (или z) были параллельны или антипараллельны.

На рис. 1 приведена конструктивная схема сульфатлитиевого ИП давления.

Антивибрационный кабель 1 марки АВК с подпаянным проводником 2 типа ПЭЛШО диаметром 0,2 мм вставляется в отверстие инъекционной иглы 3, которое предварительно заполняется эпоксидным компаундом 4 следующего состава: эпоксидная смола ЭД-5 — 100, дибутилфталат — 10 и полиэтиленполиамин — 10 в. ч.

К игле 3 и проводнику 2, выступающему из иглы на 2 мм, подпаявается блок 5 из четного числа пластин сульфата лития y -среза. Блок, игла и наконечник 7 покрываются тонким слоем эпоксидного компаунда 6. В разработанных ИП использовались от двух до восьми и более пьезопластин одного из следующих размеров: $0,5 \times 0,5 \times 0,15$; $1,5 \times 1,5 \times 0,3$; $3 \times 3 \times 0,5$; $6 \times 6 \times 0,8$; $10 \times 10 \times 1,0$ или $15 \times 15 \times 1,5$ мм.

Преобразователи с двумя пьезопластинами имеют коэффициенты преобразования от 7,2 до 6500 аКлм²/Н*, что в шесть раз превышает коэффициент преобразования турмалиновых ИП таких же размеров. Эти ИП применялись для измерения давлений в ударных волнах как в воде, так и в воздухе. При этом фронт ударной волны обтекает пьезоэлементы за 0,35—10 мкс в воде и 1,5—45 мкс в воздухе. Максимальные длительности регистрируемых процессов достигают около 0,2 с, ограничивающим фактором при этом является влияние пирозффекта и нарушение адиабатичности работы пьезопластин.

Нижний предел рабочего диапазона измеряемых давлений ограничивается коэффициентом преобразования ИП и чувствительностью регистрирующей аппаратуры, а верхний — линейностью зависимости заряд — давление и прочностью.

Для оценки нижнего предела рабочего диапазона необходимо задаться минимальным значением длины кабеля от пьезопластин до электрометрического каскада регистрирующей аппаратуры и обусловленной этим емкостью нагрузки для преобразователя C и минимальным напряжением V , которое может быть зарегистрировано с помощью осциллографа с фотоприставкой без значительных помех. Пусть $C = 100$ пФ и $V = 0,01$ В, тогда нижние пределы измеряемых давлений для ИП с двумя пьезопластинами каждого из шести указанных выше размеров составляют от 0,14 МН/м² до 150 Н/м². Преобразователь, содержащий четыре пары пьезопластин размерами 15×15×1,5 мм, позволяет измерять давления от 40 Н/м².

В области высоких давлений проверена линейность ИП при статических давлениях в жидкости до 60 МН/м² и при динамических давлениях в ударных волнах в воде до 2 ГН/м². Установлено, что показания преобразователей линейны до 0,1 ГН/м² с погрешностью до ±3% при статических измерениях и ±7% — при динамических измерениях. При динамических давлениях выше 0,1 ГН/м² обнаружена нелинейность зависимости заряд — давление.

Температурные характеристики сульфатлитиевых преобразователей определялись как по литературным данным, так и по результатам экспериментов. Из данных Бехмана [10] следует, что чувствительность сульфатлитиевых пьезоэлементов к гидростатическому давлению должна уменьшаться на 0,23% при увеличении температуры на 1°С.

Эксперименты, выполненные с серией ИП разных размеров, показали, что температурная зависимость коэффициента преобразования находится в пределах 0,12—0,27% /°С для диапазона температур от —20 до +20°С, что согласуется с данными Бехмана.

Экспериментальное исследование динамических свойств преобразователей показало необходимость применения четного числа пьезопластин в одном преобразователе и существенную зависимость динамических погрешностей от взаимной ориентации пьезопластин.

* Единица аКл — аттокулон·10⁻¹⁸ Кл.

На рис. 2 приведены осциллограммы, иллюстрирующие малую величину динамических погрешностей турмалиновых и сульфатлитиевых преобразователей с правильной взаимной ориентацией двух пьезопластин.

Динамические погрешности всех пьезоэлектрических ИП существенно зависят от выбранной схемы конструкции и качества изготовления всех элементов. Основные требования к конструкции — однородность и близость между собой и со средой свойств всех материалов (пьезопластина, корпус, заливочный компаунд, проводники), отсутствие пустот и раковин, обтекаемость, малые размеры. Наилучшим образом они удовлетворяются в конструкции

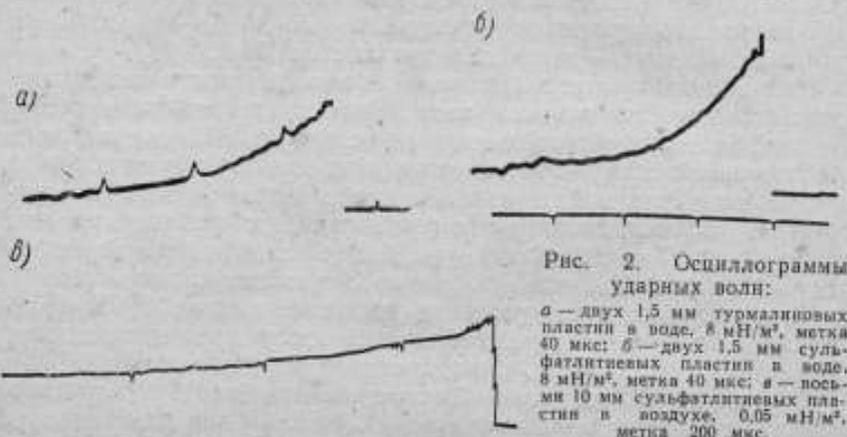


Рис. 2. Осциллограммы ударных волн:

а — двух 1,5 мм турмалиновых пластин в воде, 8 мН/м², метка 40 мкс; б — двух 1,5 мм сульфатлитиевых пластин в воде, 8 мН/м², метка 40 мкс; в — восьми 10 мм сульфатлитиевых пластин в воздухе, 0,05 мН/м², метка 200 мкс.

типа [25], по принципу которой могут быть изготовлены самые миниатюрные преобразователи.

Приведенные результаты исследования свойств сульфатлитиевых преобразователей давления иллюстрируют практическую эффективность применения искусственного пьезоэлектрика — сульфата лития, обладающего высоким значением пьезомодулей и удовлетворительными электрическими и механическими свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hayashi F., Akasi S. Diss, Göttingen, 1912.
2. Ackermann W. Beobachtungen über Pyroelektrizität in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur, Annalen der Physik, B. 46, 1915.
3. Robinson A. E. The Growth of Large Crystals of Ammonium Dihydrogen Phosphate and Lithium Sulphate. Discussion of the Faraday Society, 1949, № 5.
4. Поздняков П. Г. Авт. свид. № 96229. «Бюллетень изобретений», 1953, № 11.
5. Поздняков П. Г. Выращивание кристаллов сульфата лития. «Кристаллография», 1956, т. 1.
6. Giebe E. und Scheibe A. Eine einfache Methode zum qualitativen Nachweis der Piezoelektrizität von Kristallen. Zeitschrift für Physik, 1925, v. 33.

7. Spitzer F. Neuere Synthetische piezoelectrische Kristalle in der Elektroakustik und Hochfrequenztechnik, Arch. elektr. Übertrag., 1951, v. 5.
8. Jaffe H. Primary and Secondary Pyroelectric Effect in Lithium Sulfate Monohydrate. Phys. Rev., 1949, v. 75, № 10.
9. Мэзон У. Пьезоэлектрические кристаллы и их применение в ультразвуке. Изд-во иностр. лит., 1952.
10. Vechman R. Elastic and Piezoelectric Coefficients of Lithium Sulphate Monohydrate, Proceedings of the Physical Society, 1952, v. 65.
11. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике. Изд-во иностр. лит., 1956.
12. Макушкин В. П., Мишурев А. В. Сферические титанат-бариевые приемники давления воздушных ударных волн. «Акустический журнал» 1959, т. 5, вып. 1.
13. Landolt-Börnstein. Zahlenwerte and Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik and Technik, sechste auflage, 11 Band, Eigenschaften des Materie in ihren agregatzuständen, 6 teil, electricische eigenschaften, Berlin, 1959.
14. Brown C. S., Kell R. C., Taylor R., Thomas L. A. Piezoelectric Materials, The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 1962, v. 109, № 43.
15. Cady W. G. Piezoelectricity, v. 1 and 2, New York, Dover, 1964.
16. Физическая акустика. Под редакцией У. Мэзона, т. 1, часть А. «Мир», 1966.
17. IRE Standart on Piezoelectric Crystals, Proc. IRE, 1949, v. 37, N 9.
18. Smith C. S., Landon H. H. Thermal Expansion of $\text{Li}_2\text{SO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$. Phys. Rev., 1949, v. 75.
19. Гладкий В. В., Желудев И. С. О методике и результатах исследования пьезоэлектрических свойств некоторых монокристаллов. «Кристаллография», 1965, т. 10, вып. 1.
20. Новик В. К. Пьезоэлектрические свойства некоторых кристаллов. «Кристаллография», 1965, т. 10, вып. 1.
21. International Critical Tables of Numerical Data Physics, Chemistry and Technology. First Edition, v. 6, McGraw-Hill Book Com. New York, 1929.
22. Техническая энциклопедия. Справочник физических, химических и технологических величин. 1930, т. 5.
23. Гуревич В. М., Желудев И. С. Анизотропия электропроводности монокристалла сульфата лития. «Кристаллография», 1960, т. 5, вып. 5.
24. Коул Р. Подводные взрывы. Изд-во иностр. лит., 1950.
25. Синани И. Б. Из опыта конструирования пьезоэлектрических приборов для измерения вибрации. «Знание», 1964.
26. Соколик А. И., Станиславский А. И. Двухканальный пьезоэлектрический измеритель давлений ПИД-9, ПНТ и ПО, тема 34, филиал ВИНТИ, 1957.
27. Зайцев С. Г. Об измерении быстроменяющихся давлений. «Приборы и техника эксперимента», 1958, № 6.

ГРАДУИРОВКА НЕЛИНЕЙНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ
СИСТЕМ 2-го ПОРЯДКА

В ряде случаев из теоретических соображений можно принять, что измерительная система имеет уравнение вида

$$\bar{f}_0(y)y'' + \bar{f}_1(y)y' + \bar{f}_2(y) = x. \quad (1)$$

Тогда задачей градуировки является определение неизвестных функций $\bar{f}_0, \bar{f}_1, \bar{f}_2$. В частном случае, при $\bar{f}_0 = a_0, \bar{f}_1 = a_1, \bar{f}_2 = a_2y$ имеем линейную измерительную систему, описываемую уравнением

$$a_0y'' + a_1y' + a_2y = x. \quad (2)$$

При определении коэффициентов a_0, a_1, a_2 обычно ограничиваются измерением статических характеристик $\bar{f}_2(y) = x, a_2y = x$. Для линейных систем существует множество методик определения этих коэффициентов [1, 2], для нелинейных же систем эти вопросы разработаны мало [3].

