

КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ, МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ  
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР  
**ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ  
ИМ. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА**

**АБСОЛЮТНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ  
В ПУНКТЕ ВНИИМ**

ТРУДЫ ВНИИМ

*ВЫПУСК 32 (92)*

«СТАНДАРТГИЗ»

МОСКВА — ЛЕНИНГРАД

1958

RECEIVED OF THE  
TREASURY DEPARTMENT  
FOR THE  
FEDERAL GOVERNMENT



КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ, МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ  
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР  
ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
МЕТРОЛОГИИ имени Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

П. Н. АГАЛЕЦКИЙ, К. Н. ЕГОРОВ, А. И. МАРЦИНЯК

118489  
m

АБСОЛЮТНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ  
В ПУНКТЕ ВНИИМ

ТРУДЫ ВНИИМ

ВЫПУСК 32 (92)

Под редакцией  
профессора Б. М. ЯНОВСКОГО

БИБЛИОТЕКА  
Всесоюзного и научно-исследовательского  
института метрологии имени Д. И. Менделеева

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО СТАНДАРТОВ  
„СТАНДАРТГИЗ“  
МОСКВА—ЛЕНИНГРАД  
1958

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY  
570 SOUTH EAST ASIAN DRIVE  
CHICAGO, ILLINOIS 60607

ACCOMMODATION OF  
ACCOMMODATION OF  
ACCOMMODATION OF

ACCOMMODATION OF  
ACCOMMODATION OF  
ACCOMMODATION OF

0818114

ACCOMMODATION OF  
ACCOMMODATION OF  
ACCOMMODATION OF

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Величина ускорения силы тяжести является одной из основных для целого ряда естественных наук, таких, как физика, геодезия, астрономия, геофизика, и это понятно, так как все физические явления протекают в поле тяготения, которое на многие из них оказывает влияние. Особенную роль, конечно, она играет в учении о фигуре Земли, которое зиждется исключительно на точном знании величины ускорения силы тяжести в различных точках земного шара. Однако большое значение имеет эта величина и для метрологии, как одна из естественных констант, входящих в определение различного рода физических величин, таких как: сила, давление, температура, сила тока. Воспроизведение этих единиц в виде эталонов, или эталонных установок, требует знания величины ускорения силы тяжести с предельной точностью.

Известно, что ускорение силы тяжести различно в различных точках земного шара, при этом зависимость его от координат земной поверхности нельзя выразить какой-либо функцией. Поэтому появляется необходимость в измерении ускорения силы тяжести в каждой точке земного шара, что и осуществляется геофизическими учреждениями, которые производят гравиметрическую съемку при помощи маятниковых приборов и гравиметров. Однако те и другие приборы дают либо величину отношения, либо разность значений ускорения силы тяжести в двух точках, абсолютное же значение получается путем привязки их к одному из пунктов земной поверхности, где значение должно быть определено абсолютными методами. Таким пунктом в настоящее время является Потсдам (имеющий координаты: широта  $\varphi = 52^{\circ}22'86''$ , долгота  $\lambda = 13^{\circ}04'06''$  к востоку от Гринвича, высота над уровнем моря  $H = 87$  м), где значение ускорения силы тяжести  $g$  установлено в 1906 г.

Необходимость в новом определении абсолютного значения ускорения силы тяжести возникла после того, как измерения, произведенные в 1936 г. в Вашингтоне и в 1938 г. в Теддингтоне (Англия) дали расхождение в потсдамской системе  $g$  до  $0,020$  см/сек<sup>2</sup>.

Ввиду того, что работы по абсолютным измерениям  $g$  требуют измерений длины и времени с метрологической точностью, постановка их возможна лишь в тех учреждениях, где имеется соответствующая методика и аппаратура. Вот почему работы по новому определению абсолютного значения, начавшиеся в СССР еще перед второй мировой войной, были сосредоточены во ВНИИМ, где такие возможности при наличии эталонов метра и частоты не только имелись, но и являлись единственными.

Для ВНИИМ постановка этих работ не представляла чего-то нового, а являлась естественным продолжением работ, начатых еще при жизни Д. И. Менделеева.

Д. И. Менделеев, сознавая важность и необходимость для метрологии знания абсолютного значения ускорения силы тяжести, уже с момента основания Главной палаты мер и весов (ГПМВ) ставил одной из основных задач ее проведение такого рода работ.

С этой целью в одном из зданий ГПМВ им предусматривается постройка отдельного помещения в виде башни высотой 26 м и под ней колодца глубиной 15 м, с тем, чтобы иметь возможность наблюдать качания маятников в виде шаров, подвешенных на нити длиной 36 м.

Наблюдения с такими маятниками, проводившиеся проф. А. А. Ивановым в 1911 г. и затем Басковым и Старцевым в 1936—1938 гг., не дали тех результатов, которые от них ожидалось. Значения  $g$ , полученные ими, оценивались погрешностью до  $0,030 \text{ см/сек}^2$ , тогда как потсдамские определения имели погрешность около  $0,003 \text{ см/сек}^2$ .

Несмотря на это, работы с длинными маятниками, приближающимися по своей форме к математическим, имели большое значение для дальнейшего, так как позволили выяснить многие вопросы методического характера как в части методики непосредственных измерений, так и в части влияния систематических погрешностей.

Поэтому, приступая в 1946 г. к работам по абсолютному определению, ВНИИМ во многом опирался на опыт предшествующих измерений и в отношении выбора и в отношении проведения непосредственных измерений.

Необходимо заметить, что потсдамские измерения, проводившиеся при помощи поворотных маятников, хотя и оценивались погрешностью в  $0,003 \text{ см/сек}^2$ , но в действительности их точность была значительно ниже ввиду наличия в них систематической погрешности порядка  $0,010—0,015 \text{ см/сек}^2$ , на что указывают и теддингтонские и вашингтонские определения, о которых упоминалось выше. Поэтому естественно было заключить, что маятниковые методы абсолютных измерений  $g$ , видимо, не могут дать той точности, которую требует наука и практика, и обратиться к методам, основанным на свободном падении тел.

Эти методы, впервые осуществленные еще в XVI веке Галилеем, с тех пор никем не применялись ввиду того, что невозможно было обеспечить необходимую точность в измерении малых промежутков времени, в течение которых происходит падение тел. В настоящее время такие измерения уже не только не представляют затруднений, но и могут быть выполнены с точностью, превосходящей точность измерения длины падения тела или длины маятника. ВНИИМ, как и ряд других зарубежных учреждений, при разработке плана проведения работ по абсолютному определению  $g$  остановился на методе свободного падения тела и включил его в программу как один из основных методов. Однако наряду с этим маятниковый метод, несмотря на его неудачу в предыдущих опытах, был также включен в план работ, с тем, чтобы иметь возможность судить о величине неисключенных систематических погрешностях в том и другом методе. Маятниковый метод осуществлялся с помощью трех поворотных маятников одинаковой массы, но разной длины, что позволило исключить систематические погрешности, вызываемые сокачением штатива и упругой деформацией лезвия призмы, на которую опирается маятник.

Метод свободного падения тела проводился в двух вариантах. Первый состоял в наблюдении падения в воздухе с высоты 10 м камеры и одновременно в наблюдении падения тела, помещенного внутри этой камеры, — вариант, который получил название метода совмещенного падения. Второй вариант заключался в наблюдении падения жезла длиной в 1 м, помещенного внутри камеры, свободной от воздуха.

Изложению результатов работ по этим методам и теоретическому обоснованию их и посвящена настоящая монография. Монография состоит из трех независимых разделов, содержащих в порядке их последовательности результаты определений  $g$  при помощи поворотных

маятников, методом совмещенного падения и методом падения жезла в вакууме. Работы производились коллективом сотрудников ВНИИМ с 1946 по 1956 г. под руководством ст. научн. сотр. П. Н. Агалецкого, которым была разработана и предложена программа работ по абсолютному определению  $g$  методом совмещенного падения и методом поворотных маятников, позднее дополненная, по предложению А. И. Марциняка, методом свободного падения жезла. Эта программа неоднократно рассматривалась и получила одобрение со стороны специального гравиметрического совета, созданного при ВНИИМ, в который входили такие специалисты, как проф. П. М. Горшков, проф. И. Д. Жонголович, чл.-кор. АН СССР А. А. Михайлов, чл.-кор. АН СССР М. С. Молоденский и др.

П. Н. Агалецкий также является автором оригинального метода совмещенного падения, в ему же принадлежит идея измерения промежутков времени при помощи периодических отметок времени при падении тела, что позволило повысить точность их измерения до точности эталона частоты. Им же был предложен и осуществлен способ исключения систематических погрешностей, вызываемых сокачанием штатива при помощи трех маятников.

Основными участниками, кроме П. Н. Агалецкого, были ст. научн. сотр. К. Н. Егоров и ст. научн. сотр. А. И. Марциняк, которые явились авторами ряда вопросов методического и конструктивного характера. Способ свободного падения жезла в вакууме был разработан теоретически и осуществлен экспериментально А. И. Марциняком вплоть до разработки конструктивных чертежей аппаратуры. К. Н. Егоровым были проведены исследования по выяснению вопроса о влиянии системы нож — опора на величину периода колебания маятника, что дало возможность избежать систематических погрешностей путем выбора соответствующих материалов для ножа и подушки и обработки их рабочих поверхностей. Конструкция стержней поворотных маятников и способ сочленения отдельных деталей маятников при помощи оптического контакта также принадлежат К. Н. Егорову. Кроме того, в процессе работ им был внесен ряд конструктивных изменений в аппаратуру по совмещенному падению тела, улучшивших качество периодических отметок на проволоке.

Результатом этих работ, крупнейших по своему масштабу, явилось значение ускорения силы тяжести для пункта ВНИИМ. Эти работы подтвердили мнение, что потсдамские измерения содержат систематическую погрешность, которая оказалась порядка  $0,011 \text{ см/сек}^2$ .

Необходимо отметить, что осуществление работ по абсолютному определению ускорения силы тяжести в таком масштабе явилось первым в истории гравиметрических измерений. Никто и нигде на земном шаре еще не определял  $g$  в одном и том же пункте не только тремя, но и двумя методами.

Очевидно, что постановка и выполнение работ в таком масштабе стали возможны лишь в стране, где наука является основой всего ее строя.

Введение и разделы, излагающие теорию метода и способы исключения систематических погрешностей в главах: «Абсолютное определение  $g$  с помощью поворотных маятников» и «Абсолютное определение  $g$  методом совмещенного падения», написаны П. Н. Агалецким; в этих же главах разделы, содержащие описание аппаратуры и результаты абсолютных измерений  $g$ , написаны совместно П. Н. Агалецким и К. Н. Егоровым; последнюю главу — «Абсолютные определения  $g$  по свободному падению жезла в вакууме» написал А. И. Марциняк.

Б. М. Яновский

## ВВЕДЕНИЕ

Успехи многих физических исследований в значительной мере зависят от полноты изучения явлений, определяемых силой тяжести. К этим явлениям следует отнести взвешивание, колебание маятников и падение тел. Их тщательное изучение является безусловно необходимым для решения задач, которые стоят перед метрологическими учреждениями, призванными обеспечивать единство и правильность измерений. Среди этих исследований особого внимания заслуживают работы, направленные на определение с высокой точностью величины ускорения силы тяжести ( $g$ ). А так как явления, определяемые силой тяжести, никогда не совершаются в чистом виде, но сопровождаются побочными влияниями, например действием сопротивления среды и т. п., то для возможного исключения этих влияний при изучении силы тяжести необходимы разные дополнительные исследования.

Учитывая все это, Д. И. Менделеев, основатель Главной палаты мер и весов (ныне Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии его имени), указывал: «Одною из целей, имевшихся в виду при самом учреждении Главной палаты, служила потребность в новом определении местного напряжения тяжести».

Д. И. Менделеев дал исчерпывающую программу работ по определению величины  $g$  из опытов с длинными маятниками. Он рассматривал задачу абсолютных определений  $g$  как комплекс метрологических исследований, выполнение которого не только даст возможность объяснить и устранить несогласие отдельно полученных значений  $g$ , но позволит также установить «пределы неустранимых погрешностей» в этой важной области измерений.

Д. И. Менделеевым был не только обоснован метод, но и создана аппаратура, необходимая для абсолютных определений  $g$  с помощью длинных маятников с золотым шаром.

Запроектированные Д. И. Менделеевым абсолютные определения были частично выполнены А. А. Ивановым в 1906—1911 гг., но результаты имели лишь предварительный характер. А. А. Иванов получил для ВНИИМ  $g = 981,948 \pm 0,011 \text{ см/сек}^2$ .

Равным образом не имели решающего значения определения  $g$ , которые с помощью тех же длинных маятников с 1934 по 1940 г. проводили во ВНИИМ В. Д. Басков и В. И. Старцев.

С 1940 г. выполнение абсолютных определений во ВНИИМ было поручено П. Н. Агалецкому. В 1941 г. был разработан проект аппаратуры и начато изготовление двух поворотных маятников из плавленого кварца. Война 1941—1945 гг. прервала начатые работы. Кварцевые маятники были утрачены, и только с 1946 г. во ВНИИМ были возобновлены работы по абсолютным определениям  $g$ .

Перед ВНИИМ была поставлена дополнительная задача — помочь внести ясность в вопрос о причинах расхождения результатов абсолютных определений, полученных в Потсдаме, Вашингтоне и Теддингтоне.



Программа работ была значительно расширена и в апреле 1947 г. одобрена 4-й Всесоюзной конференцией по гравиметрии.

Новые абсолютные определения  $g$  осуществлялись во ВНИИМ тремя независимыми методами и были закончены в 1956 г.

Предпринимая новые абсолютные определения  $g$ , нельзя было рассчитывать на то, что путем сопоставления результата измерения во ВНИИМ с результатами определений  $g$ , выполненных в Потсдаме, Вашингтоне и Геддингтоне, можно оценить верность полученного значения  $g$ , так как малое число сопоставляемых результатов и погрешности связи между абсолютными станциями обесценивали это сопоставление.

Поэтому с самого начала работы было принято решение проводить абсолютные определения  $g$  различными методами, чтобы получить для одного и того же пункта по возможности большее число независимых результатов измерений. В свою очередь это потребовало проведения разнообразных предварительных исследований, охватывающих два главных направления:

- 1) совершенствование метода поворотного маятника и
- 2) разработку новых, так называемых баллистических методов абсолютных определений  $g$ , использующих явление свободного падения тел.

Эти исследования показали, что при абсолютных определениях  $g$ , выполняемых с помощью поворотных маятников, возможно:

а) избавиться в необходимой мере результат измерений от погрешностей, источниками которых является система призма—подушка.