При решении задачи градуировки применительно к уравнению (1) можно рассуждать так. Подавая на вход сигнал $x(t)$ и регистрируя $y(t)$, можно вычислить производные $y'(t), y''(t)$. Затем надо исключить время $t = t(y)$ посредством известного из эксперимента равенства $y = y(t)$, полученного из функций $y''(t), y'(t), x(t)$. Для произвольного i -го эксперимента это дает три известные функции, зависящие от y

$$y''[t_i(y)]; y'[t_i(y)]; x[t_i(y)]. \quad (3)$$

Если провести три эксперимента и получить три различные функции (3), а затем подставить их в уравнение (1), то получим систему из трех уравнений с тремя искомыми $\bar{f}_0(y), \bar{f}_1(y), \bar{f}_2(y)$ в качестве неизвестных ($i = 1, 2, 3$)

$$\bar{f}_0(y)y''[t_i(y)] + \bar{f}_1(y)y'[t_i(y)] + \bar{f}_2(y) = x[t_i(y)]. \quad (4)$$

Решая систему (4), можно определить $\bar{f}_0, \bar{f}_1, \bar{f}_2$, например

$$\bar{f}_0(y) = \frac{\begin{vmatrix} x[t_1(y)] & y'[t_1(y)] & 1 \\ x[t_2(y)] & y'[t_2(y)] & 1 \\ x[t_3(y)] & y'[t_3(y)] & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y''[t_1(y)] & y'[t_1(y)] & 1 \\ y''[t_2(y)] & y'[t_2(y)] & 1 \\ y''[t_3(y)] & y'[t_3(y)] & 1 \end{vmatrix}} \quad (5)$$

Аналогично, по правилу Крамера, получают функции $\bar{f}_1(y), \bar{f}_2(y)$. По-видимому, это простейшая из возможных методик; она распространяется на нелинейные системы высокого порядка, если уравнения содержат неизвестные функции только одной переменной.

Как уже говорилось для реализации этого метода необходимо провести три различных эксперимента (по числу неизвестных функций). Для этого нужно, во-первых, выбрать три разных входных воздействия $x(t)$ так, чтобы определитель системы (4), стоящий в знаменателе выражения (5), не был равен нулю и, во-вторых, чтобы все девять известных функций (3) были определены в интересующем нас диапазоне изменения y (для этого достаточно, чтобы выходные процессы $y(t)$ были найдены в указанном диапазоне). Эти требования принципиально обеспечивают реализацию метода, предоставляя в то же время большую свободу в выборе трех $x(t)$. Более жестким является выбор оптимального в смысле точности определения f_0, f_1, f_2 сочетания трех $x(t)$. При прочих равных условиях оптимальным будет такое сочетание, которое обеспечивает минимальное значение определителя системы (4), так как в этом случае получается наилучшая ее обусловленность.

С помощью этой методики можно проверить правильность выбора вида уравнения измерительной системы (1). Для этого нелинейные функции f_0, f_1, f_2 , определенные по результатам трех экспериментов, следует подставить в (4), включив туда же результаты произвольного четвертого (избыточного) эксперимента. Если при этом равенство удовлетворится (с достаточной точностью), то вид уравнения выбран правильно.

Конкретизируем рассмотренную методику применительно к ударным методам градуировки (например, для ударных акселерометров).

Вариантов переходных процессов может быть очень много; рассмотрим частный случай, имеющий существенное практическое значение, когда $x(t)$ определить невозможно, а имеется возможность регистрировать только $Y(t)$.

Подадим на вход измерительной системы ударное возмущение $x_1(t)$ и зарегистрируем ответ $Y_1(t)$ после снятия входного удара $x_1(t)$, т. е. при $x_1(t) = 0$. Затем подадим другое ударное возмущение $x_2(t)$ и после окончания его ($x_2(t) = 0$) зарегистрируем $Y_2(t)$. Поведение $Y_1(t)$ и $Y_2(t)$ характеризуется уравнением

$$f_0(Y) Y'' + f_1(Y) Y' + f_2(Y) = 0 \quad (6)$$

или

$$\frac{f_0(Y)}{f_2(Y)} Y'' + \frac{f_1(Y)}{f_2(Y)} Y' = -1. \quad (7)$$

Обозначим $\varphi_0(Y) = f_0/f_2$ и $\varphi_1(Y) = f_1/f_2$, тогда система уравнений (4) примет вид

$$\varphi_0(y) Y_1''[t_1(y)] + \varphi_1(y) Y_1'[t_1(y)] = -1; \quad (8)$$

$$\varphi_0(y) Y_2''[t_2(y)] + \varphi_1(y) Y_2'[t_2(y)] = -1.$$

Условием, накладываемым на оба удара, является

$$\begin{vmatrix} Y_1'[t_1(y)] & Y_1'[t_1(y)] \\ Y_2'[t_2(y)] & Y_2'[t_2(y)] \end{vmatrix} \neq 0.$$

Уравнения (8), как и рассмотренный частный случай в целом, определяет только отношения функций f_0/f_2 и f_1/f_2 . Если есть возможность определить статическую характеристику

$$\bar{f}_2(Y) = x, \quad (9)$$

то задача полностью решена. Таким образом, знание статической характеристики измерительной системы позволяет при эксперименте ограничиться регистрацией свободных движений выходной величины (результата измерения) без регистрации входной величины $x(t)$.

Мы еще вернемся к вопросу о том, как находить входную величину $x(t)$ для любых видов переходных процессов и тем самым определять все нелинейные функции f_0, f_1, f_2 , а пока рассмотрим, какие преимущества имеют рассматриваемые нелинейные методики для линейных измерительных систем.

Для линейной измерительной системы вида (2) уравнения (4) имеют вид

$$\begin{aligned} a_0 Y_1'' [t_1(y)] + a_1 Y_1' [t_1(y)] + a_2 Y_1 [t_1(y)] &= x_1 [t_1(y)]; \\ a_0 Y_2'' [t_2(y)] + a_1 Y_2' [t_2(y)] + a_2 Y_2 [t_2(y)] &= x_2 [t_2(y)]; \\ a_0 Y_3'' [t_3(y)] + a_1 Y_3' [t_3(y)] + a_2 Y_3 [t_3(y)] &= x_3 [t_3(y)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Под $x_i [t_i(y)]$, $Y_i [t_i(y)]$ по-прежнему понимаются различные удары или участки одного удара, удовлетворяющие условию

$$\begin{vmatrix} Y_1''(t_1) & Y_1'(t_1) & Y_1(t_1) \\ Y_2''(t_2) & Y_2'(t_2) & Y_2(t_2) \\ Y_3''(t_3) & Y_3'(t_3) & Y_3(t_3) \end{vmatrix} \neq 0. \quad (11)$$

Принципиально достаточно взять по одной точке (Y_1'', Y_1', Y_1, x), соответствующей фиксированному моменту времени t_i каждого из трех переходных процессов (всего 12 чисел) и вычислить три величины: a_0, a_1, a_2 . Можно, наоборот, взять четыре точки (Y'', Y', Y, x) при трех значениях времени из одного только переходного процесса и вычислить a_0, a_1, a_2 . Но тогда информация, которую несут остальные точки, будет утрачена. Для повышения точности определения a_0, a_1, a_2 следует взять n точек (в пределе — все точки кривых переходных процессов) и составить n уравнений. Далее целесообразно применить к ним метод наименьших квадратов, т. е. рассматривать n уравнений, как условные, возвести их в квадрат, суммировать n , дифференцируя сумму по a_0, a_1 и a_2 , получить в результате три нормальных уравнения с тремя неизвестными. Суммирование можно заменить интегрированием. Рассмотрим это подробнее. Допустим, для периода одного удара $0 < t < T$ известны $x(t), Y(t), Y'(t), Y''(t)$. Возведя в квадрат уравнение $a_0 Y'' + a_1 Y' + a_2 Y - x = \delta$, получим

$$\begin{aligned} \delta^2(t) &= a_0^2 (Y'')^2 + a_1^2 (Y')^2 + a_2^2 Y^2 + x^2 + 2a_0 a_1 Y' Y'' + \\ &+ 2a_0 a_2 Y Y'' - 2a_0 Y'' x + 2a_1 a_2 Y Y' - 2a_1 Y' x - 2a_2 Y x \end{aligned}$$

и, проинтегрировав по t в интервале $[0, T]$, найдем

$$\begin{aligned} \Delta^2(a_0, a_1, a_2) = & \int_0^T \delta^2(t) dt = a_0^2 \int_0^T (Y')^2 dt + a_1^2 \int_0^T (Y'')^2 dt + \\ & + a_2^2 \int_0^T Y^2 dt + 2a_0 a_1 \int_0^T Y' Y'' dt + 2a_0 a_2 \int_0^T Y Y' dt - 2a_0 \int_0^T Y' x dt + \\ & + 2a_1 a_2 \int_0^T Y Y' dt - 2a_1 \int_0^T Y' x dt - 2a_2 \int_0^T Y x dt + \int_0^T x^2 dt. \end{aligned}$$

Затем составим нормальные уравнения

$$\begin{aligned} 2a_0 \int_0^T Y'^2 dt + 2a_1 \int_0^T Y' Y'' dt + 2a_2 \int_0^T Y Y' dt &= 2 \int_0^T Y' x dt; \\ 2a_0 \int_0^T Y' Y'' dt + 2a_1 \int_0^T Y''^2 dt + 2a_2 \int_0^T Y' Y' dt &= 2 \int_0^T Y' x dt; \\ 2a_0 \int_0^T Y Y' dt + 2a_1 \int_0^T Y Y' dt + 2a_2 \int_0^T Y^2 dt &= 2 \int_0^T Y x dt; \end{aligned}$$

$$\left(\text{из } \frac{\partial}{\partial a_0} = 0; \frac{\partial}{\partial a_1} = 0; \frac{\partial}{\partial a_2} = 0 \right). \quad (12)$$

Здесь девять интегралов, составляющих известные коэффициенты системы, должны быть получены предварительно из $x(t)$ и $Y(t)$. Хотя получить систему (12) сравнительно сложно (ее решение труда не представляет), она дает возможность наиболее полно использовать результаты эксперимента и получить наиболее точные значения градуировочных коэффициентов a_0, a_1, a_2 .

До сих пор задача решалась для условий, когда $Y(t)$ и $x(t)$ можно регистрировать. Для условий, когда $x(t)$ невозможно регистрировать, был рассмотрен лишь частный случай с предварительно известной статической характеристикой. Обычно $x(t)$ регистрировать невозможно, и для получения информации об $x(t)$ надо применять измерительную систему с известным уравнением (образцовый прибор). Тогда если с помощью образцового прибора можно определить $x(t)$, то уравнение градуируемого прибора может иметь вид, аналогичный приведенному. Пусть уравнение образцового прибора имеет вид

$$f_0^0(u) \frac{d^2 u}{dt^2} + f_1^0(u) \frac{du}{dt} + f_2^0(u) = x. \quad (13)$$

При одновременном воздействии произвольного удара $x(t)$ на градуируемый и образцовый приборы на выходе их можно зарегистрировать сигналы $Y(t)$ и $u(t)$.

Теперь ставится задача определения нелинейных функций $f_0(Y)$, $f_1(Y)$ и $f_2(Y)$ из уравнения (1) по известным сигналам $Y(t)$ и $u(t)$ градуируемого и образцового прибора и известному уравнению образцового прибора.

Решение содержит два этапа. На первом этапе определяется $x(t)$ по $u(t)$ из уравнения образцового прибора. Для уравнения (13) необходимо вычислить

$$x(t) = f_0^0[u(t)] \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + f_1^0[u(t)] \frac{du(t)}{dt} + f_2^0[u(t)]. \quad (14)$$

Причем с заданным графиком или таблицей функции $u(t)$ надо проделать все операции, указываемые равенством (14), включая взятие сложных функций $f_i^0[u(t)]$, дифференцирование $u(t)$ по времени, умножение и сложение.

Затем, когда $x(t)$ становится известной, все делается по правилам, изложенным выше. Это распространяется и на линейные измерительные системы. Очевидно, что добавление помехи $n(t)$ к $x(t)$ на входе не влияет на точность результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов О. Н. О динамических свойствах измельчительного агрегата с замкнутым циклом. «Цветные металлы», 1963, № 4.
2. Тихонов О. Н. Задача экспериментального определения уравнений нелинейных объектов. Изв. вузов СССР. «Горный журнал», 1968, № 1.
3. Тихонов О. Н. Решение задач по автоматизации процессов обогащения в металлургии. «Недра», 1969.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 534.322.3 : 519.272.1

Е. Д. КОЛТИК, Е. И. КОРОВКИН, В. П. ПИАСТРО, Р. В. ЯРАЛОШВИЛИ
ВНИИМ

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ КОРРЕЛЯЦИОННОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗЫ В ШУМАХ

Методы корреляционного анализа широко применяются в различных областях вибрационных измерений.

Особый интерес представляет измерение фазового сдвига при наличии помех. Остановимся сначала на общих положениях, лежащих в основе корреляционного метода измерения сдвига фаз между двумя гармоническими сигналами в присутствии помехи.

Обозначим интересующие нас сигналы $x_1(t)$ и $x_2(t)$. В идеальном случае

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{x}_1(t) &= A \sin(\omega t + \varphi_1); \\ \overset{\circ}{x}_2(t) &= A \sin(\omega t + \varphi_2), \end{aligned} \quad (1)$$

где A — амплитуда гармонического сигнала; ω — частота; $\omega t + \varphi_1$ и $\omega t + \varphi_2$ — фазы сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$; $\overset{\circ}{x}_1(t)$ и $\overset{\circ}{x}_2(t)$ — центрированные значения сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$.

Запишем корреляционную функцию сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в соответствии с общепринятыми определениями [1] для стационарных эргодических центрированных сигналов

$$R_{x_1, x_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \overset{\circ}{x}_1(t) \overset{\circ}{x}_2(t + \tau) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T A \times \\ \times \sin(\omega t + \varphi_1) A \sin[\omega(t + \tau) + \varphi_2] dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{4T} \int_{-T}^T \cos(\varphi_1 - \\ - \varphi_2 - \omega\tau) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{4T} \int_{-T}^T \cos(2\omega t + \omega\tau + \varphi_1 + \varphi_2) dt. \quad (2)$$

В последней части равенства (2) второе слагаемое

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{4T} \int_{-T}^T \cos(2\omega t + \omega\tau + \varphi_1 + \varphi_2) dt$$

равно нулю, как среднее значение центрированной периодической функции. Корреляционная функция после интегрирования имеет вид

$$R_{x_1, x_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{4T} \int_{-T}^T \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \omega\tau) dt = \\ = \frac{A^2}{2} \cos(\Delta\varphi - \omega\tau), \quad (3)$$

где $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ — искомый сдвиг фаз.

Отсюда

$$\Delta\varphi - \omega\tau = \arccos \frac{2R_{x_1, x_2}(\tau)}{A^2}.$$

Очевидно, что, задав $\tau = 0$, определим искомый сдвиг фаз

$$\Delta\varphi = \arccos \frac{2R_{x_1, x_2}(0)}{A^2}. \quad (4)$$

Формула (4) является основной при корреляционном методе измерения фазы.

Предполагая теперь наличие шумов в реальных гармонических воздействиях, рассмотрим несколько упомянутых выше случаев.

Примем модель «зашумленных» сигналов такой структуры, когда предполагается, что шумы в каждом из каналов являются аддитивными, независимыми, широкополосными, эргодическими и центрированными. Кроме того, полезный сигнал находится внутри частотного диапазона шума или очень близко с ним граничит. В противном случае очень хорошие результаты дают методы обычного фильтрования.

Для этого случая

$$\overset{\circ}{x}_1(t) = A \sin(\omega t + \varphi_1) + h_1(t);$$

$$\overset{\circ}{x}_2(t) = A \sin(\omega t + \varphi_2) + h_2(t),$$

где $h_1(t)$ и $h_2(t)$ — аддитивные помехи в каналах первого и второго сигналов.

Определим корреляционную функцию при $\tau = 0$:

$$\begin{aligned}
 R_{x_1, x_2}(0) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{4T} \int_{-T}^T A^2 \cos \Delta \varphi dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T A \sin(\omega t + \\
 &+ \varphi_1) h_2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T A \sin(\omega t + \varphi_2) h_1(t) dt + \\
 &+ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T h_1(t) h_2(t) dt.
 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь первое слагаемое — измеряемое истинное значение $R_{x_1, x_2}(0)$, остальные теоретически равны нулю: второе и третье равны нулю в силу некоррелированности гармонического сигнала с шумом, а четвертое — в связи с отсутствием связи между шумами, оговоренной в постановке задачи.

Однако практически из-за ограниченности интервала интегрирования T и наличия аппаратных погрешностей эти слагаемые принимают некоторые конечные значения, порядок которых можно оценить для определенных конкретных соотношений величиной $\Delta R_{x_1, x_2}(0)$.

Тогда

$$\Delta \varphi^* = \arccos \frac{[R_{x_1, x_2}(0) - \Delta R_{x_1, x_2}(0)]}{\frac{A^2}{2}}. \quad (6)$$

Изменим в структуре предыдущего случая одну деталь. Положим, что шумы коррелированы между собой и

$$R_{h_1, h_2}(\tau) = \sigma_{h_1} \sigma_{h_2} e^{-\alpha \tau},$$

что выражается в появлении дополнительного ненулевого слагаемого в выражении

$$\Delta \varphi^* = \arccos \frac{R_{x_1, x_2}(0) - \sigma_{h_1} \sigma_{h_2} e^{-\alpha \tau} - \Delta R'_{x_1, x_2}(0)}{\frac{A^2}{2}}. \quad (7)$$

Нетрудно показать, что это слагаемое может быть сведено к пренебрежимо малому значению путем увеличения τ до значения, при котором экспонента $e^{-\alpha(\tau - \alpha)}$ спадет. Это обеспечивается с помощью сдвигающего устройства корреляционного фазометра, используемого для временного сдвига одного из сигналов на отрезки, соответствующие 360° сдвигу фазы одного из анализируемых сигналов. Признаком «устранения» указанного слагаемого является прекращение уменьшения ординаты корреляционной функции при дальнейшем сдвиге на 360° . Этот способ в дальнейшем будем называть методом декорреляции.

Рассмотрим случай, когда помехой в одном из каналов является паразитная периодическая наводка, а в другом — широкополосный шум. Тогда

$$\begin{aligned}x_1(t) &= A \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + B \sin(\omega_2 t + \varphi_2); \\x_2(t) &= A \sin(\omega_1 t + \varphi_2) + h_2(t).\end{aligned}\quad (8)$$

Корреляционная функция этих сигналов

$$\begin{aligned}R_{x_1, x_2}(0) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T A^2 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \sin(\omega_1 t + \varphi_2) dt + \\&+ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T A \sin(\omega_1 t + \varphi_1) h_2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T B \sin(\omega_2 t + \\&+ \varphi_2) h_2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T AB \sin(\omega_1 t + \varphi_2) \sin(\omega_2 t + \varphi_2) dt\end{aligned}\quad (9)$$

состоит из четырех слагаемых, из которых первое является полезным, второе и третье равны нулю в силу некоррелированности шума с чистой гармоникой, а четвертое равно нулю при условии, что $\omega_1 \neq \omega_2$ — в силу ортогональности гармонических сигналов различных частот. При $\omega_1 = \omega_2$ эффект детектирования полезного сигнала уменьшается. Однако и в этом случае корреляционный метод приносит определенную пользу, сводя к нулю второе и третье слагаемое, т. е. влияние шума.

Если в обоих каналах действуют гармонические и шумовые помехи

$$\begin{aligned}x_1(t) &= A \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + h_1(t) + B \sin(\omega_3 t + \varphi_3); \\x_2(t) &= A \sin(\omega_1 t + \varphi_2) + h_2(t) + B \sin(\omega_4 t + \varphi_4),\end{aligned}\quad (10)$$

то корреляционная функция принимает вид

$$\begin{aligned}R_{x_1, x_2}(0) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{4T} \int_{-T}^T A^2 \cos \Delta \varphi dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T A \sin(\omega_1 t + \\&+ \varphi_1) h_2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T AB \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \sin(\omega_4 t + \varphi_4) dt + \\&+ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T A \sin(\omega_1 t + \varphi_2) h_1(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T AB \sin(\omega_1 t + \\&+ \varphi_2) \sin(\omega_3 t + \varphi_3) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T B \sin(\omega_3 t + \varphi_3) h_2(t) dt + \\&+ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T h_1(t) h_2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T B \sin(\omega_3 t + \varphi_3) h_1(t) dt + \\&+ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T B^2 \sin(\omega_3 t + \varphi_3) \sin(\omega_4 t + \varphi_4) dt.\end{aligned}\quad (11)$$

Здесь второе, четвертое и шестое слагаемые равны нулю. Седьмой интеграл равен нулю при условии некоррелированности шумов в каналах. При связанных шумах следует использовать описанный выше прием декорреляции. При $\omega_3 \neq \omega_4 \neq \omega_1$ третье, пятое и девятое слагаемые также равны нулю. При $\omega_3 = \omega_4$ появляется погрешность из-за ненулевого значения девятого слагаемого, однако в силу параболической характеристики корреляционного преобразования большие значения амплитуд подчеркиваются, а малые ослабляются. Поэтому

$$\frac{A^2}{B^2} > \frac{A}{B} \text{ при } A \gg B.$$

Если $\omega_3 = \omega_4 = \omega_1$, отношение сигнал—помеха при корреляционном преобразовании также несколько улучшается, хотя и не в такой степени как при разных частотах.

Проанализируем еще один случай, когда помеха действует как некоторая модуляция. Иными словами, рассмотрим случай мультипликативных шумов.

При гармонической помехе

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A \sin(\omega t + \varphi_1) [1 + B \sin(\omega_2 t + \varphi_3)]; \\ x_2(t) &= A \sin(\omega t + \varphi_2) [1 + B \sin(\omega_2 t + \varphi_4)], \end{aligned} \quad (12)$$

а при шумовой широкополосной помехе

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A \sin(\omega t + \varphi_1) [1 + h_1(t)]; \\ x_2(t) &= A \sin(\omega t + \varphi_2) [1 + h_2(t)]. \end{aligned} \quad (13)$$

Корреляционная функция при гармонической помехе сводится к сумме интегралов, стремящихся к нулю, по аналогии с предыдущими случаями. В случае шумовой помехи корреляционная функция приобретает вид

$$\begin{aligned} R_{x_1, x_2}(0) &= \frac{A^2}{2} \cos \Delta\varphi + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{4T} \cos \Delta\varphi \int_{-T}^T [h_1(t) + \\ &+ h_2(t) + h_1(t) h_2(t)] dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{4T} \int_{-T}^T \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2) \times \\ &\times [h_1(t) + h_2(t) + h_1(t) h_2(t)] dt. \end{aligned} \quad (14)$$

В предположении некоррелированности $h_1(t)$ и $h_2(t)$ и их центрированности второе слагаемое этого выражения равно нулю, третье слагаемое также равно нулю, так как гармонический сигнал некоррелирован с шумовыми, коими являются $h_1(t)$ и $h_2(t)$, а также и их произведение $h_1(t) h_2(t)$.