б) получить одним методом несколько результатов независимых измерений, искаженных в различной степени известными систематическими погрешностями. Разработанные при этом методические вопросы являются существенным вкладом в метрологию.

При разработке баллистических методов абсолютных определений  $g$  пришлось решать вопросы, связанные с осуществлением новых методов и аппаратуры и исследованием всех возможных источников погрешностей. Необходимость этого была вызвана тем, что в прошлом ограниченные возможности измерительной техники не позволяли использовать явления свободного падения тел для точных определений  $g$  и, следовательно, не имелось возможности воспользоваться опытом предшественников.

Предварительный анализ возможных вариантов баллистических методов определения величины  $g$ , проведенный в 1947 г., показал, что для решения этой задачи наиболее целесообразно применять способ регистрации свободного падения тел с помощью периодических временных отметок, задаваемых импульсами, имеющими точно известную чистоту повторений.

Этот способ избавляет от больших трудностей, связанных с точным измерением малых неперiodических промежутков времени, упрощает условия опыта и облегчает обработку и анализ результатов измерений.

В этом случае временные отметки наносят с помощью импульсов, получаемых от эталона частоты, и задача, в принципе, сводится к фиксации на какой-либо шкале положений свободно падающего тела и затем к проведению измерений длины ряда отрезков на этой шкале.

Таким образом, при проведении абсолютных определений  $g$  необходимо измерять только длину, а промежутки времени задавать с необходимой точностью.

Способ регистрации свободного падения тел с помощью периодических временных отметок был во ВНИИМ применен в двух конкретных вариантах, получивших сокращенные наименования:

- 1) метод совмещения свободного и несвободного падения тел;
- 2) метод падения жезла в вакууме.

Отличаются эти варианты способом устранения влияния среды на свободное падение тела, техническими средствами, которые были использованы для нанесения временных отметок и для измерения длины отрезков пути между отметками, а также источниками погрешностей измерений.

В дальнейшем изложении описанию каждого из примененных во ВНИИМ методов абсолютных определений  $g$  предшествует рассмотрение соответствующих методических вопросов, которые были разработаны и положены в основу выполненных измерений.

### АБСОЛЮТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ $g$ С ПОМОЩЬЮ ТРЕХ КВАРЦЕВЫХ ПОВОРОТНЫХ МАЯТНИКОВ, ИМЕЮЩИХ ОДИНАКОВЫЕ МАССЫ, НО РАЗЛИЧНЫЕ ПРИВЕДЕННЫЕ ДЛИНЫ

Поворотный маятник, предложенный Кэтером и усовершенствованный Бесселем, неоднократно применялся для абсолютных определений  $g$  и является для этой цели весьма удобным прибором.

Теория поворотного маятника детально разработана. Современные средства дают возможность измерить период колебаний с высокой точностью; малые габариты прибора позволяют выбрать для маятника жесткую конструкцию, подобрать материал с малым температурным коэффициентом, ограничить плоскостями линейный размер, подлежащий измерению с высокой точностью, и этим свести задачу измерения длины к поверке концевой меры длины. Для опытов с поворотным маятником легко соорудить небольшую вакуумную камеру на жестком штативе в термостатированном помещении.

Почему же, несмотря на перечисленные положительные качества поворотного маятника как измерительного прибора, большинство современных абсолютных определений  $g$  проводят с помощью вновь разрабатываемых баллистических методов? Этот факт можно объяснить только сомнением в возможности достаточно полного учета и исключения погрешности, которую вносит в результат абсолютных определений  $g$  неотъемлемая принадлежность поворотного маятника — его опорная система, состоящая из призмы и подушки.

По этому вопросу Д. И. Менделеев в 1898 г. в работе «Опытное исследование колебания весов» отмечает следующее: «Из всех видов сопротивлений или сил, возникающих от движения, которому они стремятся противодействовать, наименее изученным и более темным остается понятие трение твердых тел. А то взаимодействие его, которое проявляется в маятниках и весах, снабженных ножами (призмами), опирающимися на подушку, не только почти не изучалось, но и очень трудно для изучения, потому что здесь нет тех видимых относительных перемещений трущихся тел, какие свойственны «скользящему» и «катящему» трению, так как острое ребро ножа покоится на подушке и существует только перемена углов и угловых скоростей между гранями угла и подушки. А между тем на преодоление этого вида трения, очевидно, идет часть энергии колебания, если они потухают в пустоте».

Автор теддингтонских абсолютных определений Кларк в 1946 г. высказал следующее мнение по вопросу о новых абсолютных определениях  $g$ : «Представляется маловероятным, чтобы какие-нибудь дальнейшие абсолютные измерения при помощи поворотного маятника привели к значительному улучшению в точности, несмотря на весьма высокую точность, с которой теперь можно производить измерения длины и времени. Однако есть, по крайней мере один иной возможный метод абсолютного определения  $g$ , который не включает в себе погрешностей, связанных с использованием маятника и опорных призм, и который состоит в наблюдении времени свободного падения тела в вакууме».

Недостаточная изученность системы подвеса маятника, как источника погрешностей при измерении  $g$ , не могла с нашей точки зрения явиться основанием для того, чтобы в новых абсолютных определениях  $g$  отказаться от применения поворотных маятников. Однако приведенные выше высказывания побудили предпринять новые методические разработки и экспериментальные исследования с тем, чтобы найти пути и средства, обеспечивающие дальнейшее повышение точности абсолютных определений  $g$ , выполняемых с помощью поворотных маятников.

Ниже приводятся результаты этих исследований.

Период колебаний физического маятника зависит от отношения момента инерции  $I$  к восстанавливающему моменту  $M$ . Обозначим:  $H$  — расстояние от оси колебания до центра тяжести маятника,  $T$  — полупериод колебаний,  $m$  — масса маятника,  $r$  — радиус инерции,  $L$  — приведенная длина ( $L = \frac{I}{mH}$ ).

Колебательную систему называют коромыслом при  $H < r$  и маятником при  $H > r$ .

У коромысла с увеличением  $H$  происходит уменьшение  $T$ , у маятника  $T$  возрастает с увеличением  $H$ .

У стержня, имеющего  $r = \text{const}$ , можно выбрать значения  $H_1 > r$  и  $H_2 < r$ , обеспечивающие условия  $T_1 = T_2$ , при этом  $L = H_1 + H_2$ . Если у такого стержня центр тяжести расположен между осями колебаний, то его называют поворотным маятником.

Основное свойство поворотного маятника состоит в том, что расстояние между осями колебаний является его приведенной длиной  $L$ , если периоды колебаний  $T_1$  и  $T_2$  в прямом и перевернутом положении равны или достаточно близки между собой. Поворотный маятник характеризуется различным расстоянием осей колебаний от центра тяжести. Период колебания эквивалентного математического маятника  $T$ , длина которого  $L$  точно соответствует расстоянию между осями колебаний поворотного маятника, определяется по формуле Бесселя:

$$T^2 = \frac{H_1 T_1^2 - H_2 T_2^2}{H_1 - H_2} \quad (1)$$

Ускорение силы тяжести находят из выражения:

$$g = \frac{\pi^2 L (H_1 - H_2)}{H_1 T_1^2 - H_2 T_2^2} \quad (2)$$

где  $H_1$  и  $H_2$  — значения  $H$  в прямом и перевернутом положениях.

Сущность определения  $g$  с помощью поворотного маятника состоит в опытном определении расстояния между осями колебаний маятника и его периодов  $T_1$  и  $T_2$  в прямом и перевернутом положениях, с учетом целого ряда поправок как на  $L$ , так и на  $T$ .

Физический маятник представляет собой колебательную систему, связанную с окружающей средой; следовательно, на него в процессе колебаний действуют, кроме тяжести, силы связи.

Эти силы можно разделить на две группы: 1) силы, вызывающие изменения  $H$  и, следовательно, одновременно влияющие на  $I$  и  $M$ ; к этим воздействиям относятся температурные изменения длины стержня маятника, сокачание штатива, деформация подвеса и т. п.; 2) силы, вызывающие появление добавочных моментов и, следовательно, изменяющие  $M$  при неизменном  $I$ .

В уравнении (2) предполагается, что влияние связей на  $T$  и  $L$  отсутствует. Поэтому основной задачей является установление количе-

ственных зависимостей для изменений, вносимых связями в колебательную систему, и введение в результат измерений соответствующих поправок или же исключение их путем соответствующей постановки опыта.

При колебаниях физического маятника в его ножевидной опоре силами связи являются неупругие (диссипативные) и упругие (консервативные) силы. Равнодействующие этих сил, не совпадая с мгновенной осью вращения маятника, создают относительно этой оси дополнительные моменты вращения.

Как показывает расчет при многочисленных опытах с маятниками, проведенных в вакуумной камере, неупругие силы взаимодействия в ножевидной опоре оказывают пренебрежимо малое влияние на изменение периода колебаний физического маятника. Величина изменений периода колебаний маятника под действием в ножевидной опоре упругих сил в сотни и даже тысячи раз превосходит изменения периода, вызываемые неупругими силами взаимодействия. Начальное отклонение маятника на угол  $\varphi$  от положения равновесия сопровождается не только подъемом его центра тяжести, но и упругими деформациями в контактном слое ножевидной опоры. Следовательно, свободные колебания маятника относительно оси происходят под действием двух моментов вращения, имеющих одинаковое направление: восстанавливающего момента  $M_p$ , создаваемого равнодействующей силы тяжести, приложенной к центру тяжести маятника, и момента  $M_k$ , создаваемого упругими силами молекулярного взаимодействия в контактном слое ножевидной опоры.

Величина  $M_k$  в системе призма — подушка зависит от веса маятника, угла отклонения от положения равновесия  $\varphi$  и от площади контакта между призмой и подушкой. В свою очередь площадь контакта зависит от упругости, вязкости и твердости материала призмы и подушки, а также от качества обработки лезвия ножа и поверхности подушки. Учитывая, что в контакте призма — подушка нагружающей силой является вес маятника  $P = mg$ , момент упругих сил, действующих на маятник в его ножевидной опоре относительно оси колебаний, можно в первом приближении представить в следующем виде:

$$M_k = kmg\varphi, \quad (3)$$

т. е. положить, что  $M_k$  пропорционален весу маятника и углу отклонения.

Коэффициент пропорциональности  $k$ , имеющий размерность длины, можно принять в качестве характеристики тех упругих сил, которые действуют в контактном слое системы призма — подушка.

При малых углах  $\varphi = \sin \varphi$  сумму моментов сил  $M$ , действующих на маятник при отклонении его от положения равновесия на угол  $\varphi$ , можно представить так:

$$M = M_p + M_k = mg(H + k) \sin \varphi. \quad (4)$$

Поэтому для периода колебаний маятника и приведенной длины будем иметь выражения:

$$T_k^2 = \frac{\pi^2 I}{mgH \left(1 + \frac{k}{H}\right)} = \frac{\pi^2 L_k}{g}; \quad (5)$$

$$L_k = \frac{l}{mH \left(1 + \frac{k}{H}\right)}. \quad (6)$$

Из выражения (5) следует, что результирующее ускорение  $g'$ , сообщаемое маятнику силой тяжести и упругими силами, действующими в ножевидной опоре, равно:

$$g' = g \left( 1 + \frac{k}{H} \right). \quad (7)$$

Следовательно, момент вращения  $M_k$  сообщает маятнику дополнительное относительное ускорение:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{k}{H} = \alpha, \quad (8)$$

величина которого обратно пропорциональна  $H$ .

Рассмотрим в общем виде зависимость между периодом колебаний и дополнительными по отношению к  $g$  ускорениями, которые сообщаются поворотному маятнику силами связи. Положим, что у поворотного маятника при определении  $T_1$  и  $T_2$  к ускорению силы тяжести добавляются ускорения, вызванные действием сил связи и равные по величине в первом случае  $\Delta g_1$ , во втором  $\Delta g_2$ .

Обозначая  $\frac{\Delta g_1}{g} = \alpha_1$  и  $\frac{\Delta g_2}{g} = \alpha_2$ , будем иметь

$$T_{1k}^2 = \frac{\pi^2 L_1}{g(1 + \alpha_1)}; \quad T_{2k}^2 = \frac{\pi^2 L_2}{g(1 + \alpha_2)}, \quad (9)$$

или

$$T_1^2 = T_{1k}^2 (1 + \alpha_1); \quad T_2^2 = T_{2k}^2 (1 + \alpha_2). \quad (10)$$

При этом  $L_1$  и  $L_2$  — приведенные длины поворотного маятника;  $T_1$  и  $T_2$  — периоды его, свободные от сил связи.

Подставив эти значения в ур-ние Бесселя (1), получим:

$$T^2 = \frac{H_1 T_{1k}^2 - H_2 T_{2k}^2}{H_1 - H_2} + \frac{\alpha_1 H_1 T_{1k}^2 - \alpha_2 H_2 T_{2k}^2}{H_1 - H_2} \quad (11)$$

При выводе формулы (11) никаких ограничений ни для  $T$  ни для  $\alpha$  и  $H$  не делалось, поэтому она справедлива при любых возможных значениях периодов, расстояний  $H_1$  и  $H_2$ , а также и для величин дополнительных ускорений  $\Delta g$ , вызываемых силами связи, действующими на маятник.

Из уравнения (11) следует, что для случая, когда существуют силы связи, значение периода эквивалентного математического маятника отличается от значения, даваемого  $\Phi$ -лой Бесселя (1), добавочным членом

$$\Delta \tau = \frac{\alpha_1 H_1 T_{1k}^2 - \alpha_2 H_2 T_{2k}^2}{H_1 - H_2}.$$

Если периоды уравнены, т. е.  $T_1 = T_2 = \tau$ , то из ур-ния (11) имеем

$$T^2 = \tau^2 \left( 1 + \frac{\alpha_1 H_1 - \alpha_2 H_2}{H_1 - H_2} \right) \quad (12)$$

Следовательно, значение  $g'$ , вычисленное без учета  $\Delta \tau$ , будет содержать погрешность  $\Delta g$ , равную

$$\Delta g = -g \frac{\alpha_1 H_1 - \alpha_2 H_2}{H_1 - H_2}. \quad (13)$$

Положим, что коэффициент пропорциональности  $k$  в прямом и перевернутом положении один и тот же, т. е.

$$\alpha_1 = \frac{k}{H_1}; \quad \alpha_2 = \frac{k}{H_2}; \quad \alpha_1 H_1 = \alpha_2 H_2 = k. \quad (14)$$

Тогда влияние на значение  $g$  дополнительных ускорений, вносимых силами связи при колебаниях поворотного маятника в прямом и перевернутом положении, полностью исключается.

Если же условия (14) не соблюдаются, т. е.  $\alpha_1 H_1 = k_1$ ;  $\alpha_2 H_2 = k_2$ , причем  $k_1 \neq k_2$ , то значение  $g'$ , вычисленное без учета  $\Delta t$ , будет содержать погрешность, определяемую выражением

$$\Delta g = -g \frac{k_1 - k_2}{H_1 - H_2}. \quad (15)$$

Знак этой погрешности будет зависеть от знака разности  $k_1 - k_2$ .

О величине погрешности можно судить из следующего примера: поворотный маятник имеет  $H_1 - H_2 = 25$  см;  $k_1 - k_2 = 1$  мк, погрешность  $\Delta g = 0,004$  см/сек<sup>2</sup>.

Если не учитывать существа процесса, происходящего в системе призма — подушка при определении  $g$  с помощью поворотного маятника, то легко допустить нарушение равенства  $k_1 = k_2$  и тем вызвать появление систематической погрешности в значении  $g$ .

Так было в прошлых абсолютных определениях величины  $g$ , выполненных с помощью поворотных маятников, когда не была раскрыта природа погрешностей, вносимых ножевидной опорой, и вместо того, чтобы попытаться найти пути устранения этих погрешностей, был сделан вывод о принципиальной непригодности поворотных маятников для абсолютных определений  $g$  с высокой степенью точности.

При изготовлении поворотных маятников для абсолютных определений  $g$  важное значение имеет выбор такой пары призма — подушка, которая имела бы по возможности наиболее устойчивую характеристику  $k$  и чтобы во время опытов с маятником сохранялось условие  $k_1 = k_2$ .

Большое число опытов, проведенных нами с различными ножевидными опорами, позволило установить, что характеристика  $k$  для данной пары призма — подушка увеличивается с расширением площади контактной поверхности, т. е. поверхности, в которой находятся в молекулярном сцеплении поверхностные слои призмы и подушки; контактная же поверхность увеличивается с уменьшением твердости как материала призмы, так и материала подушки. Характеристика  $k$  при работе ножевидной опоры не остается постоянной, так как лезвие призмы (изготовленной из материала меньшей твердости, чем материал подушки) изнашивается в процессе работы, призма притупляется, а это вызывает увеличение контактной поверхности и, следовательно, возрастание величины  $k$ .

Практически невозможно подобрать такие материалы для призмы и подушки и так их обработать, чтобы характеристика  $k$  оставалась неизменной при длительной работе маятника, особенно если учесть, что длительная работа маятника обязательно сопровождается многократными снятиями призмы с подушки и посадками ее на подушку. Обычно при посадке призмы на подушку соприкосновение по всей длине лезвия происходит не одновременно; участок лезвия призмы, вошедший в соприкосновение с подушкой в начальный момент посадки, испытывает большую нагрузку и получает остаточные деформации; этим объясняется, что при каждой посадке изменения величины  $k$  и, соответственно, изменения периода колебаний носят характер скачка, а при колебаниях маятника эти изменения имеют монотонный характер.

Поворотный маятник имеет две ножевидные опоры. Естественно, возникает вопрос — можно ли практически обеспечить в опытах с поворотным маятником условие компенсации систематических погрешностей, вносимых ножевидными опорами, если момент упругих сил в системе призма — подушка зависит от большого числа факторов и к тому же не остается постоянным при проведении опытов?

На этот вопрос мы отвечаем: да, возможно. Для этого необходимо, чтобы поворотный маятник опирался в прямом и перевернутом положении подушками на один и тот же нож; обе подушки должны быть изготовлены из одного и того же куска однородного материала, более твердого, чем материала ножа; рабочие поверхности их необходимо обработать по 14-му классу чистоты поверхности и обеспечить плоскостность, характеризуемую 0,1—0,2 интерференционной полосы; призму следует изготовить из однородного по микротвердости, пластичного металла, имеющего твердость по Роквеллу 60—65 единиц, и после заточки обкатать настолько, чтобы в микроскоп при 200-кратном увеличении не было заметно неровностей на поверхности лезвия. У такой пары призма — подушка скачкообразные изменения характеристики  $k$  в процессе работы малы по величине и носят случайный характер, а систематическое изменение величины  $k$  происходит очень медленно. Опыты по определению  $g$  мы рекомендуем проводить с опорами, имеющими характеристику  $k$  в пределах 10—30 мк, так как при ее меньших значениях происходит быстрое изменение величины  $k$ , а при больших значениях  $k$  возрастают диссипативные силы и увеличиваются случайные изменения абсолютной величины  $k$ . Чтобы исключить систематические погрешности в значении  $g$ , вызванные систематическим возрастанием характеристик  $k_1$  и  $k_2$ , необходимо строго чередовать опыты по определению периодов колебаний  $T_1$  и  $T_2$  в прямом и перевернутом положении маятника и вычисление периода эквивалентного математического маятника производить по следующей схеме.

№ опытов	Измеренные значения периодов $T_1$ и $T_2$ , расположенные в хронологическом порядке	Периоды математического маятника $T$
1	$T_1^I$	$T^I$
2	$T_2^I$	$T^{II}$
3	$T_1^{II}$	$T^{III}$
4	$T_2^{II}$	$T^{IV}$
5	$T_1^{III}$	$T^V$
6	$T_2^{III}$	

При вычислении  $T$  по этой схеме разность  $\Delta k$  будет знакопеременной и в значениях  $g$  будут чередоваться систематические погрешности с разными знаками, вносимые систематическим изменением характеристик  $k_1$  и  $k_2$ . Среднее арифметическое из большого ряда значений  $g$  будет освобождено от этой систематической погрешности.

Таким образом, поворотный маятник при соблюдении определенных условий представляет возможность исключить влияние добавочных моментов вращения, возникающих в его опорах и искажающих значения периодов колебаний  $T_1$  и  $T_2$ .

Однако одиночный поворотный маятник не позволяет применить метод компенсации для освобождения значения  $g$  от систематических погрешностей, вносимых горизонтальными и вертикальными смещениями осей вращения, смещениями, которые искажают значение приведенной длины поворотного маятника.



Для преодоления трудностей, связанных с нахождением значения приведенной длины нитяного маятника, Бессель предложил применить два нитяных маятника, подобных друг другу, но отличающихся по длине.

Применение способа разностей к результатам опытов с двумя маятниками различной длины позволяет исключить из результата совокупных измерений погрешности в значениях длины, отвечающие условию  $\Delta L_1 = \Delta L_2$ , т. е. погрешности в длинах каждого маятника, равные по величине и знаку. Предложение Бесселя относилось к так называемым нитяным маятникам. Вопрос о возможности и целесообразности применения способа разностей к поворотным маятникам подробно изложен в статье П. Н. Агалецкого — Труды ВНИИМ, вып. 11(71), 1950 г.

Рассмотрим поворотный маятник, изготовленный в виде стержня и опирающийся при колебаниях в прямом и перевернутом положении плоскими поверхностями на неподвижную призму, укрепленную на штативе. Для нахождения приведенной длины  $L$  поворотного маятника в измеренное расстояние между опорными плоскостями вводят поправки: 1) за удлинение стержня под действием собственного веса; 2) за удлинение стержня при помещении его в вакуум; 3) за упругий изгиб стержня при колебаниях маятника; 4) за упругую деформацию опорной пластины под призмой и 5) за сокачание штатива. Из перечисленных поправок весьма трудно поддаются точному учету поправки четвертая и пятая.

Вопрос о влиянии сокачания штатива на колебания физического маятника подробно рассмотрен в § 24 книги проф. Л. В. Сорокина «Гравиметрия и гравиметрическая разведка». При небольших амплитудах колебаний маятника слагающую его давления на штатив по вертикали можно считать постоянной, равно как и вертикальное смещение штатива, вызванное этим давлением. Что же касается горизонтальной слагающей давления маятника на штатив, то она изменяется при колебаниях маятника от нуля, когда маятник находится в вертикальном положении, до некоторой величины, когда маятник отклонен, причем эта составляющая направлена всегда в сторону отклонения маятника.

Таким образом, головка штатива, где находится ось колебаний маятника, испытывает переменное горизонтальное давление, уступая которому, головка штатива, а следовательно и ось колебаний, несколько перемещается в ту и другую сторону в зависимости от упругости штатива, способа его установки и т. д.

Линейная величина смещения оси колебаний, которую обозначим через  $\sigma$ , имеет следующее выражение:

$$\sigma = \frac{Hmg}{\epsilon L} \varphi = n\varphi, \quad (16)$$

где  $\epsilon$  — множитель, зависящий от упругости штатива, имеющий размерность  $[MT^{-2}]$ .

Ур-ние (16) показывает, что в результате движения маятника на упругом штативе его приведенная длина  $L$  как бы увеличилась на величину  $n$ .

Таким образом, абсолютное значение приращения приведенной длины маятника  $\Delta L$ , вызываемое сокачанием штатива, определяется равенством

$$\Delta L = \frac{mgH}{\epsilon L}. \quad (17)$$

Для поворотного маятника, имеющего общую линию опоры в виде призмы и подушки, изготовленных из одного и того же материала,

изменения приведенной длины в прямом и перевернутом состоянии соответственно будут:

$$\Delta L_1 = \frac{mgH_1}{\varepsilon L}; \quad \Delta L_2 = \frac{mgH_2}{\varepsilon L}.$$

Общее же изменение выразится как

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 = \frac{mg}{\varepsilon}. \quad (18)$$

Эта величина не зависит от приведенной длины, и, следовательно для всех поворотных маятников, имеющих одинаковые массы и подушки одинакового качества, изменение приведенной длины будет одинаково.

Поэтому, имея два поворотных маятника одинаковой массы, можно исключить погрешность, вызываемую сокачением штатива. Действительно из ур-ния (2) при  $H_1 + H_2$ , для одного из маятников с приведенной длиной  $L$ , имеем:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L}. \quad (19)$$

Так как  $\Delta g = g - g_1$ , где  $g_1$  — ускорение силы тяжести, вычисленное по ф-ле (2) без учета поправки на сокачение штатива, а  $g$  — истинное значение того же ускорения, то

$$g_1 = g - g \frac{\Delta L}{L}. \quad (20)$$

Для другого маятника будем иметь:

$$g_2 = g - g \frac{\Delta L}{L}. \quad (21)$$

Решая оба ур-ния, можно найти как истинное значение  $g$ , так и величину  $\Delta L$ :

$$g = \frac{g_1 L_1 - g_2 L_2}{L_1 - L_2}. \quad (22)$$

Если для опытов по определению  $g$  принять несколько поворотных маятников, имеющих одинаковые массы, но различные приведенные длины, и опыты с этими маятниками производить на одном и том же штативе, то мы будем иметь несколько уравнений типа (20) с двумя неизвестными, решение которых по способу наименьших квадратов дает более вероятное значение  $g$ , чем из ур-ния (22). Если к тому же у этих поворотных маятников изготовить опорные подушки из одинакового однородного материала, то применение способа разностей позволяет также освободить результат измерений от систематических погрешностей, вызываемых деформацией подушек, опирающихся на призму.

Эффективность применения способа разностей для исключения систематической погрешности, вносимой сокачением штатива, подтверждена нами опытным путем во время проведения предварительных исследований. Опыты производились с двумя поворотными маятниками, имевшими одинаковый вес, но различные приведенные длины:  $L_1 = 25$  см;  $L_2 = 50$  см. Маятники качали поочередно на одном и том же штативе. С помощью этих маятников были найдены значения  $g_1$ , равное  $981,928$  см/сек<sup>2</sup>, значение  $g_2$ , равное  $981,923$  см/сек<sup>2</sup>, и по формуле (22) вычислено значение  $g$ , равное  $981,918$  см/сек<sup>2</sup>. Затем жесткость штатива была значительно уменьшена. Для этого между призмой и ее держателем была помещена резиновая прокладка.

На штативе, имевшем меньшую жесткость, вновь были определены значения  $g$ :  $g'_1 = 981,875 \text{ см/сек}^2$ ;  $g'_2 = 981,896 \text{ см/сек}^2$ ;  $g = 981,917 \text{ см/сек}^2$ .

Данные опыты показали, что увеличение сокачания штатива вызвало уменьшение значений  $g_1$  и  $g_2$ , обратно пропорциональное приведенным длинам маятников. Применение способа разностей позволило, в пределах точности измерений, освободить значение  $g$  от систематической погрешности, вносимой сокачанием штатива.

В абсолютных определениях  $g$ , выполненных в Вашингтоне, поправка за сокачание опоры вычислялась на основании результатов прямых измерений величины горизонтального смещения ножа. Измерение смещения производилось интерференционным методом.

Поправка за сокачание опоры при абсолютных определениях  $g$  в Теддингтоне вычислялась из наблюдений за колебаниями двух вспомогательных маятников, опирающихся на один и тот же нож.

В маятниковых приборах для относительных определений  $g$  влияние сокачания штатива компенсируется одновременным качанием в противофазе двух маятников на одном штативе. Применение приема парных качаний к поворотным маятникам, предназначенным для абсолютных определений  $g$ , сопряжено с преодолением большого числа дополнительных технических затруднений.

В итоге значительного усложнения эксперимента парные качания поворотных маятников позволяют исключить только одну систематическую погрешность. Из метрологической практики известно — чем сложнее эксперимент, тем больше возможностей для появления дополнительных источников погрешностей, которые могут остаться невыявленными.

Применение для абсолютных определений  $g$  нескольких поворотных маятников, имеющих равные массы, но различные приведенные длины, открывает следующие возможности:

- 1) получение нескольких независимых результатов измерения  $g$ ;
- 2) исключение систематических погрешностей, вносимых сокачанием штатива и деформациями подушек;
- 3) контроль за точностью выполненных абсолютных определений  $g$ , и, в частности, контроль за тем, в какой мере при проведении опытов было обеспечено условие компенсации погрешностей, вносимых ножевидными опорами. Этот контроль возможно производить по соответствию независимо от полученных значений  $g_1, g_2, g_3$  неравенству  $g_1 < g_2 < g_3 < g$ .

Таким образом, выполненные нами методические разработки позволили найти пути и технические средства, необходимые для повышения точности абсолютных определений  $g$ , производимых с помощью поворотных маятников. Эти разработки были положены в основу абсолютных определений  $g$ , выполненных во ВНИИМ с помощью поворотных маятников.

### Поворотные маятники и их устройство

Проведенная во ВНИИМ работа по абсолютным определениям  $g$  с помощью поворотных маятников делится на два этапа:

- 1) разработка методических вопросов, создание аппаратуры и проведение предварительных опытов, имевших методическое значение (с 1940 по 1941 г. и затем с 1947 по 1951 г.);
- 2) создание кварцевых поворотных маятников, их исследование и получение окончательных результатов (с 1953 по 1956 г.).