Очевидно, что если $h_1(t)$ и $h_2(t)$ коррелированы, то и в этом случае следует использовать уже упоминавшийся способ декорреляции сигналов.

Относительно метода измерения фазы можно сделать следующие выводы.

Во всех рассмотренных случаях он дает положительный эффект. При использовании этого метода следует проводить пробную декорреляцию.

Наименьший эффект достигается при гармонических наводках, совпадающих по частоте с полезной. В случае, если гармоническая помеха не совпадает по частоте с полезной, но близка к ней, следует сильно увеличить длительность интегрирования, на которой разность частот успеет проявиться, и помеха будет «подавлена» коррелятором.

Наилучший эффект и максимальное быстродействие обеспечивается при широкополосной шумовой помехе без гармонических вкраплений.

Совершенствование и повышение точности метода связано с повышением точности установки задержки и вычислительной части корреляционного фазометра и увеличением длительности интегрирования.

Погрешности измерения фазы из-за конечности интервала анализа могут быть определены по известной схеме и выкладкам, описанным в работах [2] и [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Лившиц И. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. «Советское радио», 1963.
2. Ярашвили Р. В. Методы поверки узкополосных корреляторов. «Измерительная техника», 1968, № 4.
3. Пестряков В. Б. Фазовые радиотехнические системы. «Советское радио», 1968.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 534.222.2.089.6

А. Д. ЗЕДГИНИДЗЕ
Тбилисский филиал ВНИИМ

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННОГО РС-ГЕНЕРАТОРА ДЛЯ ПОВЕРКИ ДЕТОНОМЕТРОВ

Широкое применение магнитной записи во многих областях науки и техники и повышение требований к точности воспроизведения регистрируемой информации потребовало разработки специальных измерительных приборов, в частности, детонометров, предназначенных для измерения колебаний скорости сигналоносителя.

Для обеспечения единства измерений и поддержания заданной точности все находящиеся в эксплуатации детонометры должны периодически поверяться. Предпочтителен абсолютный способ поверки [1] путем подачи на вход детонометра образцового сигнала,

который представляет собой синусоидальное колебание, модулированное по частоте.

Поскольку в настоящее время нет стандартной аппаратуры для проверки детонометров, в качестве источника образцового сигнала можно применить частотно-модулированный RC-генератор, выгодно отличающийся своей простотой от приборов аналогичного назначения [2].

Схема генератора обладает высокой линейностью модуляционной характеристики и позволяет получать сравнительно большую девиацию частоты (до 30%) [2], что в сочетании с простотой схемы и легкостью получения частотной модуляции дает возможность построить простой и надежный прибор.

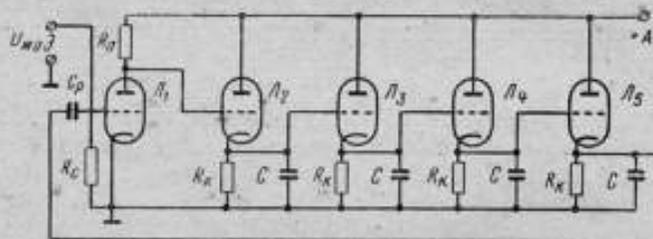


Схема частотно-модулированного генератора с четырехзвенной RC-цепочкой

Как известно, точность поверки связана с параметрами прибора. Рассмотрим погрешность, возникающую из-за нестабильности несущей частоты генератора и в связи с этим возможность применения указанной схемы RC-генератора. Нестабильность частоты генератора можно представить как паразитную частотную модуляцию выходного колебания широкополосным случайным процессом. Детонометр будет реагировать на флуктуации несущей частоты, спектр которых лежит в пределах его полосы пропускания. Очевидно, что нестабильность несущей частоты создает погрешность.

Порог чувствительности детонометра составляет 0,005% (ГОСТ 11948—66) от среднего значения, что в соответствии с выражением, положенным в основу частотного метода измерений колебаний скорости [1]

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta \omega}{\omega}, \quad (1)$$

где v — средняя скорость сигналаграммы; Δv — отклонение скорости; ω — воспроизводимая частота с сигналаграммы при скорости ее движения v ; $\Delta \omega$ — отклонение частоты при изменении скорости на Δv , составляет $5 \cdot 10^{-5}$.

Учитывая это, можно установить максимально допустимое значение нестабильности несущей частоты генератора равным $5 \cdot 10^{-6}$. Погрешность, вызванная такой нестабильностью, на порядок ниже порога чувствительности детонометра и ею можно пренебречь.

На рисунке показана схема частотно-модулированного генератора с четырехзвенной RC -цепочкой, в которой в качестве резисторов R использованы внутренние сопротивления катодных повторителей L_2-L_3 . Модулирующее напряжение, поданное на L_2-L_3 , вызовет изменение их внутренних сопротивлений и, следовательно, изменение частоты генератора. Параметры элементов фазосдвигающей цепочки подвержены флуктуациям, в результате чего флуктуирует и угол сдвига фазы. Это в свою очередь приводит к флуктуациям частоты выходного колебания генератора. Связь относительного изменения частоты с относительными изменениями величин элементов фазосдвигающей цепочки можно описать выражением [3]

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\left(\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta C}{C}\right). \quad (2)$$

Из всех флуктуаций элементов рассмотрим только фликкерный шум катодных повторителей, так как температурные флуктуации емкостей конденсаторов и сопротивлений резисторов, входящих в генератор, путем термостабилизации могут быть сведены к пренебрежимо малым величинам. Дробовым шумом катодных повторителей также пренебрегаем ввиду его малости в полосе пропускания детектора.

Фликкерный шум представляет собой медленные и сравнительно большие флуктуации эмиссии катода, ведущие к флуктуациям пространственного заряда и тока лампы. Поэтому можно предположить, что он ведет к флуктуациям крутизны S и внутреннего сопротивления R_i ламп, так как эти величины тесно связаны с током через лампу. Такие флуктуации действительно имеют место [4].

Известно, что ток катода подчиняется закону «трех вторых». Однако для учета флуктуации тока эмиссии следует воспользоваться «исправленным законом трех вторых» [5]. Для рассматриваемой схемы можно записать:

$$I_k = B(U_d - I_k R_k)^{\frac{3}{2}} + A(U_d - I_k R_k)u, \quad (3)$$

где I_k — ток катода; A и B — постоянные величины; u — начальная скорость электронов, которая полагается флуктуирующей; U_d — действующее напряжение $U_d = U_c + DU_a$; D — проницаемость лампы; U_c и U_a — постоянные напряжения, приложенные к сетке и аноду соответственно.

Учитывая, что крутизна лампы равна $S = \partial I_a / \partial U_a$, и полагая $I_a = I_k$, после некоторых преобразований получим абсолютное значение фликкерных приращений крутизны

$$\Delta S = \frac{1}{3}(2 + R_k S) \Delta I_k,$$

откуда

$$\Delta R_i = \frac{\mu}{3}(2 + R_k S) \Delta I_k. \quad (4)$$

Для фликкерных приращений тока через лампу, работающую в типовом режиме, найдена зависимость [4]

$$\delta \bar{I}^2 = A_{\phi} f^{-\alpha};$$

где f — частота флуктуаций; A_{ϕ} — постоянная, имеющая размерность $\text{Кл}^{2-\beta} \text{с}^{\beta-\alpha-1}$ ($\beta = 2$, $\alpha = 1$).

Таким образом, A_{ϕ} можно считать безразмерной величиной. Оценим величины δR_i^2 и $\delta \omega^2$ при использовании в катодных повторителях ламп типа 6Н2П, для которых $A = 4 \cdot 10^{-14}$; $\alpha = 1$ [4]. Подставив в (4) паспортные значения μ и S и приняв $R_k = 3 \text{ кОм}$, $f = 1 \text{ Гц}$, получим $\delta \bar{R}^2 = 7,2 \cdot 10^{-9}$. С учетом некогерентности фликкерных флуктуаций суммарное среднеквадратичное отклонение частоты будет $\delta_{\Sigma} \omega^2 = 5,4 \cdot 10^{-8}$ на частоте флуктуации 1 Гц и $\delta_{\Sigma} \omega^2 = 3 \cdot 10^{-7}$ на частоте 0,2 Гц, являющейся нижней границей полосы пропускания детонметра.

Полученную величину следует увеличить до значения $1 \cdot 10^6$ для учета нестабильности частоты, вызванной флуктуациями питающих напряжений, также имеющих фликкерный характер в области нижних частот [6].

Таким образом, описываемый RC-генератор с термостабилизацией, собранный по приведенной схеме, обладает удовлетворительной стабильностью частоты и может быть применен в качестве источника образцового сигнала для проверки детонметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы измерения колебаний и скольжения линейной скорости в трактах записи — воспроизведения. Составитель Лауфер М. В. Мин-во радио-промышленности СССР, вып. 84, 1968.
2. А до м е н а с П. Измерители амплитудно-частотных характеристик и их применение. «Связь», 1968.
3. Б о н ч - Б р у с в и ч А. М. Радиоэлектроника в экспериментальной физике. «Наука», 1966.
4. Ч и к и н А. И. Фликкер-шум пальчиковых ламп. Изв. вузов СССР, «Радиотехника», 1960, № 3.
5. В а й ш т е й н Л. А. Депрессия дробового эффекта в цилиндрических диодах. «ЖТФ», 1947, № 17.
6. М а л а х о в А. Н. Флуктуация коэффициента усиления ламповых усилителей. «Радиотехника и электроника», 1957, № 2.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

УДК 681.335.7

В. А. ЛЕБЕДЕВ, Г. И. ЛЕЙБЕНГАРТ, О. Н. ТИХОНОВ
ВНИИМ

ВЫБОР ПОЛОСЫ ЧАСТОТ ДИФФЕРЕНЦИАТОРА

При дифференцировании сигналов применяют фильтры для подавления высокочастотной помехи в диапазоне частот $\omega > \omega_0$. При этом чем больше ω_0 , тем меньше подавляется помеха и меньше

искажается сигнал, и наоборот. При возникновении в дифференциаторе собственных шумов может потребоваться и фильтр нижних частот.

Существует некоторое оптимальное значение частоты среза $\omega_{\text{опт}}$ для отношения мощностей сигнал—помеха. Найдем $\omega_{\text{опт}}$ по известным спектральным плотностям сигнала и помех. Для простоты примем, что в рабочей полосе частот дифференциатор идеальный. Типовая схема дифференциатора показана на рис. 1.

Передаточное уравнение имеет вид

$$y = -Tj\omega(x + n + E) - E - RI, \quad (1)$$

где E и I — шумы усилителя.

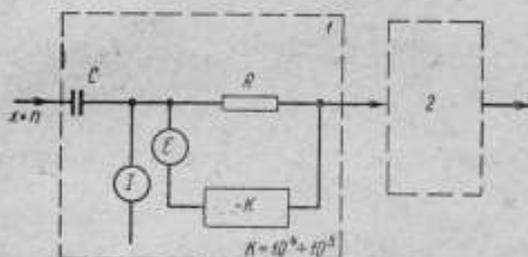


Рис. 1. Типовая схема дифференциатора
1 — дифференциатор; 2 — фильтр.

Обозначим $S_x(\omega)$, $S_n(\omega)$, $S_E(\omega)$, $S_I(\omega)$ — спектральные плотности сигнала и помех. Тогда отношение сигнал—помеха после дифференциатора составит [1]

$$\eta = \frac{\frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} T^2 \omega^2 S_x(\omega) d\omega}{\frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} T^2 \omega^2 [S_n(\omega) + S_E(\omega)] d\omega + \frac{1}{\pi} \int_{\omega_0}^{\infty} T^2 \omega^2 S_x(\omega) d\omega + \dots + \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} [S_E(\omega) + RS_I(\omega)] d\omega} = \frac{X}{N} \quad (2)$$

Здесь числитель соответствует мощности полезного сигнала на выходе. Первый член знаменателя соответствует мощности продифференцированной помехи на выходе, второй — потере мощности высокочастотного участка полезного сигнала, а третий — аддитивный помехам E , I усилителя схемы.

После преобразований (2) при любых заданных значениях $S_x(\omega)$ и $S_n(\omega)$ получим зависимость η от ω_0 , т. е. $\eta = \eta(\omega_0)$, которая имеет максимум при некоторой $\omega_0 = \omega_{\text{опт}}$. Таким образом, задача математически сводится к решению уравнения $\frac{\partial \eta(\omega_0)}{\partial \omega_0} = 0$.

Максимизацию $\eta(\omega_0)$ для простоты заменим минимизацией знаменателя $N(\omega_0)$ в (2), что незначительно изменит вычисленное значение $\omega_{\text{опт}}$. В результате сложное уравнение $\frac{\partial \eta(\omega_0)}{\partial \omega_0} = 0$ заменяется более простым $\frac{\partial N(\omega_0)}{\partial \omega_0} = 0$.

Учитывая правила дифференцирования интеграла по параметру и равенство

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{\omega_0}^{\infty} T^2 \omega^2 S_x(\omega) d\omega &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} T^2 \omega^2 S_x(\omega) d\omega - \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} T^2 \omega^2 S_x(\omega) d\omega = \\ &= \text{const} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} T^2 \omega^2 S_x(\omega) d\omega, \end{aligned}$$

получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial N(\omega_0)}{\partial \omega_0} &= \frac{1}{\pi} T^2 \omega_0^2 [S_n(\omega_0) + S_E(\omega_0) + S_I(\omega_0)] - \\ &- \frac{1}{\pi} T^2 \omega_0^2 S_x(\omega_0) + \frac{1}{\pi} S_E(\omega_0) + \frac{1}{\pi} R S_I(\omega_0). \end{aligned} \quad (3)$$

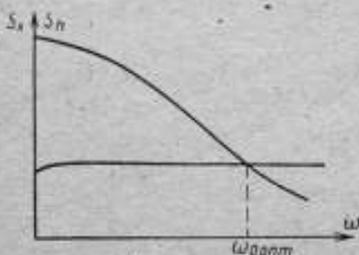


Рис. 2. Спектральные плотности сигнала и помехи на входе дифференциатора

В случае идеального усилителя при $E = 0$, $I = 0$ уравнение получается весьма простым

$$S_x(\omega_0) = S_n(\omega_0).$$

При этом оптимальная частота среза лежит в точке, где уравниваются спектральные плотности сигнала и входной помехи независимо от величины $T = RC$ (рис. 2).

Нахождение $\omega_{\text{опт}}$ при $E \neq 0$ и $I \neq 0$ является более трудным и должно производиться для каждого конкретного случая на основе уравнения (3).

Кроме того, в случае $E \neq 0$, $I \neq 0$ существует оптимальная частота среза не только для верхних, но и для нижних частот.

Рассмотрим пример, когда $T = 0,01$ с. Исходные величины S_n , S_E , S_I заданы в табл. 1 (могут быть заданы графиками или аналитически).

Таблица 1

| ω , кГц | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 150 | 200 | 300 |
|--------------------------------------|------|-------|------|-------|------|------|------|------|------|
| S_E , мВ ² /кГц | 0,75 | 0,7 | 0,6 | 0,5 | 0,3 | 0,15 | 0,05 | 0,01 | 0,00 |
| S_n , мВ ² /кГц | 0,06 | 0,055 | 0,05 | 0,045 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
| $S_E + R S_I$, мВ ² /кГц | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |

Уравнение (3) для этого примера имеет вид:

$$\begin{aligned} f(\omega_0) &= 0,01 \cdot \omega_0^2 [S_n(\omega_0) + S_E(\omega_0) + RS_I(\omega_0)] - \\ &- 0,01 \omega_0^2 S_x(\omega_0) + S_E(\omega_0) + RS_I(\omega_0) = 0. \end{aligned}$$

Будем искать $\omega_0 = \omega_{0\text{опт}}$ по табл. 2.

Таблица 2

| ω_0 , кГц | 0 | 20 | 40 | 80 | 100 | 150 |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f(\omega_0)$ | +0,06 | -2,23 | -7,92 | -13,4 | -5,95 | +9,05 |

Таблица для вычисления $\omega_{0\text{опт}}$ составляется так: берется пробная частота, например, $\omega_0 = 20$, и вычисляется

$$\begin{aligned} f(\omega_0) = f(20) &= 0,01 \cdot 20^2 (0,055 + 0,07) - 0,01 \cdot 20^2 \cdot 0,7 + \\ &+ 0,07 = -2,23. \end{aligned}$$

Аналогично определяются другие пробные частоты. Интерполяцией из табл. 2 находим

$$\omega_{0\text{опт1}} = \frac{20 - 0}{2,23 + 0,06} \cdot 0,06 = 0,52 \text{ кГц и}$$

$$\omega_{0\text{опт2}} = \frac{150 - 100}{9,05 + 5,95} \cdot 5,95 + 100 = 118,6 \text{ кГц.}$$

Очевидно, что в данном примере надо подавлять после дифференциатора частоты $\omega < 0,52$ и $\omega > 118$ кГц.

В качестве примера рассмотрим схему дифференциатора с входным каскадом усилителя на полевом транзисторе. Выбор этого транзистора обусловлен его большим входным сопротивлением и хорошими шумовыми характеристиками.

В работе [2] приведена зависимость эквивалентного напряжения шума и эквивалентного тока шума от частоты для транзистора 2N2500 при типовом режиме работы. Отсутствие аналогичных данных для отечественных полевых транзисторов заставляет мириться с погрешностью, которая вносится при использовании характеристик транзистора 2N2500 для наших вычислений. Величина ее не будет значительной, так как большинство параметров, в том числе и коэффициент шума применяемого отечественного полевого транзистора и транзистора типа 2N2500 близки, а физическая природа процессов, связанных с шумами, аналогична.

В табл. 3 приведены исходные данные для расчета при двух вариантах уровня сигнала и помехи на входе при одинаковой форме спектра сигнала. Постоянная времени дифференциатора $T = 1$ мс. Результаты, приведенные в табл. 4, получены описанным выше методом.

Таблица 3

| ω , кГц | | 0 | 10 | 20 | 40 | 80 | 150 | 200 | 300 |
|----------------------------------|------------|-----|-----|------|-----|------|------|------|-----|
| S_x , мкВ ² /кГц | I вариант | 750 | 700 | 600 | 400 | 200 | 50 | 10 | 0 |
| | II вариант | 75 | 70 | 60 | 40 | 20 | 5 | 1 | 0 |
| S_n , мкВ ² /кГц | I вариант | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 |
| | II вариант | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| S_E , мкВ ² /кГц | | 65 | 0,4 | 0,35 | 0,3 | 0,25 | 0,22 | 0,21 | 0,2 |
| | | 0,4 | 0,9 | 1,4 | 1,7 | 2,3 | 2,7 | 3,1 | 3,6 |

Таблица 4

| ω , кГц | | 0 | 10 | 20 | 40 | 80 | 150 | 200 | 300 |
|----------------|------------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|-----|-----|
| $I(\omega)$ | I вариант | +65,8 | -64700 | -218000 | -554000 | -929000 | +125000 | - | - |
| | II вариант | +65,8 | -5770 | -18700 | -42200 | -80000 | +238500 | - | - |

Для I варианта $\omega_{\text{опт1}} = 0,01$ кГц; $\omega_{\text{опт2}} = 142$ кГц;

Для II варианта $\omega_{\text{опт1}} = 0,11$ кГц; $\omega_{\text{опт2}} = 98,4$ кГц.

Из рассмотренных примеров видно, что при дифференцировании сигнала, смешанного с помехой, дифференциатором, имеющим собственный шум, существует оптимальная полоса пропускания, границы которой определяются спектральными плотностями сигнала и помех, а также их отношением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Солодовников В. В. Статистическая динамика линейных систем автоматического регулирования. Физматгиз, 1960.
2. Левин Л. Полевые транзисторы. «Советское радио», 1968.