Предварительные опыты по определению  $g$  были проведены во 2-й половине 1951 г. Для этих опытов были изготовлены из дюралюминия два поворотных маятника, имевших каждый массу 2700 г и при-

веденные длины 25 и 50 см. В основу конструкции этих маятников был принят поворотный маятник, которым проводилось определение  $g$  в Теддингтоне. Опыты с дюралевыми маятниками позволили накопить экспериментальные навыки, подтвердили правильность исходных положений, принятых нами при разработке маятниковой аппаратуры и определили условия, при которых должно быть получено наиболее достоверное значение  $g$  при окончательных опытах.

Предварительные результаты опубликованы в трудах Международного конгресса по хронометрии (Париж, октябрь 1954 г.).

Дюралевые поворотные маятники имели два основных недостатка: большие температурные коэффициенты и нестабильность приведенной длины ( $L = H_1 + H_2$ ) вследствие соединения с помощью болтов отдельных деталей маятника, изготовленных из материалов, имеющих различный коэффициент линейного расширения. Перечисленные недостатки побудили отказаться от работы с этими маятниками и для окончательных опытов разработать и изготовить более совершенные — со стержнями из плавящего кварца.

При выборе конструкции и материала для поворотных маятников, имеющих равную массу, однотипную конфигурацию, но различную приведенную длину, были поставлены следующие разнохарактерные требования:

Рис. 1. Общий вид поворотных маятников.

1) материал для поворотного маятника должен быть немагнитным, малой плотности, с минимальным температурным коэффициентом линейного расширения, твердым, позволяющим доводить поверхности до наивысшего класса чистоты обработки, однородным, устойчивым во времени;

2) конструкция должна обеспечить маятнику максимально возможную жесткость с тем, чтобы при определении  $g$  можно было пренебречь поправкой за упругий изгиб стержня маятника;

3) стержень маятника должен представлять собою плоскопараллельную концевую меру, длину которой можно было бы с большой точностью сравнить с образцовыми концевыми мерами длины 1-го разряда.

Для окончательных опытов по определению  $g$  были изготовлены три поворотных маятника со стержнями из плавящего кварца и добавочными грузами из латуни. Маятники имели массу 4,6 кг и приведенные длины: № 1 — 40 см, № 2 — 60 см и № 3 — 75 см. Общий вид маятников дан на рис. 1.

Для стержней были исполнены кварцевые заготовки в виде брусков прямоугольного сечения  $70 \times 30$  мм. Брусочки имели длину: 414, 614 и 764 мм.

В торцах брусков сделаны пропилы шириной 20 мм и глубиной 27 мм для опорных подушек и призмы.

С боков в средней части брусков сделаны продольные вырезы шириной 50 мм и глубиной 10 мм и таким способом получены стержни, имеющие в средней части двухтавровое сечение.

Торцевые поверхности стержней были обработаны по 14-му классу чистоты с отклонением от плоскостности не более 0,2 интерференционной полосы и отклонением от плоскопараллельности между торцевыми поверхностями не более 1 мк. Из прозрачного плавленного кварца были изготовлены прямоугольные пластины размером  $70 \times 30 \times 25$  мм и обработаны по плоскостности и плоскопараллельности с такими же минимальными допусками, как и стержни. Тщательная обработка торцевых поверхностей стержней и пластин позволила соединить пластины со стержнями, используя только силы молекулярного сцепления. Внутри окон, образовавшихся в стержнях маятников, были вставлены опорные подушки и соединены с пластинами-перемычками с помощью молекулярных сил.

Таким образом, хотя маятники были составлены из пяти отдельных деталей: стержень, две пластины-перемычки и две опорные подушки, но выбранный материал и точная обработка позволили соединить их в одну механически прочную систему, что дало возможность с большой точностью измерить расстояние между опорными подушками маятника.

Для смещения центра тяжести маятника к одному из концов стержня прикреплены добавочные грузы в виде двух латунных полос толщиной 7 мм и шириной 68 мм каждая. Латунные полосы были плотно прижаты к ребрам жесткости кварцевого стержня и стянуты двумя болтами, проходящими через отверстия в кварце. За пределами кварцевого стержня латунные полосы соединены между собой с помощью латунного бруска, который вместе с латунными полосами образует добавочный груз маятника.

Торцы собранного маятника имеют плоскопараллельные зеркальные поверхности. Положение центра тяжести маятников определялось с помощью специально изготовленного прибора с погрешностью  $\pm 0,05$  мм.

Кварцевые стержни двухтаврового сечения для поворотных маятников изготовили на Ленинградском фарфоровом заводе им. Ломоносова П. И. Громов, В. Г. Семенов и Е. Б. Никитин. Сами маятники изготовлены на заводе «Эталон» Г. С. Ермолинским, П. П. Яковлевым и А. М. Дроздовым.

Основные характеристики кварцевых поворотных маятников приведены в табл. 1.

Таблица 1

Наименование характеристики	Единица измерения	Маятник № 1	Маятник № 2	Маятник № 3
Измеренное расстояние между опорными пластинами по осевой линии маятника	см	40,37109	60,37767	75,33118
Приведенная длина маятника (с поправками)	"	40,37114	60,37775	75,33130
Расстояние $H_1$ (груз внизу)	"	33,635	49,07	60,485
Расстояние $H_2$ (груз сверху)	"	6,735	11,31	14,845
Масса собранного маятника	г	4618	4601	4658
Габаритная длина собранного маятника	см	54,5	78	96
Температурные коэффициенты изменения периода:				
В прямом положении $\alpha_1$	сек/град.	$2,52 \cdot 10^{-6}$	$2,4 \cdot 10^{-6}$	$1,82 \cdot 10^{-6}$
В перевернутом положении $\alpha_2$	"	$10,2 \cdot 10^{-6}$	$6,8 \cdot 10^{-6}$	$6,6 \cdot 10^{-6}$
Барометрические коэффициенты изменения периода:				
в прямом положении $\beta_1$	сек/мм рт. ст.	$6 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-7}$	$14 \cdot 10^{-7}$
в перевернутом положении $\beta_2$	"	$18 \cdot 10^{-7}$	$13 \cdot 10^{-7}$	$15 \cdot 10^{-7}$

Опыты со всеми маятниками проводились в вакууме на одном и том же штативе, состоящем из стальной плиты размерами  $500 \times 500 \times 25$  мм, установленной с помощью швеллерных балок на двух бетонных столбах, соединенных внизу бетонной перемычкой. Штатив расположен в котловане, находящемся в комнате. Глубина котлована  $80$  см от уровня пола; площадь  $210 \times 210$  см; на дне его заложен бетонный фундамент. Стальная плита штатива находится на высоте  $42$  см над уровнем пола комнаты. Швеллерные балки со стальной плитой установлены на столбах по уровню, закреплены гайками и сверху залиты бетоном. Стальная плита в средней части имеет отверстие, над которым закреплен стальной диск с квадратным отверстием для маятников. Диск служит для крепления ножа и арретирной скобы.

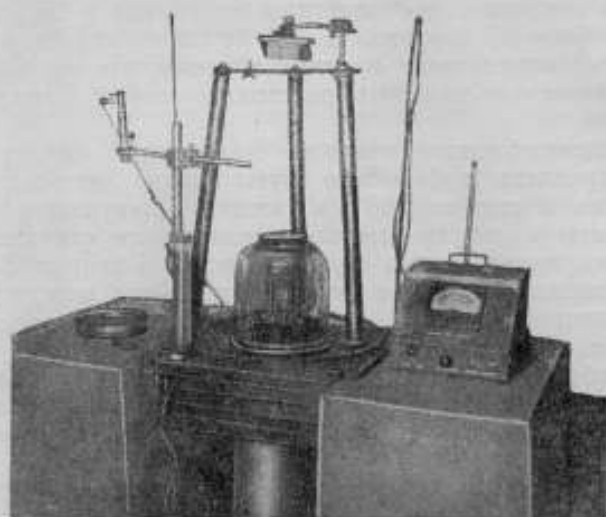


Рис. 2. Вакуумная камера для маятников.

Вакуумная камера представляет собой красно-медный цилиндр с внутренним диаметром  $21,2$  см, толщина стенок камеры  $3$  мм.

Верхней частью камеры служит стеклянный колпак, притираемый на вакуумной замазке к поверхности опорной плиты. Для наблюдения за колебаниями маятника в колпак сверху вставлено круглое зеркальное стекло. Средняя часть камеры имеет два отверстия для пускового механизма и вывода проводов от находящихся в камере терморпар, а также для подключения вакуумметра.

Герметичность соединения средней камеры с опорной плитой и нижней частью вакуумной камеры обеспечена специальной конструкцией фланцев с резиновыми прокладками.

Общий вид камеры приведен на рис. 2.

Для отклонения маятника в камере был применен пусковой механизм, который состоит из стержня, проходящего через втулку в стенке вакуумной камеры. Втулку и наружный конец стержня охватывает резиновый шланг, при этом стержень можно вращать на некоторый угол вокруг оси без проникновения воздуха в камеру через втулку.

Внутри камеры на стержне закреплен пусковой рычаг. Когда стержень вращается, пусковой рычаг приходит в соприкосновение с маятником; резиновый шланг, соединяющий трубку со втулкой, закручивается и играет роль пружины, которая вращает стержень в обратном направлении и отбрасывает пусковой рычаг от маятника, получившего начальное отклонение.

Откачка воздуха из камеры производилась масляным форвакуумным насосом. Остаточное давление воздуха в камере, измерившееся с помощью термоманного вакуумметра, не превышало 0,5 мм рт. ст.

Измерения температуры маятника производились дифференциальными термомпарами, изготовленными из медной и константановой проволоки диаметром 0,25 мм, по отношению к показаниям образцового ртутно-стеклянного термометра, находящегося в массивном красно-медном блоке снаружи вакуумной камеры.

В вакуумной камере размещено пять термомпар. Четыре термомпары зачеканены в тело стержня-свидетеля, который расположен в нижней части камеры, и одна заложена в латунный блок, изолированный от стальной плиты в верхней части камеры. Термомпары, находящиеся на различных уровнях, позволяют определять температурный градиент по высоте камеры.

Случайные погрешности в измерении температуры с помощью дифференциальных термомпар при тщательно поставленном эксперименте не превосходят  $\pm 0,02^\circ \text{C}$ .

Учитывая, что маятники имели кварцевые стержни и латунные добавочные грузы, о температуре в прямом положении маятника судили по показаниям нижних термомпар, а в перевернутом положении — по показаниям верхних термомпар. Для вычисления поправок принимались средние значения температуры из измерений в начале и в конце опыта.

В вакуумной камере на стальном опорном диске укреплен арретирная вилка для плавного опускания маятника на призму.

Арретирная вилка состоит из двух пальцев, соединенных вместе пластиной. С помощью микрометрического винта можно опускать или поднимать концы пальцев арретирной вилки. Маятник имеет специальные выступы, которыми он опирается на конуса пальцев арретирной вилки. Движением микрометрического винта можно плавно опускать маятник на нож. Снаружи вакуумной камеры на опорной плите установлена тренога, охватывающая колпак камеры. На верхнем конце треноги под углом  $45^\circ$  установлено зеркало.

Горизонтальный луч от осветителя падает на зеркало, отражается от торцевой поверхности маятника и после вторичного отражения от зеркала попадает на щель фотореле и амплитудную шкалу.

Основание опорной призмы притерто к поверхности стальной пластины-держателя и прижимается к ней с помощью хомута. После установки маятника на арретирной вилке нож вводится в отверстие в маятнике и концы его прижимаются болтами к стальному диску опорной плиты. Для установки ножа на одно и то же место в стальном диске имеются ограничители. Лезвие ножа было образовано пересечением двух граней под углом  $120^\circ$ .

В опытах применялись два ножа одинаковой конструкции, изготовленные из одного и того же материала — инструментальной стали марки X12M. Нож № 1 имел твердость по Роквеллу 48 и длину лезвия 35 мм. Нож № 2 — соответственно 63 и 32 мм.

Подушки были изготовлены из кварцевого стекла МКР-1 (пирекс) с малым коэффициентом теплового расширения, с большей твердостью относительно других марок стекла, а также относительно стали, имеющей твердость по Роквеллу порядка 63 единиц, и с податливостью к полировке, сглаживающей следы царапин, полученных поверхностью от зерен абразива при обработке. Размеры подушек:  $45 \times 10 \times 5$  мм.

Перед опытами ножи прошли обкатку и притирку путем перемещения маятника на ноже в горизонтальной плоскости.

Износ ножа был более интенсивным в первый период обкатки и менее интенсивным при последующих опытах. В процессе обкатки контактная поверхность ножа приняла вид полированной поверхности, на кото-

рой при рассмотрении в микроскоп при 220-кратном увеличении не было заметно ни гребешков, ни впадин. Характеристика  $k$  для ножа № 2 изменилась за время опытов от 15 до 21 мк.

На подушке при опытных работах никаких следов разрушения поверхности не было обнаружено.

#### Аппаратура для определения периодов колебания маятников

На протяжении длительного времени практически невозможно обеспечить строгое постоянство всех условий эксперимента, так что среднее значение периода, полученное за длительный промежуток времени  $\tau$ , неизбежно будет искажено систематическими погрешностями, не поддающимися точному учету. Поэтому при выборе измерительной аппаратуры была поставлена цель: уменьшить время наблюдений  $\tau$  до 15—20 мин., обеспечив такую точность, чтобы относительная погрешность значения  $T$  не превышала  $2 \cdot 10^{-7}$ . Достигнуть этой цели оказалось возможным с помощью синхронных электрических часов, питаемых переменным током от высокостабильного генератора электрических колебаний. Если обозначить действительное значение частоты переменного тока, получаемого от генератора, через  $f$ , ее номинальное значение — через  $f_0$ , а поправку к ней — через  $\Delta f = f - f_0$ , то абсолютное значение односекундного хода синхронных электрических часов будет:

$$\omega_s = - \frac{\Delta f}{f_0} \quad (23)$$

Измеренный с помощью синхрочасов период  $T$  должен быть исправлен за ход часов:

$$T' = T(1 + \omega_s). \quad (24)$$

Точность измерения промежутков времени с помощью электрических синхронных часов обусловлена неизменностью во времени частоты переменного тока, питающего часы, и точностью определения ее действительного значения.

Во ВНИИМ находится группа пьезокварцевых генераторов электрических колебаний, являющихся частью Государственного эталона СССР для воспроизведения единицы частоты.

Относительные суточные вариации частоты переменного тока, воспроизводимого эталонными генераторами, не превосходят  $2 \cdot 10^{-9}$ , а действительное значение частоты известно с относительной погрешностью, не превышающей  $\pm 3 \cdot 10^{-8}$ .