Поступила в редакцию
17.02.1971 г.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| Предисловие | 2 |
| ✓ Г. Б. Гутман, В. И. Ролич, В. М. Тимофеев, В. Э. Третьяков, Ю. В. Филатов. О точностных характеристиках лазерного кольцевого измерительного преобразователя угловой скорости | 3 |
| ✓ В. А. Барков, В. М. Бычков, А. Н. Кривцов. Точные системы глубокого регулирования скорости с синхронным двигателем | 10 |
| ✓ В. Г. Мальков, Б. Л. Суслов. Усовершенствование тахометрической установки типа ОТХЗ-150 | 15 |
| ✓ В. В. Андрущук. Определение динамической погрешности прецизионного электропривода при систематических возмущениях | 19 |
| ✓ В. А. Иванов, Н. С. Соловьева, Б. Л. Суслов. Погрешности испытаний угловых акселерометров на двухосной установке неравномерным вращением | 21 |
| ✓ В. А. Ивтинов, Б. Л. Суслов, В. П. Шумилин. Статическая и динамическая градуировка угловых акселерометров | 27 |
| ✓ К. Г. Смольников, Н. С. Чаленко. Градуировка угловых акселерометров с использованием вариаторов скорости | 32 |
| ✓ Ю. А. Бычков, А. П. Егоров, В. А. Иванов, Л. П. Смольников. Максимальные постоянные ускорения, разнравимые двигателями постоянного тока | 36 |
| ✓ Ю. В. Лисицын, В. П. Шумилин. Устройство для воспроизведения угловых колебаний | 39 |
| ✓ А. И. Карташев, М. С. Хейфец, В. П. Шумилин. Точное измерение периода колебаний физического маятника с помощью интерференционного нуля-индикатора | 42 |
| ✓ Б. Э. Блантер, И. Х. Ибрагимов, А. Е. Синельников. Анализ погрешности градуировки акселерометров методом поворота в гравитационном поле Земли | 45 |
| ✓ Н. Н. Клишевич, А. Б. Курзнер. Оценка погрешности дифференциального метода статической градуировки акселерометров на центрифуге | 51 |
| ✓ К. И. Гуляев, В. И. Лебедев, Г. А. Смирнов. К оценке некоторых погрешностей образцовой установки для воспроизведения низкочастотных линейных ускорений | 54 |
| ✓ Г. Б. Гутман, Г. И. Злотник. Частотные соотношения при отражении электромагнитного поля от движущейся поверхности | 58 |
| ✓ И. Х. Ибрагимов. Дополнительная погрешность акселерометров и теория экстремальных экспериментов | 66 |
| ✓ Я. М. Кандель, С. И. Торонин. Усовершенствование маятникового метода абсолютного определения ускорения силы тяжести | 68 |
| ✓ В. Д. Витман, В. Л. Федорин, В. С. Шкаликов. Комплекс аппаратуры для измерения параметров вибраций с помощью эффекта Мессбауэра | 72 |
| ✓ Т. П. Крашенинникова, В. С. Шкаликов, В. Л. Шур. Инфразвуковая вибрационная установка с магнитным подвесом подвижной системы | 77 |
| ✓ Г. Г. Мучаидзе. Порог реагирования пьезоэлектрических акселерометрических преобразователей | 80 |
| ✓ Г. Г. Мучаидзе. Метод измерения малых уровней параметров вибраций, использующий физическое подобие пьезоэлектрических акселерометрических преобразователей | 85 |
| ✓ Е. М. Жодзиска, В. С. Шкаликов. Исследование влияния параметров виброзащитного устройства на его динамические характеристики | 90 |
| ✓ И. А. Хмыров. Расчет колебаний виброизолирующего фундамента с учетом влияния демпфирующих сил | 94 |
| ✓ В. Л. Лассан, В. С. Пеллинец, А. С. Поварен- | |

| | |
|--|-----|
| ков, А. В. Чодришвили. Принципы градуировки измерительных преобразователей ударных ускорений | 99 |
| ✓ Е. А. Блрков, В. С. Пеллинец. О выборе оптимальной формы кривой ударного ускорения при градуировке акселерометров | 105 |
| ✓ Н. К. Ерофеев, В. С. Пеллинец. О методике определения собственной частоты закрепленного измерительного преобразователя ускорения | 110 |
| ✓ А. Ю. Львович, В. С. Пеллинец, В. С. Сабанеев, М. П. Юшков. Аналитическая оценка динамических погрешностей измерения нарастающих ускорений | 114 |
| ✓ Н. К. Ерофеев. Собственная частота измерительного преобразователя ускорения в виде наклеиваемого пьезоэлемента | 122 |
| ✓ А. С. Поваренков, Н. С. Чаленко. Исследование предельного акселерометра типа GVM-200 (ИПУ-200) | 130 |
| ✓ М. Д. Вайсбауд. Измерение отношения амплитуд одиночных импульсных напряжений с промежуточным преобразованием во временной интервал | 136 |
| ✓ А. Б. Курзнер. Анализ спектров механических колебаний параметрическими преобразователями | 146 |
| ✓ Б. Д. Павлов, А. Е. Синельников, И. А. Хмыров, Н. П. Черникова. Малотабаритная термобарокамера для исследования акселерометрических измерительных преобразователей | 150 |
| ✓ И. В. Плотников. О влиянии пирозффекта при пьезоэлектрических измерениях | 153 |
| ✓ И. В. Плотников. Особенности применения кристалла сульфита лития моногидрата в пьезоэлектрических измерительных преобразователях | 165 |
| ✓ О. Н. Тихонов. Градуировка нелинейных измерительных систем 2-го порядка | 172 |
| ✓ Е. Д. Колтик, Е. И. Коровкин, В. П. Пиастро, Р. В. Яраловшвили. Общие вопросы корреляционного метода измерения фазы в шумах | 176 |
| ✓ А. Д. Зедгинидзе. О возможности применения частотно-модулированного РС-генератора для поверки дегониметров | 181 |
| ✓ В. А. Лебедев, Г. И. Лейбенгард, О. Н. Тихонов. Выбор полосы частот дифференциатора | 184 |
| ✓ Рефераты статей, опубликованных в сборнике | 191 |

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

Труды метрологических институтов СССР

Выпуск 139 (199)

Редактор *Н. Н. Александрова*

Техн. редактор *Э. Г. Вазер*

Сдано в производство 6/1 1972 г. Подписано к печати 13/VI 1972 г. М-06443. Печ. л. 12,5.
Уч.-изд. л. 13,7. Бумажная типографская № 3. формат 60×90^{1/16}. Тираж 1500 экз.
Цена 1 р. 47 к. Заказ № 66

Ленинградское отделение издательства «Энергия», Марсово поле, 1.

Ленинградская типография № 4 Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР, Социалистическая, 14.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В СБОРНИКЕ

УДК 531.776 : 621.375.826

О ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ЛАЗЕРНОГО КОЛЬЦЕВОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

Г. Б. Гутман, В. И. Ролан, В. М. Тимофеев, В. Э. Третьяков, Ю. В. Филатов

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 3—10.

Экспериментально исследованы погрешности измерительного преобразователя угловой скорости, основанного на газовом кольцевом лазере. Измерения проводились для различных промежутков времени при стабилизации частоты излучения кольцевого лазера и в ее отсутствие. Показано, что стабилизация частоты излучения значительно повышает точность измерения угловой скорости. Определены точностные характеристики прибора для различных угловых скоростей при измерениях среднего и текущего значений угловой скорости.
Иллюстраций 6, библиографий 4.

УДК 531.767

ТОЧНЫЕ СИСТЕМЫ ГЛУБОКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ СКОРОСТИ С СИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

В. А. Барков, В. М. Бычков, А. Н. Кривцов

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 10—14.

Рассматриваются замкнутые системы электропривода с синхронными двигателями двойного питания. Системы такого рода целесообразно применять для получения низких скоростей. Их использование позволит также расширить диапазон воспроизводимых скоростей. Описаны схемы систем с двигателями двойного питания, даны рекомендации по их расчету.
Таблиц 1, иллюстраций 2.

УДК 531.775

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТАХОМЕТРИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ ТИПА ОТХЗ-150

В. Г. Мальков, Б. Я. Суслон

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 15—18.

Приведены результаты исследования точности воспроизведения мгновенной скорости установками ОТХЗ-150. Дана усовершенствованная схема установки.
Иллюстраций 4.

УДК 531.767

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ
ПРЕЦИЗИОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПРИ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ
ВОЗМУЩЕНИЯХ**

В. В. Андрущук

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 19—21.

Исследуется влияние переменных возмущающих моментов на точность поддержания заданной скорости прецизионным электроприводом. Предлагается графический метод определения скоростей, при которых влияние гармонических моментов на стабильность вращения максимальна.

Иллюстраций 1, библиографий 2.

УДК 531.768

**ПОГРЕШНОСТИ ИСПЫТАНИЙ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ
НА ДВУХОСНОЙ УСТАНОВКЕ С НЕРАВНОМЕРНЫМ ВРАЩЕНИЕМ**

В. А. Иванов, Н. С. Соловьева, Б. Л. Суслов

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 21—27.

Для снятия амплитудно-частотных характеристик угловых акселерометров рекомендуется использовать установку, с помощью которой испытываемому прибору задается вращение с постоянными скоростями вокруг двух взаимно перпендикулярных осей. Рассмотрены погрешности снятия амплитудно-частотных характеристик, вызванные непостоянством во времени указанных скоростей, и получены выражения для оценки этих погрешностей. Даны рекомендации по проведению испытаний.

Иллюстраций 4, библиографий 2.

УДК 531.768

**СТАТИЧЕСКАЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ ГРАДУИРОВКА
УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ**

В. А. Иванов, Б. Л. Суслов, В. П. Шумилин

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 27—31.

Предлагается динамический метод градуировки угловых акселерометров, заключающийся в экстраполяции амплитудно-частотных характеристик, полученных на заданных установках, до конечных значений этих характеристик ($\omega = 0$). Показаны преимущества этого метода перед статической градуировкой, на точность которой в значительной степени влияют вибрации и неуравновешенность подвижной части поверяемого прибора.

Таблиц 1, иллюстраций 3, библиографий 4.

УДК 531.768.089.6

**ГРАДУИРОВКА УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВАРИАТОРОВ СКОРОСТИ**

К. Г. Смольников, Н. С. Чаленко

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 32—35.

Для статической градуировки угловых акселерометров методом сличения предлагается применять в качестве возбудителя вариатор скорости.

Рассматриваются две конструкции вариатора скорости с передаточным числом, изменяющимся по заданному закону, для воспроизведения постоянных угловых ускорений в диапазоне $0-200 \text{ 1/s}^2$. Приводится формула для определения величины воспроизводимого постоянного углового ускорения в зависимости от скорости привода и конструктивных параметров механизма.

Иллюстраций 2, библиографий 2.

УДК 531.768

МАКСИМАЛЬНЫЕ ПОСТОЯННЫЕ УСКОРЕНИЯ, РАЗВИВАЕМЫЕ ДВИГАТЕЛЯМИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Ю. А. Бычков, А. П. Егоров, В. А. Иванов, Л. П. Смольников

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 35—39.

Оценены предельные возможности двигателей независимого возбуждения с точки зрения получения постоянного ускорения. В результате проведенного обзора выяснено, что наилучшими в этом смысле являются двигатели серии П. Произведены расчеты максимальных ускорений для этих двигателей. Таблиц 4, библиографий 2.

УДК 531,77

УСТРОЙСТВО ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Ю. В. Лисицын, В. П. Шумилин

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 39—42.

Теоретически обоснован метод воспроизведения угловых колебаний выходного вала установки, заключающийся в использовании эксцентриков на концах ротора электродвигателя. Дана формула для расчета амплитуды колебаний. Описана конструкция устройства.

Данное устройство может применяться в качестве возбудителя угловых колебаний в диапазоне частот 5—100 Гц при создании испытательных установок, а также в образцовых установках высших разрядов. Иллюстраций 2, библиографий 4.

УДК 531.535

ТОЧНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ МАЯТНИКОВ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОГО НУЛЬ-ИНДИКАТОРА

А. И. Карташев, М. С. Хейфец, В. П. Шумилин

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 42—45.

Описан метод и оптическое устройство, позволяющее с высокой точностью измерять период колебания физического маятника ($\Delta T < 10^{-7}$ с).

Рассматривается погрешность измерения и условия, обеспечивающие ее малую величину.

Показана пригодность разработанного устройства для метрологических целей. Иллюстраций 1.

УДК 531.768.089.5.088

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ГРАДУИРОВКИ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ МЕТОДОМ ПОВОРОТА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Б. Э. Блантер, И. Х. Ибрагимов, А. Е. Синельников

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 45—50.

Рассматриваются погрешности задания ускорения при градуировке акселерометров с помощью поворотных платформ и устройств с двойным поворотом измерительной оси прибора. Приведены результаты сравнительного анализа градуировочных средств и определены оптимальные диапазоны их использования. Таблиц 1, иллюстраций 3, библиографий 2.