Для опытов с кварцевыми поворотными маятниками были использованы электрические синхронные печатающие часы, разработанные Центральным научно-исследовательским институтом радионизмерений. Эти часы называют — печатающий хронограф. На бумажной ленте печатающего хронографа в момент подачи электрического импульса производится отпечаток показаний часов в тысячных долях секунды.

Питание печатающего хронографа осуществлялось переменным током частотой 100 гц, получаемым от высокостабильного генератора эталонной группы.

Для подачи на синхрочасы сигналов, соответствующих моментам прохождения маятником положения равновесия, применяли фотоэлектрическое реле, управляемое световым лучом, отраженным от зеркальной торцевой поверхности маятника.

Рассмотрим пример определения периода колебаний поворотного маятника № 1 в прямом положении ( $T_1$ ). Дата 26. I. 56 г., 8 ч. 30 м. Наблюдатель П. Н. Агалецкий. Температура  $\theta = 20,48^\circ$ ; амплитуда  $\varphi = 0,0023$  рад.; давление  $p = 0,26$  мм рт. ст.



Порядок наблюдений следующий. Включались фотореле и синхронный двигатель печатающего хронографа; произведя все записи, характеризующие условия опыта перед началом измерения периода, одновременно включали секундомер и печатающий механизм хронографа; после получения пятидесяти отсчетов на хронографе печатающий механизм выключался; через 16 мин. 40 сек. (1000 сек.), отсчитанных по секундомеру, вновь включали печатающий механизм хронографа и получали пятьдесят отпечатков в конце серии наблюдения; после этого выключали аппаратуру, записывали условия опыта в конце наблюдений и приступали к вычислению значения  $T_1$ .

Из грубых определений было известно приближенное значение  $T_1$  для маятника № 1, поэтому можно было определить число колебаний (полупериодов)  $N$  за 1000 сек., которое в данном случае равно 1570. Для уточнения промежутка времени  $\Delta t$  с ленты хронографа выписывались в журнал наблюдений 50 отсчетов  $\tau_1$ , выраженных в миллисекундах и полученных в начале наблюдения, и рядом 50 отсчетов  $\tau_2$ , полученных, соответственно, через 1000 сек. в конце наблюдения.

Образовав разности  $\tau_2 - \tau_1$ , находим среднюю величину разности, которую следует прибавить к 1000 сек., чтобы получить точное значение промежутка  $t$  (табл. 2).

Таблица 2

$\tau_1$ , мсек	$\tau_2$ , мсек	$\Delta t = \frac{1000 + (\tau_2 - \tau_1)}{\text{сек.}}$	$\epsilon$ , мсек	$\tau_1$ , мсек	$\tau_2$ , мсек	$\Delta t = \frac{1000 + (\tau_2 - \tau_1)}{\text{сек.}}$	$\delta$ , мсек
024	174	1000,150	-1	956	107	1000,151	0
668	818	0	-1	585	737	2	1
298	449	1	0	230	382	2	1
939	090	1	0	861	012	1	0
569	720	1	0	505	656	1	0
214	365	1	0	135	287	2	1
846	997	1	0	778	929	1	0
488	640	2	1	408	559	1	0
120	270	0	-1	053	203	0	-1
763	914	1	0	684	834	0	-1
394	546	2	1	327	477	0	-1
038	188	0	-1	958	108	0	-1
668	820	2	1	600	751	1	0
312	463	1	0	230	382	2	1
942	094	2	1	875	026	1	0
586	736	0	-1	506	658	2	1
216	368	2	1	148	298	0	-1
858	010	2	1	779	930	1	0
490	642	2	1	422	574	2	1
134	286	2	1	054	204	0	-1
765	917	2	1	697	848	1	0
408	558	0	-1	327	478	1	0
138	188	0	-1	970	122	2	1
681	833	2	1	602	753	1	0
314	465	1	0	246	396	0	-1

$$\Delta t_{\text{средн}} = 1000,15106 \text{ сек.}$$

$$T_1 = \frac{1000,15106}{1570} = 0,63703889 \pm 0,00000007 \text{ сек.}$$

Таким образом, за 17 мин. 10 сек. было определено значение периода колебаний с относительной средней квадратичной погрешностью  $\pm 1,1 \cdot 10^{-7}$ .

В измеренное значение периода необходимо внести четыре поправки:  
 $\Delta T_{\epsilon}$  — поправка для приведения к бесконечно малой амплитуде;  
 $\Delta T_{\theta}$  — поправка для приведения к температуре 20,00°;  
 $\Delta T_p$  — поправка за остаточное давление воздуха в камере;  
 $\Delta T_{\omega}$  — поправка за ход электрических синхронных часов.

### Поправки, вводимые в измеренные значения периодов колебаний

Приведение значений периодов колебаний к бесконечно малым амплитудам производилось по общеизвестному выражению для поправки за амплитуду  $\varphi$ :

$$\Delta T_{\varphi} = -\frac{\varphi^2}{16} T. \quad (25)$$

Однако у физического маятника, имеющего нежесткую опору, увеличение периода колебаний с увеличением амплитуды  $\varphi$  происходит быстрее, чем это следует из выражения (25).

Произведенные опыты с измерительными коромыслами позволили определить зависимость между  $k$  и  $\varphi$ , которую можно выразить следующим уравнением:

$$k_{\varphi} = k_0 - B\varphi + C\varphi^2, \quad (26)$$

где  $k_{\varphi}$  — значение характеристики  $k$  при амплитуде  $\varphi$ ;

$k_0$  — то же при нулевой амплитуде;

$B$  и  $C$  — коэффициенты, находимые опытным путем.

Из уравнения (26) следует, что характеристика  $k$  при небольших амплитудах уменьшается с увеличением амплитуды.

У поворотного маятника компенсация изменений периодов  $T_1$  и  $T_2$ , вызванных действием консервативных сил в нежесткой опоре, как это было показано выше, имеет место при  $k_1 = k_2$ . Поэтому условие  $k_1 = k_2$  будет обеспечено только в том случае, если определения периодов колебания поворотного маятника в прямом и перевернутом положениях производятся при одинаковых амплитудах.

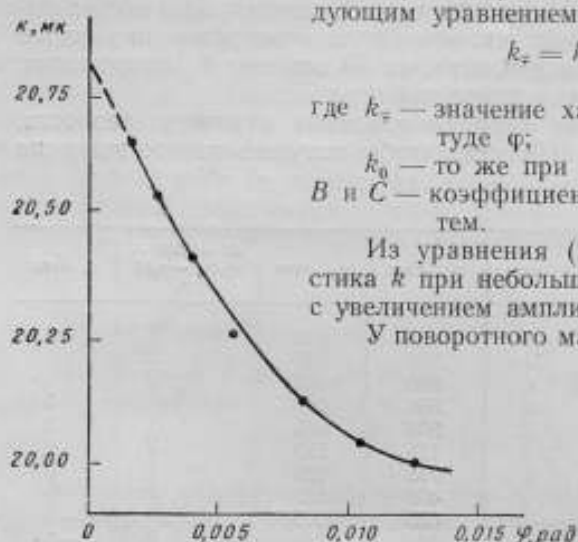


Рис. 3. Зависимости значения плеча упругого момента от амплитуды колебания.

Если же определения  $T_1$  и  $T_2$  производятся при различных амплитудах, то в результаты измерений следует вводить поправки. Для определения величины поправки необходимо для данной пары нож — подушка определить коэффициенты в уравнении (26).

С помощью измерительного коромысла было определено  $k = f(\varphi)$  для призмы № 2 из закаленной стали X12M и опорной подушки из стекла пирекс. Результаты измерений приведены в виде графика на рис. 3. В рабочем диапазоне амплитуд ( $\varphi = 30 \cdot 10^{-4}$  рад.) изменение амплитуды на угол  $\Delta\varphi = 1 \cdot 10^{-3}$  рад. сопровождалось изменением характеристики  $k$  на величину  $\Delta k = 0,1$  мк.

Для маятника № 2 в прямом положении такое изменение вызывало относительное изменение периода  $T_1$ , равное всего лишь  $1 \cdot 10^{-7}$ . Вследствие этого в результаты измерений  $T_1$  и  $T_2$  не вводились поправки за изменение  $k = f(\varphi)$ .

Измерение периодов  $T_1$  и  $T_2$  осуществлялось при разных температурах в диапазоне 19—21° С. Для приведения периодов к температуре 20° для всех маятников были найдены, в диапазоне температур от 17 до 22° С, температурные коэффициенты  $\alpha$ , определяемые из уравнения

$$\alpha = \frac{T_{20} - T_{20}}{T_{20} - 20}.$$

Значения их даны в табл. 1. Погрешность в определении температурных коэффициентов не превышает 5%. При измерении периодов колебаний маятников давление воздуха в камере было в пределах 0,1—0,4 мм рт. ст.

Для каждого маятника в прямом и перевернутом положении была определена опытным путем зависимость между изменением периода и остаточным давлением воздуха в камере. Эта зависимость позволила вычислить барометрические коэффициенты для диапазона 0—1 мм рт. ст. Поправки за остаточное давление воздуха в камере вычисляли из уравнения  $\Delta T_p = -\beta P$ . Погрешность определения барометрических коэффициентов не превышает 10%.

На протяжении всего периода опытов с поворотными маятниками (с августа 1955 г. по февраль 1956 г.) односекундный ход синхронных печатающих часов был  $\omega_s = -9 \cdot 10^{-7}$ . Поправку за ход часов вычисляли из уравнения  $\Delta T_\omega = \omega_s T$ .

### Измерение длины поворотных маятников

Приведенной длиной поворотного маятника  $L$  называют расстояние между осями колебаний маятника в прямом и перевернутом положении. В силу того, что оси колебаний физически не означены, задачу нахождения  $L$  сводят к измерению расстояния между опорными подушками маятника с последующим введением в измеренное значение длины поправок за влияние различных факторов, изменяющих приведенную длину маятника в реальных условиях эксперимента.

Все измерения линейных размеров поворотных маятников и их отдельных элементов, а также контроль за плоскостностью и плоскопараллельностью деталей маятников в процессе их изготовления, выполнялись в лаборатории линейных и угловых измерений ВНИИМ. Общее научное руководство измерениями осуществляла М. Ф. Романова. Измерениями производили М. Л. Бржезинский, М. Ф. Гречко, Н. В. Трофимова, Е. П. Алексеева, О. Ю. Шошина и И. П. Владимиров.

Измерения линейных размеров маятниковых стержней и отдельных деталей делались с помощью интерференционного сравнительного метода, а также сравнительным методом на вертикальном компараторе с уровнем. Расстояния между опорными пластинами кварцевых поворотных маятников были измерены контактным сравнительным методом на длинноизмерительной машине. Результаты этих измерений были приняты для вычисления  $g$ . Схема измерения расстояний между опорными пластинами маятника приведена на рис. 4. К опорным подушкам маятника притирали плоские вспомогательные пластины  $m$  и  $n$  и измеряли расстояния  $AA'$  и  $BB'$ . Расстояние между точками  $A$  и  $B$  по поперечному сечению маятника составляло 63 мм. В качестве расстояния между опорными подушками маятника принимали среднее из двух размеров:  $AA'$  и  $BB'$ .

Измеряемый поворотный маятник и блок концевых мер устанавливали в горизонтальном положении на двух столах, конструкция которых обеспечивала пять степеней свободы измеряемым объектам по отношению к контактирующим наконечникам для ориентации измеряемых объектов по линии измерения. Расположение опор выбиралось исходя из условия наименьшего прогиба.

Разность измеряемых длин получалась в результате трех отсчетов по оптиметру (цена деления 0,1 мк), из которых первый и третий соот-

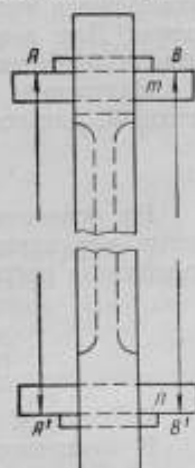


Рис. 4. Схема измерения расстояний между опорными пластинами поворотного маятника.

ветствовали фиксированию наконечниками измерительных поверхностей образцовой меры:

$$L_{\text{маятник}} - L_{\text{блок}} = A_2 - \frac{A_1 + A_3}{2}$$

где  $A_1$  и  $A_3$  — начальный и конечный отсчеты на мере;  
 $A_2$  — отсчет на маятнике.

Непосредственно измеряемая разность приводилась к температуре 20° С; при этом температура меры и маятника учитывалась по показаниям термометров с ценой деления 0,01° С, резервуары которых были помещены в металлические колодки, контактирующие с мерой и маятником. Для выравнивания температуры и улучшения условий теплообмена применялось перемешивание воздуха с помощью вентиляторов.

Внутренняя сходимость ряда измерений, полученного контактным методом, для всех трех кварцевых маятников:

$$\sigma_{\text{сравн.}} = \pm (0,09 + 0,10) \text{ мк.}$$

На основании погрешностей аттестации плоскопараллельных концевых мер длины 1-го разряда и погрешности сравнения определены предельные погрешности измерения длины маятников:

Маятник	Предельные погрешности $\Delta L$ , мк
№ 1 (К-40)	$\pm 0,4$
№ 2 (К-60)	$\pm 0,5$
№ 3 (К-75)	$\pm 0,6$

Результаты измерения длины маятников приведены в табл. 1.

В измеренное значение длины маятника вводили только две поправки:

- 1) на сжимаемость стержня маятника в воздухе;
- 2) на удлинение стержня под действием собственного веса маятника.

Вследствие атмосферного давления длина стержня маятника в вакууме больше его длины в воздухе.

Плавленый кварц — материал изотропный, поэтому для случая равномерного всестороннего сжатия стержня относительное удлинение будет:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\sigma_x}{E} (1 - 2\mu),$$

где  $\sigma_x$  — сжимающее напряжение — 1033,980 дин/см<sup>2</sup>;  
 $E$  — модуль Юнга — для плавленого кварца  $5,2 \cdot 10^{11}$  дин/см<sup>2</sup>;  
 $\mu$  — коэффициент Пуассона — 0,3.

Относительное удлинение кварцевых стержней равно:

$$\frac{\Delta L}{L} = 7,8 \cdot 10^{-7}.$$

Поправки на сжимаемость стержня в воздухе, которые мы ввели в измеренные значения длины маятников, следующие:

Маятник	Поправки, мк
№ 1 (К-40)	+0,30
№ 2 (К-60)	+0,47
№ 3 (К-75)	+0,58

Расстояние между опорными пластинками, измеренное в горизонтальном положении маятника, увеличится в прямом и перевернутом положении маятника под действием собственного веса.