УДК 531.768.089.6

**ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО МЕТОДА
СТАТИЧЕСКОЙ ГРАДУИРОВКИ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ НА ЦЕНТРИФУГЕ**

Н. Н. Квашевич, А. Б. Курзнер

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 51—54.

Рассматривается учет случайных погрешностей акселерометра при его градуировке дифференциальным методом. Выведены расчетные формулы, связывающие число измерений с указанной погрешностью. Полученные результаты могут быть использованы для определения положения центра инерции сейсмической массы акселерометра. Библиографий 4.

УДК 531.768

**К ОЦЕНКЕ НЕКОТОРЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОБРАЗЦОВОЙ УСТАНОВКИ
ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ УСКОРЕНИЙ**

К. И. Гуляев, В. И. Лебедев, Г. А. Смирнов

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 54—57.

Рассмотрены некоторые погрешности воспроизведения низкочастотных линейных ускорений, вызванные неточностью изготовления и монтажа образцовой установки. Полученные результаты позволяют сделать рекомендации по увеличению точности механических параметров установки. Иллюстраций 4, библиографий 2.

УДК 531.768 : 535.338.334

**ЧАСТОТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ОТ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ**

Г. Б. Гутман, Г. И. Злотник

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 58—65.

Рассмотрено электромагнитное поле в полости типа Фабри—Перо с произвольно движущейся границей. Методом разложения по игольчатым собственным функциям получено уравнение для амплитудной функции поля. В одномодовом режиме найдено строгое решение этого уравнения для случая равноускоренного движения границы.

Определен закон преобразования частоты при отражении волны от подвижной границы, или предельный случай частотных соотношений для электромагнитного поля в резонаторе. Закон имеет квантдоплеровский вид. Вычислены поправки к доплеровскому закону преобразования частоты. Полученные соотношения могут быть использоваться при абсолютных измерениях ускорения движущихся тел. Библиография 6.

УДК 523.031.5 : 531.768

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ И ТЕОРИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

И. Х. Ибрагимов

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 65—68.

Рассматривается проблема нормирования дополнительной погрешности акселерометров. Для статической постановки задачи предложена полиномиальная аппроксимация зависимости дополнительной погрешности от влияющих величин. Библиографий 4.

**УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МАЯТНИКОВОГО МЕТОДА
АБСОЛЮТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ**

И. М. Кандель, С. И. Торопин

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 68-71.

Кратко изложено развитие дифференциального маятничкового метода для абсолютных определений ускорения силы тяжести и предложены пути его усовершенствования. Дано описание нового гравиметрического интерференционного дифференциального маятника.

Иллюстраций 2, библиографий 10.

УДК 534.647

**КОМПЛЕКС АППАРАТУРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ
ВИБРАЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ЭФФЕКТА МЕССБАУЭРА**

В. Д. Витман, В. Л. Федорин, В. С. Шкаликов

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 72-77.

Описан Мессбауэровский метод измерения параметров вибраций от 0,1 до 10 мм/с, что в ультразвуковом диапазоне частот соответствует виброперемещению порядка 0,001 мм. Приведены данные экспериментальной установки и проанализированы погрешности измерения параметров вибраций.

Метод дает возможность производить измерения на расстоянии безконтактным способом, минимальный вес источника (микrogramмы) позволяет измерить колебания легких изделий, частотный диапазон неограничен в области верхних значений. Таблиц 2, иллюстраций 2, библиографий 4.

УДК 531.768

**ИНФРАЗВУКОВАЯ ВИБРАЦИОННАЯ УСТАНОВКА
С МАГНИТНЫМ ПОДВЕСОМ ПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЫ**

Г. П. Крашенинников, В. С. Шкаликов, В. Л. Шур

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 77-80.

Дано краткое описание вибрационной установки типа ОИВУ-2, позволяющей уменьшить нижний предел частотного диапазона до 0,01 Гц, расширить диапазон воспроизводимых ускорений от 10^{-7} до 200 мс^{-2} и на порядок увеличить амплитуду перемещения. Иллюстраций 2, библиографий 2.

УДК 531.768.082.73

Порог реагирования пьезоэлектрических акселерометрических преобразователей

Г. Г. Мучаидзе

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 80-84.

Рассматривается порог реагирования пьезоэлектрических акселерометрических преобразователей. Выводятся теоретическое соотношение порогов реагирования физически подобных систем пьезоэлектрических приборов. Библиографий 4.

УДК 534.647

**МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ УРОВНЕЙ ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИИ,
ИСПОЛЬЗУЮЩИЙ ФИЗИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ
ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АКСЕЛЕРОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ**

Г. Г. Мучаидзе

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 85—90.

Рассматриваются перспективы использования для измерения малых вибросмещений, имеющих место при повышенных частотах, акселерометрических измерительных преобразователей, удовлетворяющих определенным критериям подобия.
Таблиц 1, иллюстраций 1.

УДК 62—752.01

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВИБРОЗАЩИТНОГО УСТРОЙСТВА
НА ЕГО ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

Е. М. Жодзинская, В. С. Шкаликов

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 90—94.

Приведены результаты исследования влияния параметров виброзащитного устройства на его основные характеристики — собственную частоту и коэффициент динамичности.
Иллюстраций 3.

УДК 624.15—752

**РАСЧЕТ КОЛЕБАНИЙ ВИБРОИЗОЛИРУЮЩЕГО ФУНДАМЕНТА С УЧЕТОМ
ВЛИЯНИЯ ДЕМПФИРУЮЩИХ СИЛ**

И. А. Хмыров

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 94—99.

Выведены формулы для расчета колебаний фундамента на виброизоляторах с учетом влияния демпфирующих сил пружин и грунта. Приведены результаты расчета колебаний фундамента от действия внешних вибраций и внутренней уравновешенной силы. Для сравнения приведен расчет колебаний фундамента на естественном основании.
Таблиц 1, иллюстраций 5, библиографий 3.

УДК 531.768.089.6 : 531.56

**ПРИНЦИПЫ ГРАДУИРОВКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ
УДАРНЫХ УСКОРЕНИЙ**

В. Л. Лассан, В. С. Пелливец, А. С. Поваренков, А. В. Чодришвили

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 99—105.

Рассматриваются вопросы градуировки измерительных преобразователей (ИП) ударного ускорения. Приводится анализ режимов градуировки и оценка области использования полученных результатов. Обосновывается выбор способа определения рабочего диапазона частот ИП и сдвига амплитудной характеристики.
Таблиц 1, иллюстраций 2, библиографий 9.

О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ КРИВОЙ УДАРНОГО УСКОРЕНИЯ ПРИ ГРАДУИРОВКЕ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Е. А. Барков, В. С. Пеллинец

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 105—110.

Рассматривается определение формы кривой ударного ускорения $a(t)$, при которой стэнд с заданными конструктивными характеристиками (предел пропорциональности материала наковальни и энергия системы возбуждения удара) позволяет получить наибольшее значение амплитуды ударного ускорения при той же действующей ширине спектра удара.

Даны рекомендации по форме сигнала при градуировке акселерометров по импульсу, пиковому значению сигнала и на переднем фронте градуировочного сигнала. Иллюстраций 2, библиографий 6.

О МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ ЗАКРЕПЛЕННОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УСКОРЕНИЯ

Н. К. Ерофеев, В. С. Пеллинец

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 110—114.

Устанавливается связь между погрешностью определения собственной частоты закрепленного измерительного преобразователя ускорения и характеристиками стэнда испытательного стенда. Это позволяет сформулировать требования к стэнду в зависимости от испытуемого датчика и погрешности измерения. Иллюстраций 2, библиографий 4.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ НАРАСТАЮЩИХ УСКОРЕНИЙ

А. Ю. Львович, В. С. Пеллинец, В. С. Сабанеев, М. П. Юшков

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 114—121.

Найдены теоретические соотношения для вычисления динамических погрешностей измерения нарастающих ускорений вида показательной функции и отрезка синусоиды при аппроксимации измерительного устройства многозвенной системой, составленной из устройств двух видов. Установлены общие закономерности приближенной оценки погрешности при действии ускорения с различной формой кривой на указанные системы.

СОБСТВЕННАЯ ЧАСТОТА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УСКОРЕНИЯ ВИДА НАКЛЕИВАЕМОГО ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТА

Н. К. Ерофеев

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 122—125.

При измерении ускорений в диапазоне частот до 50—100 кГц в качестве преобразователя может быть использован легкий пьезоэлемент, наклеиваемый непосредственно на объект. В этом случае инерционный элемент отсутствует, а роль массы выполняет его распределенная масса. Излагается методика расчета собственной частоты преобразователя с учетом жесткости клеевого промежутка s . Повышенное рассеивание энергии в клеевом слое учитывается введением эквивалентного демпфера с коэффициентом демпфирования B_0 . Излагается метод расчета B_0 и с его известными характеристикам поверхности и клея. Получена амплитудно-частотная характеристика преобразователя, в частности, построена зависимость нижней собственной частоты от размеров пьезоэлемента.

Экспериментально определена зависимость нижней собственной частоты от высоты керамического пьезоэлемента, которая сопоставляется с расчетной. Иллюстраций 6, библиографий 6.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА ТИПА
GVM-200 [ИПУ-200]**

А. С. Поваренков, Н. С. Чаленко

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 130—136.

Обобщаются результаты экспериментальных исследований характеристик предельного акселерометра GVM-200 и производится сопоставление их с данными теоретического анализа.

Выявлен характер динамической погрешности предельного акселерометра как в общем случае, так и в режиме квазирезонанса.

Полученные результаты имеют научную и практическую ценность в части определения погрешностей предельных акселерометров и выбора режима их работы. Иллюстрация 4, библиографий 3.

УДК 621.317.326.083.721

**ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ АМПЛИТУД ОДИНОЧНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ
НАПРЯЖЕНИЙ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ
ВО ВРЕМЕННОЙ ИНТЕРВАЛ**

М. Д. Вайсбанд

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 106—146.

Описан амплитудно-временной преобразователь одиночных импульсов сигналов с логарифмической характеристикой и проанализированы погрешности преобразования. Изложены принципы построения измерителей отношения амплитуд одиночных импульсных напряжений с промежуточным преобразованием во временной интервал при использовании методов непосредственной оценки и дифференциального замещения. Для указанных случаев выведены расчетные соотношения, оценены погрешности измерения и намечены пути их уменьшения. Библиографий 7.

УДК 621.314.571 : 534.1—0.014.5

**АНАЛИЗ СПЕКТРОВ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ
ПАРАМЕТРИЧЕСКИМИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ**

А. Б. Курзнер

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 146—150.

На примере вибропреобразователя трансформаторного типа показана возможность использования параметрического преобразователя в качестве анализатора спектра механических колебаний и измерителя коэффициента нелинейных искажений. Эта возможность основывается на том, что параметрический преобразователь является модулятором и может быть использован для последовательного анализа методом вспомогательной частоты. Иллюстраций 2, библиографий 5.

УДК 531.768.01

**МАЛОГАБАРИТНАЯ ТЕРМОБАРОКАМЕРА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ
АКСЕЛЕРОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ**

Б. Д. Павлов, А. Е. Синельников, Н. А. Хмыров, Н. И. Черникова

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 150—153.

Описана малогабаритная термобарокамера, предназначенная для исследования акселерометров в условиях одновременного воздействия нескольких влияющих величин. Иллюстраций 1.