Если через  $a_1$  обозначим относительное изменение приведенной длины  $L_1$  под действием собственного веса маятника в прямом положении и через  $a_2$  — относительное изменение приведенной длины  $L_2$  под

действием собственного веса маятника в перевернутом положении, то эффективная поправка к длине эквивалентного математического маятника будет:

$$\Delta L = \frac{H_1 a_1 - H_2 a_2}{H_1 - H_2} \cdot L,$$

где  $H_1$  и  $H_2$  — расстояния от центра тяжести маятника до опорных плоскостей.

Вычисление  $a_1$  и  $a_2$  у маятников с  $H$ -образным сечением производили по формуле Джеффриса:

$$a = \frac{\Delta L}{L} = \frac{gl \left( M_2^2 + \frac{2}{3} M_0 M_2 + \frac{1}{12} M_0^2 \right)}{ES \left( M_1 h_1 + \frac{1}{2} M_0 l + M_2 h_2 \right)},$$

где  $M_0$  — масса стержня маятника;

$l$  — длина стержня маятника;

$M_1$  — масса верхней пластины;

$M_2$  — масса нижней пластины и добавочного латунного груза;

$h_1$  и  $h_2$  — расстояние от центра тяжести масс  $M_1$  и  $M_2$  до оси вращения.

Получены следующие поправки на удлинение стержня под действием собственного веса маятника:

Маятник	Поправки, мк
№ 1 (К-40)	+0,20
№ 2 (К-60)	+0,32
№ 3 (К-75)	+0,66

Поправка на удлинение стержней маятников под действием изгибающих моментов не вводилась, так как для всех маятников принятой нами формы и размеров величина этой поправки не превосходит 0,1 мк.

В измеренные значения  $L$  мы не вводили также поправки за сокачание штатива и за упругую деформацию опорной пластины под лезвием ножа, потому что их находили путем применения способа разностей (22) к значениям  $g_1$ ,  $g_2$  и  $g_3$ . Однако при проведении предварительных опытов с поворотными маятниками в 1951 г. С. И. Торопиным было определено методом резонанса сокачание для этого же штатива с помощью двух вспомогательных маятников.

Вспомогательные маятники имели массу 2900 г, расстояние ( $H$ ) от центра тяжести до оси вращения 14 см, период колебания 0,708776 сек.

Определение сокачания было произведено в вакууме при остаточном давлении 0,015 мм рт. ст. Для поворотного маятника, имевшего массу 2750 г, эффективная поправка к приведенной длине, вызванная сокачанием штатива, составила 1,43 мк. Следовательно, для кварцевых поворотных маятников, имеющих массу 4600 г, поправка за сокачание должна составить 2,39 мк. Выполненное определение  $g$  с тремя кварцевыми поворотными маятниками различной приведенной длины с последующим применением способа разностей показало, что суммарная поправка к приведенной длине за сокачание штатива и упругую деформацию опорных подушек составила 1,64 мк, т. е. на 0,75 мк меньше величины поправки за сокачание штатива, найденной резонансным методом. Эту разницу мы полагаем возможным объяснить тем, что способ разности позволяет находить поправку  $\Delta L$ , величина которой определяется не только сокачанием штатива. Весьма вероятно, что смещение оси колебаний маятника относительно плоскости подушки, обусловленное геометрической формой поверхности контакта ножа и подушки, происходит в направлении, обратном тому, которое вызывает сокачание штатива.

### Юстировка поворотных маятников и порядок проведения опытов с ними

Юстировка маятника должна обеспечить соблюдение следующих требований, предъявляемых к поворотному маятнику:

- 1) равенство периодов  $T_1$  и  $T_2$  в определенных пределах;
- 2) параллельность и горизонтальность осей вращения в прямом и перевернутом положении;
- 3) расположение осей вращения в прямом и перевернутом положении в одной и той же плоскости, проходящей через центр тяжести маятника.

Период эквивалентного маятника  $T$ , определяемый по формуле Бесселя (1), зависит от  $H_1$  и  $H_2$ , поэтому погрешности при измерении этих величин дадут определенную погрешность и при определении периода  $T$ . Дифференцируя формулу Бесселя, считая  $T_1$  и  $T_2$  постоянными, получим:

$$\Delta T = (T_2 - T_1) \frac{L}{H_1 - H_2} \Delta H.$$

Так как погрешность при измерении  $H_1$  и  $H_2$  составляет  $\pm 0,1$  мм, то можно найти, с какой точностью следует подгонять периоды, чтобы погрешностью  $\Delta T$  можно было пренебречь. Полагая эту погрешность  $\Delta T = 2 \cdot 10^{-7}$  сек., мы получили для разных маятников следующие значения разностей  $T_1 - T_2$ :

Маятники	Максимально допустимая разность $T_1 - T_2$ , сек.
№ 1	$3,7 \cdot 10^{-4}$
№ 2	$4,8 \cdot 10^{-4}$
№ 3	$5,6 \cdot 10^{-4}$

У всех маятников периоды были уравнены в пределах указанных выше допусков.

Горизонтальность осей вращения маятника в прямом и перевернутом положении была обеспечена путем установки опорной плиты штатива по уровню с последующим контролем по ртутному горизонту. Для этого при установке маятника в прямом положении на нож, с помощью автоколлимационной трубы, установленной над маятником, поочередно сопоставляли между собой уровень ртути и плоскость зеркала, нанесенного на плоскопараллельной перемычке маятника.

В опытах со всеми кварцевыми маятниками угол отклонения осей вращения от горизонтальной плоскости не превышал двух угловых минут, что соответствует погрешности в измерении в пределах от 0 до  $0,0002$  см/сек<sup>2</sup>.

Параллельность осей вращения маятника была обеспечена тщательной подгонкой торцевых поверхностей маятников на плоскопараллельность. Наибольшее отклонение от параллельности осей вращения было у маятника № 1: оно достигало  $15''$  (угловых секунд).

Особое внимание было обращено на то, чтобы при проведении опытов обеспечить расположение в одной плоскости осей вращения маятника и его центра тяжести. Чтобы избежать появления систематических ошибок, пришлось отказаться от применения постоянных фиксирующих приспособлений, обеспечивающих посадку маятника на призму, так как допущенная при юстировке этих приспособлений систематическая ошибка войдет во всю серию наблюдений с маятником. Юстировка маятника, опущенного на призму, производилась независимо перед каждым опытом по определению периода.

Рассмотрим способ, который был принят для того, чтобы обеспечить расположение осей колебания маятника в прямом и перевернутом положении в одной плоскости с центром тяжести.

При изготовлении поворотного маятника была обеспечена по всей его длине хорошая плоскостность одной из боковых граней (юстировочная грань), параллельной осям колебаний, а также плоскопараллельность зеркальных поверхностей по торцам маятника.

В качестве основных ориентиров при проведении юстировки маятника были приняты:

- 1) лезвие ножа, на который опирается маятник;
- 2) торцевые плоскопараллельные поверхности маятника;
- 3) боковая юстировочная грань маятника;
- 4) горизонтальная плоскость, воспроизводимая ртутным зеркалом.

В качестве юстировочных средств были использованы автоколлимационная труба и юстировочное приспособление, позволяющее производить поступательные перемещения маятника, опущенного на нож, в горизонтальной плоскости в направлении, перпендикулярном лезвию ножа.

Юстировка маятника производилась в следующем порядке. Перед опытами опорная призма была установлена и закреплена хомутом на ножедержателе таким образом, чтобы лезвие призмы было строго параллельно боковой грани ножедержателя. После установки ножедержателя на место, фиксированное ограничительными шпильками, параллельно юстировочной грани ножедержателя, на стальной плите штатива был установлен упор для юстировочного приспособления. Маятник опускали на арретирную вилку, вкладывая в отверстие маятника нож; фиксировалось его положение по ограничительным шпилькам, и маятник прижимался к плите штатива с помощью болтов; вкладывали юстировочное приспособление, прижимая его к упору; маятник перемещался вручную на арретирной вилке до соприкосновения юстировочной грани маятника с планкой юстировочного приспособления; опускали маятник на нож; над маятником устанавливалась автоколлимационная труба; между маятником и автоколлиматором ставили чашку со ртутью, и по отражению от поверхности ртути юстировался автоколлиматор так, чтобы его ось совпала с линией отвеса. Чашку со ртутью убирали, и с помощью автоколлиматора по отражению от зеркальной торцевой поверхности маятника определялась степень отклонения торцевой поверхности от горизонтальной плоскости; с помощью микрометрического винта юстировочного приспособления маятник перемещали на нож, наблюдая через автоколлиматор за тем, чтобы торцевая поверхность маятника приняла строго горизонтальное положение.

На этих операциях юстировка маятника заканчивалась. После измерения периода колебаний маятника в одном положении его переворачивали, соблюдая обязательное условие чтобы ось, вокруг которой происходит переворачивание маятника, совпадала с плоскостью колебаний маятника, т. е. чтобы боковая юстировочная грань маятника в его перевернутом положении находилась с той же самой стороны, как и в первом положении. В перевернутом положении маятник снова подвергался юстировке в последовательности, изложенной выше.

Таким образом, опыты с поворотным маятником имели следующую последовательность: посадка маятника на нож и юстировка; отстойка маятника в камере в воздушной среде (не менее 15 мин.); откачка воздуха из камеры до давления порядка 0,1—0,2 мм рт. ст.; отстойка маятника в вакууме (не менее 20 мин.); отклонение маятника в вакуумной камере от положения равновесия с помощью пускового рычага (средний угол отклонения 15'); измерение температуры, амплитуды, давления и измерение периода; заполнение камеры воздухом; поворот маятника на 180° и в той же последовательности определение периода в перевернутом положении. В опытах соблюдалось строгое чередование в определениях периодов в прямом и перевернутом положениях маятника с тем, чтобы можно было исключить влияние на результат измерения систематических изменений периодов  $T_1$  и  $T_2$ , вызванных возрастанием момента

упругих сил в ножевидной опоре. Для того чтобы в вакуумной камере был минимальный по высоте температурный градиент, в дни проведения опытов камеру непрерывно обдували снаружи с помощью четырех вентиляторов.

#### Результаты абсолютных определений $g$ , выполненных с помощью трех кварцевых поворотных маятников

Абсолютные определения  $g$  с помощью трех кварцевых поворотных маятников выполнены в период с августа 1955 г. по февраль 1956 г.

С маятником № 1 проведено две серии наблюдений на твердом ноже № 2. Определено 48 значений периодов, позволивших вычислить 46 значений  $g_1$ . С маятником № 2 произведено две серии наблюдений на мягком ноже № 1 и одна серия на ноже № 2. Всего определено 70 значений периодов, позволивших вычислить 67 значений  $g_2$ . С маятником № 3 выполнено две серии наблюдений на ноже № 2 и одна серия на ноже № 1. Всего определено 43 значения периодов, позволивших вычислить 40 значений  $g_3$ .

В табл. 3, 4 и 5 приведены, соответственно, полные сводки опытных данных, полученных с маятниками № 1, № 2 и № 3. В этих таблицах даны в хронологическом порядке номера опытов по определению периодов колебаний, условий опытов (температура, амплитуда и давление воздуха в камере); исправленные значения периодов  $T_1$  и  $T_2$  и остаточные погрешности  $\delta T_1$  и  $\delta T_2$ ; вычисленные значения периода  $T$ , значения  $g$  и остаточные погрешности  $\delta g$  в  $см/сек^2$ .

Значения периодов на протяжении серии опытов были подвержены случайным и систематическим изменениям. Систематические изменения  $T_1$  и  $T_2$  происходили в сторону уменьшения периода и были вызваны систематическим возрастанием момента упругих сил, действующих в системе призма — подушка. По ряду значений  $T_1$  (и, соответственно,  $T_2$ ) в зависимости от порядкового номера опыта находили по способу наименьших квадратов наивероятнейшую кривую, характеризующую закон систематического изменения периода колебаний. Остаточные погрешности  $\delta T_1$  представляют собой отклонения наблюдаемых значений  $T_1$  от найденной наивероятнейшей кривой.

В табл. 6 приведены сводные результаты абсолютных определений  $g$ , полученные из опытов с тремя кварцевыми поворотными маятниками.

При вычислении  $g$ , были приняты значения  $g_1$ ,  $g_2$  и  $g_3$  без поправок за сокачания штатива и упругие деформации ножевидной опоры, поэтому значения  $g_1$ ,  $g_2$  и  $g_3$  содержат систематические погрешности, выражаемые в общем виде уравнением (13). Благодаря тому, что все три маятника имели равные массы и колебания их происходили на одном и том же штативе, были соблюдены условия, при которых  $\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L_3$ .

Ввиду того, что  $L_1 < L_2 < L_3$  следовало ожидать, что результаты опытов будут удовлетворять неравенству  $g_1 < g_2 < g_3$ . Данные табл. 6 полностью это подтверждают.

Из этого факта вытекают следующие выводы:

1) измерения длины и периодов выполнены с весьма высокой точностью;

2) результаты измерений с достаточной полнотой освобождены от систематических погрешностей, которые вносят упругие силы, действующие в системе призма — подушка.

Подставляя найденные значения  $g_1$ ,  $g_2$  и  $g_3$  в уравнения типа (20) и решая их по способу наименьших квадратов, найдем наиболее вероятное значение  $g$ , свободное от систематических погрешностей. Решение дает следующее значение:

$$g = 981,9187 \pm 0,0004 \text{ см/сек}^2,$$

а для величины  $\Delta L$  значение  $\Delta L = 1,64 \text{ мк}$ .