О ВЛИЯНИИ ПИРОЭФФЕКТА ПРИ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

И. В. Плотников

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерений параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 153—164.

Рассматривается влияние пирозффекта пьезоэлектрических материалов в измерительных преобразователях на погрешность измерения.

Приведены расчетные оценки погрешности для различных случаев применения пьезоэлектрических измерительных преобразователей. Расчетные зависимости сопоставлены с экспериментальными.

Таблиц 4, иллюстраций 2, библиографий 12.

УДК 53.082.73 : (531.768 + 531.78)

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КРИСТАЛЛА СУЛЬФАТА ЛИТИЯ МОНОГИДРАТА В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

И. В. Плотников

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерений параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 165—171.

Описывается пьезоэлектрик—сульфат лития моногидрата, его свойства сравниваются со свойствами кварца, турмалина и пьезокерамики. Обсуждается практическое применение сульфата лития в пьезоэлектрических измерительных преобразователях давления, ускорения, деформации и др. Приводятся конструкции и результаты испытаний преобразователи давления на основе сульфата лития.

Иллюстраций 2, библиографий 28.

УДК 531.768.089.6

ГРАДУИРОВКА НЕЛИНЕЙНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ 2-ГО ПОРЯДКА

О. Н. Тихонов

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерений параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 172—175.

Решена задача экспериментального определения уравнений нелинейных измерительных систем 2-го порядка в процессе их градуировки. Учитывается нелинейность не только статической, но и динамической характеристики. Показано, как по результатам ударных воздействий на входе акселерометров определить динамические нелинейности, а по результатам регистрации реакции на воздействие градуируемого и образцового акселерометров найти уравнение динамики градуируемого.

Библиографий 3.

УДК 534.322.3 : 519.272.1

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ КОРРЕЛЯЦИОННОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗЫ В ШУМАХ

Е. Д. Колтик, Е. И. Коровкин, В. П. Пиастра, Р. В. Яралошина

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерений параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 176—181.

Рассмотрено несколько случаев использования корреляционного метода измерения фазы, определенных свойствами и характером помехи. В частности, рассмотрены случаи аддитивной смеси полезного сигнала и шумовой помехи, полезного сигнала и гармонической помехи, мультипликативной помехи шумового и гармонического характеров.

Библиографий 3.

УДК 634.222.2.080.6

**О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННОГО
РС-ГЕНЕРАТОРА ДЛЯ ПОВЕРКИ ДЕТОНОМЕТРОВ**

А. Д. Зедгинидзе

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 181—184.

Рассматривается возможность применения частотно-модулированного РС-генератора в качестве источника образцового сигнала для поверки детонометров абсолютным способом. Показано, что точностные характеристики частотно-модулированного РС-генератора соответствуют требованиям поверки детонометра. Иллюстраций 1, библиографий 6.

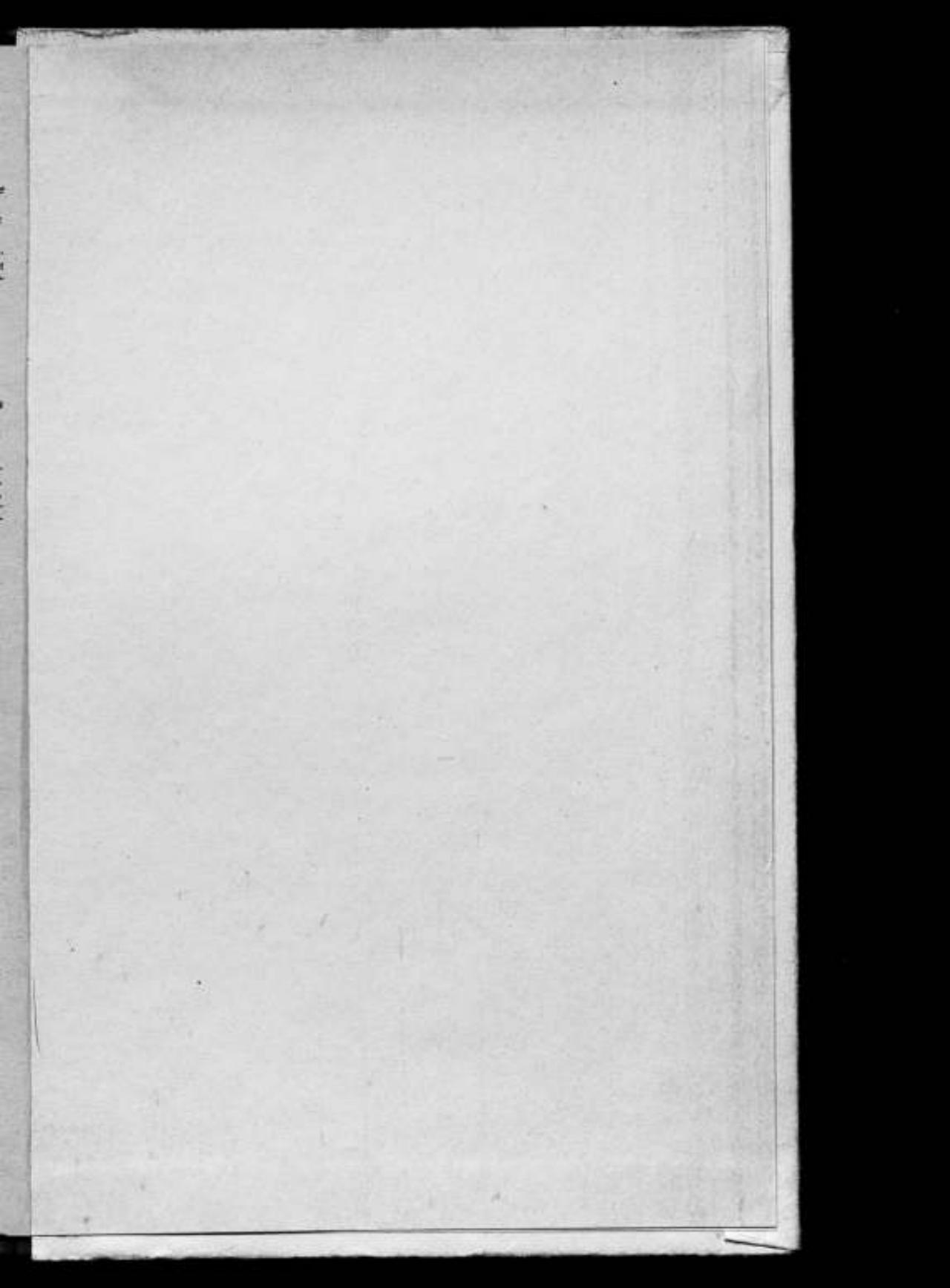
УДК 681.335.7

ВЫБОР ПОЛОСЫ ЧАСТОТ ДИФФЕРЕНЦИАТОРА

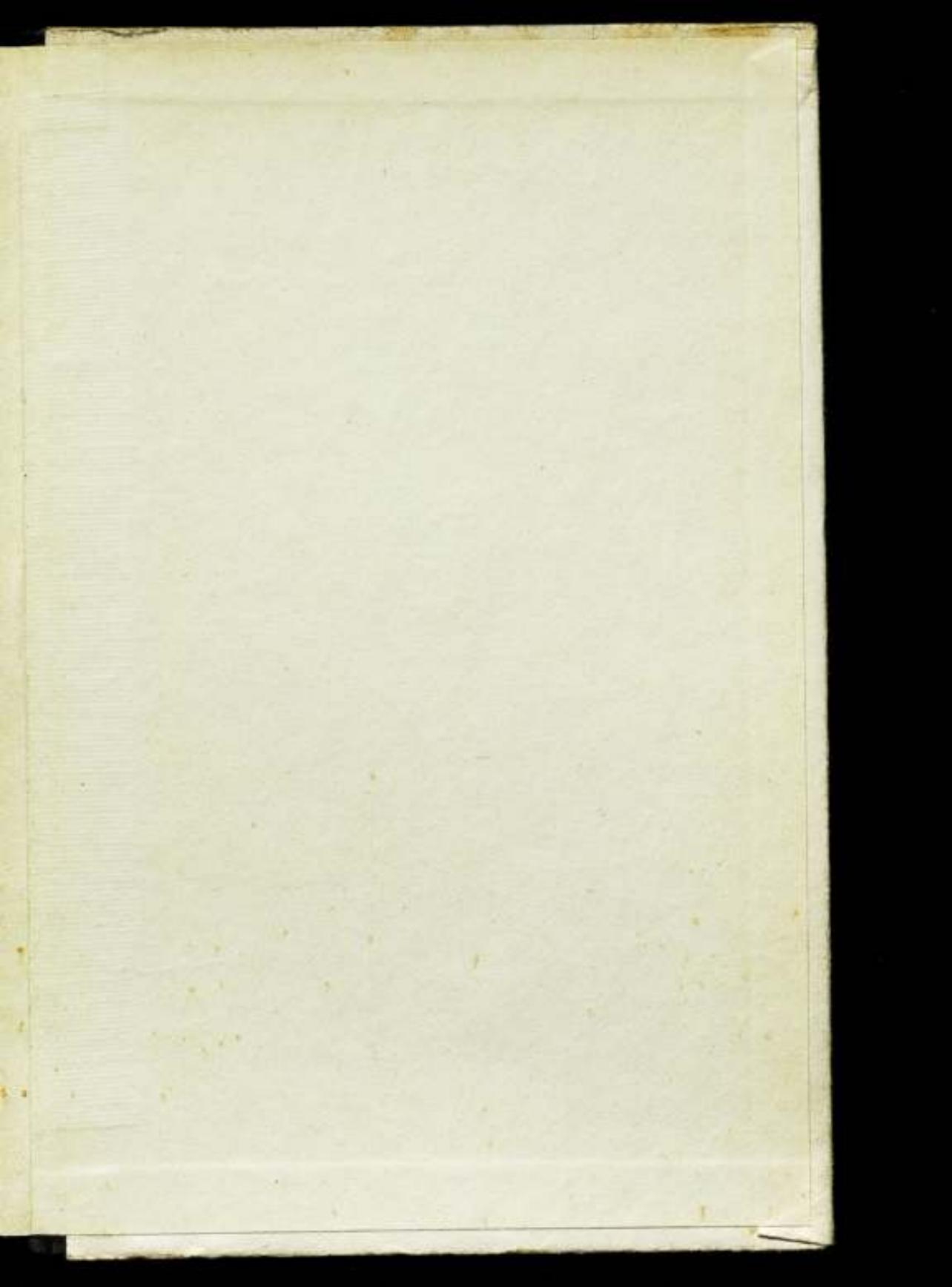
В. А. Лебедев, Г. И. Лейбенгард, О. Н. Тихонов

Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области измерения параметров движения, вып. 139 (199), 1972 г., стр. 184—188.

Рассматривается оптимизация отношения сигнал—помеха на выходе дифференциатора путем выбора частот среза полосового фильтра, включаемого после дифференциатора. Учитываются помехи, поступающие на вход дифференциатора вместе с входным сигналом, и помехи, обусловленные шумами усилителя. Найдена оптимальная частота среза в области верхних и нижних частот, зависящая от спектральных плотностей сигнала и помех. Приводятся примеры расчета. Таблиц 4, иллюстраций 2, библиографий 2.







1 р. 47 к.