Поправка за ход часов  $\Delta T_{\text{ч}} = -57 \cdot 10^{-8}$  сек.  
 Поворотный маятник № 1  
 Исправленное значение  $L_1 = 40,37114 \pm 0,000013$  см

№ опыта в хронологическом порядке	Дата	Время начала опыта	Температура $t$ , °C	Амплитуда $\varphi$ , $\times 10^{-4}$ рад.	Длина $l$ , $\times 10^{-3}$ мм от ст.	Периоды, исправленные на $\Delta T_{\text{ч}}$ , $\Delta T_{\text{т}}$ , $\Delta T_{\text{р}}$ , $\Delta T_{\text{м}}$				Т, сек.	f, см/сек <sup>2</sup>	Остаточная погрешность $\delta f$ , $\times 10^{-4}$ см/сек <sup>2</sup>
						$T_1$ , сек.	$\delta T_1$ , $\times 10^{-2}$ сек.	$T_2$ , сек.	$\delta T_2$ , $\times 10^{-7}$ сек.			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Серия 1. Нож № 2												
1	13.01.56	13 ч. 20 м.	20,28	25	38	0,6370371	5	0,6371272	-12	0,6370146	981,9106	-43
2	13.01.56	17 ч. 35 м.	20,58	30	33			1293	14	141	122	-27
3	14.01.56	13 ч. 40 м.	20,27	27	33	365	-1			133	146	3
4	16.01.56	12 ч. 30 м.	20,17	31	32			1289	14	134	143	6
5	16.01.56	19 ч. 10 м.	20,02	23	33	363	-2			131	153	1
6	17.01.56	10 ч. 50 м.	19,98	28	41			1262	-8	138	131	18
7	17.01.56	17 ч. 50 м.	20,33	20	37	360	-5			134	143	6
8	18.01.56	11 ч. 00 м.	19,88	25	31	366	2			138	131	18
9	18.01.56	16 ч. 30 м.	20,58	29	34			1247	-18	146	106	-43
10	19.01.56	15 ч. 45 м.	20,09	27	26	366	2			142	119	30
11	19.01.56	18 ч. 45 м.	20,32	23	34			1260	0	131	153	4
12	20.01.56	11 ч. 00 м.	20,10	21	37	357	-7			128	162	13
13	20.01.56	15 ч. 30 м.	20,31	21	35			1272	16	147	103	-46
14	21.01.56	9 ч. 40 м.	19,91	29	31	372	9			154	082	-67
15	21.01.56	15 ч. 30 м.	20,91	21	37			1245	-6	140	125	-21
16	23.01.56	10 ч. 40 м.	19,97	29	36	361	-1					
Серия 2. Нож № 2												
17	23.01.56	15 ч. 40 м.	20,53	20	31	0,6370380	-2	0,6371364	-30	0,6370134	981,9143	-6
18	23.01.56	19 ч. 20 м.	20,25	30	31			392	5	27	165	16
19	23.01.56	22 ч. 15 м.	20,18	23	36	394	14			44	113	-36
20	24.01.56	15 ч. 40 м.	20,21	29	35			379	-1	48	100	-49
21	24.01.56	18 ч. 00 м.	20,59	24	33	382	3			33	146	3
22	24.01.56	19 ч. 30 м.	20,67	21	30			385	16	31	153	4
23	24.01.56	21 ч. 15 м.	20,52	29	30					17	196	47

№ опатов в хроноло- гическом порядке	Дата	Время начала опата	Темпера- тура, °C	Амплитуда $\times 10^{-4}$ рад.	Давление $P_0 \times 10^{-2}$ мм рт. ст.	Периоды, исправленные за $\Delta T_{\varphi}$ , $\Delta T_{\theta}$ , $\Delta T_p$ , $\Delta T_{\theta}$				Т, сек.	В, см/сек <sup>2</sup>	Остаточная погрешность $\frac{1}{g}$ $\times 10^{-4}$ см/сек <sup>2</sup>
						$T_1$ , сек.	$\frac{1}{2}T_2$ , $\times 10^{-7}$ сек.	$T_3$ , сек.	$\frac{1}{2}T_4$ , $\times 10^{-7}$ сек.			
1												
24	24.01.56	23 ч. 40 м.	20,79	21	29	0,6370371	-6	0,6371379	14	0,6370119	981,9190	41
25	25.01.56	1 ч. 50 м.	20,50	22	30	376	0			25	171	22
26	25.01.56	4 ч. 00 м.	20,46	24	28			345	-13	34	143	-6
27	25.01.56	6 ч. 00 м.	20,34	22	34			367	9	23	177	28
28	25.01.56	8 ч. 20 м.	20,75	23	31					19	190	41
29	25.01.56	12 ч. 10 м.	20,26	33	31			359	-10	24	174	25
30	25.01.56	15 ч. 10 м.	20,55	28	31			371		31	153	4
31	25.01.56	18 ч. 20 м.	20,80	21	27					25	171	22
32	25.01.56	21 ч. 20 м.	20,30	25	29			367	3	24	174	25
33	25.01.56	23 ч. 15 м.	20,16	21	29			361	-8	17	196	47
34	26.01.56	2 ч. 00 м.	20,44	23	30					19	190	41
35	26.01.56	3 ч. 30 м.	20,45	23	30			362	-6	20	187	38
36	26.01.56	5 ч. 15 м.	20,65	27	25					23	177	28
37	26.01.56	7 ч. 00 м.	20,47	21	25			367	1	29	159	10
38	26.01.56	8 ч. 30 м.	20,48	23	26					21	183	34
39	26.01.56	11 ч. 00 м.	20,11	29	26			350	37	28	162	13
40	26.01.56	13 ч. 20 м.	20,37	27	25					34	143	-6
41	26.01.56	16 ч. 00 м.	20,46	23	27			372	8	27	165	16
42	26.01.56	17 ч. 40 м.	20,51	24	27			367	4	33	146	-3
43	27.01.56	9 ч. 50 м.	19,80	21	15					35	140	-9
44	27.01.56	12 ч. 20 м.	20,04	27	25			369	8	41	122	-27
45	27.01.56	16 ч. 00 м.	20,21	25	24					34	143	-6
46	27.01.56	18 ч. 50 м.	20,43	29	28			363	3	42	119	-30
47	27.01.56	22 ч. 10 м.	20,62	24	28					28	162	-13
48	28.01.56	12 ч. 30 м.	20,05	25	25			352	-6	28	162	-13

Среднее из 46 измерений:  $T_{cp} = 0,63701320$  сек.;  $\sigma_{T_1} = 981,9149$  см/сек<sup>2</sup>  
 $\sigma_{T_2} = \pm 5,9 \cdot 10^{-7}$  сек.  $\sigma_{T_3} = \pm 16,4 \cdot 10^{-7}$  сек.  $\sigma_{T_4} = \pm \sqrt{\frac{23^2}{45}} = \pm 0,0028$  см/сек<sup>2</sup>

$S_{T_1} = \pm 1,2 \cdot 10^{-7}$  сек.  $S_{T_2} = \pm 3,4 \cdot 10^{-7}$  сек.  $S_{T_3} = \pm 0,00057$  см/сек<sup>2</sup>

Поворотный маятник № 2  
Исправленное значение  $L_2 = 60,37775 \pm 0,000017$  см  
Поправка за ход часов  $\Delta T_{\text{ч}} = -70,10$ -в сек.

№ опыта в хронологическом порядке	Дата	Время начала опыта	Температура $t_c$	Амплитуда $\varphi \times 10^{-4}$ рад.	Давление $P, \times 10^{-2}$ мм рт. ст.	Периоды, исправленные за $\Delta T_p, \Delta T_{\text{в}}, \Delta T_p, \Delta T_{\text{в}}$				$T, \text{сек.}$	$L, \text{см/сек}^2$	Остаточная погрешность $\frac{\Delta L}{L} \times 10^{-4}$ см/сек <sup>2</sup>
						$T_1, \text{сек.}$	$\Delta T_{\text{в}}, \times 10^{-4}$ сек.	$T_2, \text{сек.}$	$\Delta T_p, \times 10^{-4}$ сек.			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
30.08.55	15 ч. 20 м.	20,39	49	41	0,7790235	7	8	9	10	0,7790259	981,9125	-29
31.08.55	19 ч. 00 м.	20,49	48	46	266	266	-14	385	11	21	222	67
5.09.55	10 ч. 30 м.	19,74	29	36	29	29	3	276	3	30	199	44
6.09.55	16 ч. 00 м.	20,44	35	48	29	29	3	276	3	43	167	12
6.09.55	22 ч. 00 м.	20,64	29	38	29	29	2	268	2	60	124	-31
7.09.55	15 ч. 50 м.	20,23	36	35	20	20	2	268	2	50	149	-6
7.09.55	19 ч. 15 м.	20,33	37	41	20	20	0	260	0	60	124	-31
9.09.55	13 ч. 20 м.	19,64	28	32	19	19	0	260	0	50	149	-6
10.09.55	13 ч. 40 м.	19,85	35	41	19	19	4	283	4	53	141	-14
10.09.55	17 ч. 00 м.	20,35	37	42	19	19	4	257	4	49	152	-3
10.09.55	19 ч. 00 м.	20,54	38	41	19	19	4	305	4	43	167	12
10.09.55	24 ч. 40 м.	20,58	41	44	19	19	4	305	4	27	207	52
12.09.55	18 ч. 20 м.	19,65	29	32	19	19	-2	245	-2	31	197	42
12.09.55	20 ч. 45 м.	19,96	32	40	19	19	5	246	5	33	192	37
13.09.55	17 ч. 40 м.	20,27	30	37	20	20	5	246	5	34	189	34
13.09.55	19 ч. 15 м.	20,69	36	35	20	20	0	236	0	21	222	67
14.09.55	13 ч. 30 м.	19,78	27	41	19	19	0	236	0	40	174	19
14.09.55	17 ч. 40 м.	20,53	28	63	19	19	0	231	0	33	192	37
14.09.55	22 ч. 25 м.	20,59	26	43	19	19	0	231	0	58	129	-26
15.09.55	10 ч. 00 м.	19,88	25	33	19	19	0	217	0	40	174	19
15.09.55	12 ч. 25 м.	20,45	28	40	19	19	-9	217	-9	38	179	24
15.09.55	13 ч. 50 м.	20,74	30	37	19	19	-2	219	-2	41	172	17
15.09.55	16 ч. 50 м.	20,62	22	36	19	19	-2	219	-2	39	177	22
15.09.55	19 ч. 00 м.	20,82	30	42	19	19	6	223	6	45	162	7
16.09.55	15 ч. 30 м.	20,30	36	32	19	19	6	223	6	15	162	7

Серия 1. Ноок № 1

№ опытов в хронологическом порядке	Дата	Время начала опыта	Темпера- тура $t$ , $^{\circ}\text{C}$	Амплитуда $\varphi$ , $\times 10^{-4}$ рад.	Давление $P$ , $\times 10^{-4}$ мм рт. ст.	Периоды, исправленные за $\Delta T_p, \Delta T_e, \Delta T_r, \Delta T_m$				$T$ , сек.	Остаточная погрешность, $\delta$ , $\times 10^{-4}$ см/сек <sup>3</sup>	
						$\delta T_{11}$ , $\times 10^{-7}$ сек.		$T_p$ , сек.	$\delta T_{22}$ , $\times 10^{-7}$ сек.			10
						$T_1$ , сек.	7					
Серия 2. Нож № 1												
26	17.09.55	11 ч. 00 м.	20,16	28	35	0,7790274	0	0,7790330	-2	0,7790257	981,9132	-23
27	17.09.55	13 ч. 15 м.	20,44	25	41					55	136	-19
28	17.09.55	18 ч. 30 м.	20,73	28	37	272	1			54	139	-16
29	19.09.55	12 ч. 00 м.	20,10	28	39			332	5	47	157	2
30	19.09.55	16 ч. 00 м.	20,40	29	48	267	-1			51	146	-9
31	20.09.55	9 ч. 30 м.	19,86	13	30			319	-3	48	154	-1
32	20.09.55	19 ч. 45 м.	20,25	30	44	264	0					
Серия 3. Нож № 2												
33	7.10.55	19 ч. 35 м.	20,16	33	18	0,7790398	-3	0,7790885	-19	0,7790252	981,9144	-11
34	7.10.55	22 ч. 25 м.	20,28	30	35					60	124	-31
35	8.10.55	13 ч. 30 м.	20,25	38	40	404	6			55	136	-19
36	8.10.55	16 ч. 40 м.	20,32	38	38			899	-9	44	164	9
37	10.10.55	16 ч. 05 м.	20,18	34	39	395	-1			48	154	-1
38	18.10.55	17 ч. 45 м.	19,09	28	22			884	8	37	182	27
39	19.10.55	12 ч. 45 м.	20,00	25	35	386	-7			37	182	27
40	19.10.55	16 ч. 30 м.	20,13	29	42			882	20	45	162	7
41	19.10.55	18 ч. 25 м.	19,97	32	40	392	2			57	131	-24
42	20.10.55	13 ч. 15 м.	19,36	26	38			841	-8	53	141	-14
43	20.10.55	17 ч. 50 м.	20,17	36	39	384	1			58	129	-26
44	21.10.55	13 ч. 30 м.	19,76	33	33	389	4			58	129	-26
45	21.10.55	20 ч. 05 м.	20,10	34	28			826	-10	59	126	-29
46	22.10.55	13 ч. 20 м.	19,95	29	34	384	1			52	144	-11
47	22.10.55	15 ч. 30 м.	19,70	37	39	384	1			52	144	-11
48	22.10.55	18 ч. 45 м.	20,16	33	35			824	12	48	154	-1
49	24.10.55	11 ч. 20 м.	19,86	32	32	381	1			58	129	-26
50	24.10.55	13 ч. 20 м.	19,92	30	40			790	-11	57	131	-24

№ опыта в хронологическом порядке	Дата	Время начала опыта	Температура, °C	Амплитуда $\varphi$ , $\times 10^{-4}$ рад.	Давление $P$ , $\times 10^{-2}$ мм рт. ст.	Периоды, исправленные за $\Delta T \varphi$ , $\Delta T \theta$ , $\Delta T P$ , $\Delta T \omega$				$T$ , сек.	$g$ , см/сек <sup>2</sup>	Остаточная погрешность $\frac{\sigma_g}{g}$ , $\times 10^{-4}$ см/сек <sup>2</sup>
						$T_1$ , сек.	$\frac{\Delta T \varphi}{10^{-7}}$ сек.	$T_2$ , сек.	$\frac{\Delta T \omega}{10^{-7}}$ сек.			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
51	24.10.55	20 ч. 00 м.	20,12	25	35	0,7790380	2	0,7790789	-1	0,7790257	981,9131	-24
52	24.10.55	23 ч. 00 м.	20,27	44	36	376	1			52	144	-11
53	25.10.55	13 ч. 20 м.	20,27	43	35			798	18	49	152	-3
54	25.10.55	19 ч. 20 м.	20,47	62	39	371	-2			43	167	12
55	26.10.55	11 ч. 15 м.	20,21	45	43			776	7	49	152	-3
56	26.10.55	17 ч. 30 м.	20,48	54	32	370	-1			48	154	-1
57	26.10.55	20 ч. 20 м.	20,41	57	35			741	-20	59	126	-29
58	27.10.55	10 ч. 00 м.	19,76	47	37	365	-2			54	139	-16
59	27.10.55	12 ч. 15 м.	19,97	67	43			746	-6	52	144	-11
60	27.10.55	15 ч. 30 м.	20,59	69	31	361	-5			45	162	7
61	27.10.55	18 ч. 20 м.	20,26	58	39			741	-3	47	157	2
62	28.10.55	12 ч. 20 м.	19,67	58	42	368	4			56	134	-21
63	28.10.55	15 ч. 40 м.	19,99	60	37			746	10	55	136	-19
64	28.10.55	18 ч. 00 м.	20,63	53	38			746	10	42	169	14
65	29.10.55	13 ч. 30 м.	20,42	54	36	358	-4			52	144	-11
66	29.10.55	16 ч. 30 м.	10,66	42	40			710	-19	54	139	-16
67	31.10.55	12 ч. 15 м.	20,07	57	39	359	-2			47	157	2
68	31.10.55	17 ч. 10 м.	20,26	69	36			731	9	51	146	-9
69	1.11.55	11 ч. 20 м.	19,64	59	36	362	4			53	141	-14
70	1.11.55	13 ч. 30 м.	20,27	64	33			724	8			

Среднее из 67 значений:  $T_{cp} = 0,77902478$  сек.;  $g_4 = 981,9155$  см/сек<sup>2</sup>  
 $\sigma_{T_1} = \pm 4,3 \cdot 10^{-7}$  сек.  $\sigma_{T_2} = \pm 19,2 \cdot 10^{-7}$  сек.  $\sigma_g = \pm \sqrt{\frac{\sum \sigma_g^2}{66}} = \pm 0,0024$  см/сек<sup>2</sup>

$S_{T_1} = \pm 0,72 \cdot 10^{-7}$  сек.  $S_{T_2} = \pm 3,3 \cdot 10^{-7}$  сек.  $S_g = \pm \frac{\sigma_g}{\sqrt{33}} = \pm 0,00043$  см/сек<sup>2</sup>

Поправка за ход часов  $\Delta T_{\text{ч}} = -78 \cdot 10^{-8}$  сек.  
 Поворотный маятник № 3  
 Исправленное значение  $L_3 = 75,33130 \pm 0,00002$  см

№ опыта в хронологическом порядке	Дата	Время начала опыта	Темпера- тура $t$ , $^{\circ}\text{C}$	Амплитуда $\varphi$ , $\times 10^{-4}$ рад.	Давление $P$ , $\times 10^{-2}$ мм рт. ст.	Периоды, исправленные за $\Delta T_{\text{ф}}$ , $\Delta T_{\text{т}}$ , $\Delta T_{\text{р}}$ , $\Delta T_{\text{м}}$				$T$ , сек.	$M$ , см/сек <sup>2</sup>	Ократная погрешность $\frac{\Delta g}{g}$ $\times 10^{-4}$ см/сек <sup>2</sup>
						$T_1$ , сек.		$T_2$ , сек.				
						$T_1$ , сек.	$T_2$ , сек.	$T_1$ , сек.	$T_2$ , сек.			
Серия 1. Нож № 2												
1	13.12.55	13 ч. 15 м.	19,52	24	32	0,8702627	1	0,8705672	-11	0,8701637	981,9136	-34
2	14.12.55	8 ч. 50 м.	20,06	27	28	615	-3	660	2	21	172	2
3	15.12.55	12 ч. 10 м.	19,84	23	28	35	28	660	2	25	163	-7
4	15.12.55	18 ч. 45 м.	20,21	22	35	40	28	642	6	16	197	27
5	15.12.55	21 ч. 15 м.	20,54	26	40	30	30	629	11	33	183	13
6	16.12.55	1 ч. 50 м.	20,09	28	34	617	13	609	5	37	145	-25
7	16.12.55	8 ч. 10 м.	20,39	27	38	601	1	590	-3	16	183	13
8	16.12.55	5 ч. 30 м.	20,23	21	32	591	-5	568	-19	23	167	-3
9	16.12.55	8 ч. 40 м.	20,58	23	32	594	1	579	-4	11	194	24
10	16.12.55	11 ч. 10 м.	20,31	21	35	594	1	597	13	16	183	13
11	16.12.55	13 ч. 00 м.	20,44	27	32	594	1	597	-3	11	174	4
12	16.12.55	15 ч. 30 м.	20,25	25	30	594	1	597	-3	20	174	4
13	16.12.55	18 ч. 10 м.	20,66	34	24	594	1	597	-3	27	158	-12
14	16.12.55	20 ч. 30 м.	20,35	20	36	592	1	597	-19	24	165	-5
15	16.12.55	22 ч. 30 м.	20,36	25	38	592	1	597	-4	21	172	2
16	17.12.55	00 ч. 00 м.	20,31	23	31	585	-6	597	13	11	194	24
17	17.12.55	2 ч. 00 м.	20,57	26	24	595	4	597	13	05	208	38
18	17.12.55	3 ч. 30 м.	20,50	24	30	595	4	597	13	19	176	6
19	17.12.55	5 ч. 10 м.	20,49	26	30	595	4	597	13	19	176	6
Серия 2. Нож № 2												
20	17.12.55	7 ч. 00 м.	20,50	31	28	0,8702539	-4	0,8705381	-6	0,8701615	981,9185	15
21	17.12.55	9 ч. 50 м.	20,48	27	15	545	3	372	-1	18	179	9
22	17.12.55	12 ч. 20 м.	20,37	21	30	542	3	377	13	25	163	-7
23	17.12.55	15 ч. 25 м.	19,90	18	14	542	3	377	13	24	165	-5
24	17.12.55	17 ч. 25 м.	20,02	25	24	542	3	377	13	20	174	4
25	17.12.55	22 ч. 30 м.	19,95	23	12	542	3	377	13	25	163	-7

№ опыта в хронологическом порядке	Дата	Время начала опыта	Температура $t_c$	Амплитуда $\tau$ , $\times 10^{-4}$ рад.	Давление $p$ , $\times 10^{-2}$ мм рт. ст.	Периоды, исправленные на $\Delta T_p$ , $\Delta T_n$ , $\Delta T_R$ , $\Delta T_{sp}$				Т, сек.	g, см/сек <sup>2</sup>	Остаточная погрешность $\delta_g$ , $\times 10^{-4}$ см/сек <sup>2</sup>
						$T_1$ , сек.	$\sqrt{\Delta T_p} \times 10^{-7}$ сек.	$T_n$ , сек.	$\sqrt{\Delta T_n} \times 10^{-7}$ сек.			
26	19.12.55	12 ч. 30 м.	19,28	20	21	0,8702536	-1	0,8705361	10	0,8701617	981,9181	11
27	20.12.55	17 ч. 00 м.	19,56	22	12			324	-13	29	154	-16
28	21.12.55	15 ч. 30 м.	19,99	27	22	529	-4		16	20	174	4
29	21.12.55	21 ч. 10 м.	20,13	25	27			339	16	16	183	13
30	22.12.55	12 ч. 00 м.	19,56	23	28	536	7		21	20	174	4
31	22.12.55	16 ч. 45 м.	19,83	21	27			287	-21	36	138	-32
32	22.12.55	20 ч. 40 м.	20,15	22	38	519	-6		19	19	176	6
33	23.12.55	12 ч. 50 м.	20,19	22	39			284	-8	20	174	4
34	23.12.55	16 ч. 15 м.	20,20	21	33	519	-1		13	18	174	9
35	23.12.55	20 ч. 30 м.	20,08	21	22			288		17	181	11
36	24.12.55	16 ч. 00 м.	19,93	21	35	518	3					
37	24.12.55	18 ч. 15 м.	20,33	28	30							
Серия 3. Нож № 1												
38	26.12.55	11 ч. 50 м.	19,65	20	28	0,8702537	3		2	0,8701624	981,9165	-5
39	27.12.55	20 ч. 00 м.	20,46	24	27			0,8705344	2	20	174	4
40	2.01.56	11 ч. 10 м.	19,57	25	35	534	-5		-4	20	174	4
41	2.01.56	15 ч. 30 м.	20,21	21	35			344		36	138	-32
42	3.01.56	9 ч. 40 м.	19,31	25	27	546	2		2	32	147	-23
43	3.01.56	13 ч. 30 м.	20,02	33	35			355				

Среднее из 40 значений:  $T_{sp} = 0,87016221$  сек.,  $g_3 = 981,9170$  см/сек<sup>2</sup>.

$$\sigma_{T_1} = \pm 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ сек.}$$

$$\sigma_{T_n} = \pm 10,7 \cdot 10^{-7} \text{ сек.}$$

$$\sigma_g = \pm \sqrt{\frac{\sum \delta_g^2}{39}} = \pm 0,0017 \text{ см/сек}^2$$

$$S_{T_1} = \pm 1 \cdot 10^{-7} \text{ сек.}$$

$$S_g = \pm \frac{\sigma_g}{\sqrt{20}} = \pm 0,00043 \text{ см/сек}^2$$

Таблица 6

Наименование результатов	Единица измерения	Маятники		
		№ 1	№ 2	№ 3
Среднеарифметические значения $g$ , не исправленные за сокачание и упругую деформацию опоры	см/сек <sup>2</sup>	981,9149	981,9155	981,9170
Средняя квадратичная погрешность неисправленных результатов измерений	.	+0,00057	±0,00043	±0,00043

Таким образом, применением для абсолютных определений  $g$  трех поворотных маятников, имеющих одинаковые массы, но различные приведенные длины, были обеспечены условия, при которых некоторые виды систематических погрешностей, искажающих результаты независимых измерений, подчиняются известному закону. Это позволило определить не только величины соответствующих поправок, но и уровень неисключенных остатков систематических погрешностей, допущенных при измерениях.

Достигнутая высокая точность результатов абсолютных определений  $g$  обусловлена всем комплексом проведенных исследований, направленных на совершенствование метода и измерительной аппаратуры, и, безусловно, не является для поворотных маятников предельно достижимой точностью.



## АБСОЛЮТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ $g$ С ПОМОЩЬЮ СПОСОБА СОВМЕЩЕНИЯ СВОБОДНОГО И НЕСВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ТЕЛ

В основу метода<sup>1</sup> положен способ регистрации свободного падения тел с помощью периодических временных отметок, задаваемых импульсами, имеющими точно известную частоту повторений. Сущность этого способа заключается в том, что в уравнении вида

$$l = A + Bt + Ct^2, \quad (27)$$

которое для случая свободного падения тела выражает функциональную зависимость между промежутками времени  $t$  и отрезками пути  $l$ , аргументу  $t$  задают известный по величине постоянный шаг и путем прямых измерений длины находят ряд соответствующих значений функций  $l$ .

Сокращенно данный прием регистрации движения будем называть способом постоянного шага аргумента.

Этот прием позволяет значительно упростить вычисления при нахождении по способу наименьших квадратов коэффициента  $C$  ( $g = 2C$ ) в уравнении (27) и при оценке точности найденного значения  $g$ .

Допустим, что выполнен опыт со свободным падением тела и тем или иным приемом отмечены по высоте  $n$  последовательных уровней, на которых падающее тело находилось в моменты времени, задаваемые короткими сигналами точно известной частоты. Измеряя расстояния между первой и последующими отметками, получим  $n$  значений отрезков длины  $l$ .

Учитывая, что действительное значение частоты переменного тока, воспроизводимого эталоном частоты, известно с относительной погрешностью, не превышающей  $\pm 3 \cdot 10^{-6}$ , можно полагать, что задаваемые промежутки времени известны с той же точностью. При этом можно исключить из отдельного рассмотрения погрешности, вызываемые вариациями фазы сигнала, так как эти погрешности можно отнести не к значениям периода, а к измеренным значениям длины отрезков  $l_i$ .

Решая по способу наименьших квадратов систему уравнений (27), получим при большом числе нанесенных отметок зависимость между средней квадратичной погрешностью  $\sigma_g$  в значении  $g$ , случайными погрешностями  $v_i$ , допущенными при определении длины отрезков  $l_i$ , числом  $n$  и частотой повторения импульсов  $f$  в следующем виде:

$$\sigma_g = \frac{\sigma_{l_1}}{f^2 \sqrt{n}}, \quad (28)$$

где  $\sigma_{l_1}$  — средняя квадратичная погрешность ряда измеренных значений  $l_i$ ;

$$\sigma_g = \pm \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-3}};$$

$$v_i = l_i - (A + Bt_i + Ct_i^2);$$

<sup>1</sup> Публичное сообщение об этом методе было впервые сделано в апреле 1947 г. на 4-й Всесоюзной конференции по гравиметрии.

$\tau = \frac{\pi}{\gamma}$  — время, на протяжении которого производится регистрация свободного падения тела;

$\alpha$  — постоянный коэффициент (безразмерная величина).

Формула (28) показывает, что погрешность определения  $g$  обратно пропорциональна квадрату времени падения; эту зависимость приходится учитывать при выборе технических средств для проведения опытов со свободным падением тел и для измерения длины отрезков  $l_i$ .

В методе совмещения свободного и несвободного падения тел отразилось стремление обеспечить простыми техническими средствами по возможности большую высоту свободного падения тела, т. е. возможно большее время  $\tau$ , чтобы при определении  $g$  с высокой точностью иметь достаточно большие и, следовательно, реально достижимые допуски на абсолютные погрешности  $v_i$  при измерении длины отрезков пути  $l_i$ , которые проходит падающее тело за промежутки времени, задаваемые временными отметками.

Одновременно в этом методе проявилась попытка освободить падение тела от влияния среды не с помощью общераспространенного способа ее удаления, а путем перемещения воздушной среды вместе со свободно падающим телом.

Метод совмещения свободного и несвободного падения тела заключается в одновременной регистрации периодическими импульсами несвободного падения короткой камеры и свободного падения тела внутри этой камеры. Задача сводится к регистрации в одни и те же моменты времени переносного движения камеры (шкала отрезков  $Z$ ) и относительного движения свободно падающего тела (шкала отрезков  $K$ ).

Ускорение переносного движения камеры в любой момент времени  $t$  можно рассматривать как результирующее двух противоположно направленных ускорений: ускорения силы тяжести  $g$ , направленного вниз, и ускорения сил сопротивления  $\gamma$ , направленного вверх. Следовательно, ускорение силы тяжести в момент времени  $t$  равно сумме мгновенных значений ускорений двух движений — переносного и относительного. Это рассуждение можно распространять на скорость рассматриваемых движений и на их координаты. Суммируя значения длины отрезков  $z_i$  на шкале  $Z$  и отрезков  $k_i$  на шкале  $K$ , соответствующие одним и тем же промежуткам времени, получаем длины отрезков пути  $l_i$ , как и в случае непосредственной регистрации свободного падения тела.

При пользовании этим методом определения  $g$ , кажущееся усложнение условий эксперимента в действительности открывает большие возможности для упрощения необходимой аппаратуры; метод позволяет регистрировать свободное падение тела за большой промежуток времени  $\tau$  при малых скоростях относительного движения свободно падающего тела и без применения сложных технических сооружений.

В уравнении (27) свободное падение тела рассматривается как равномерно ускоренное движение.

В действительности во время падения величина  $g$  увеличивается с каждым метром пройденного пути на  $0,3 \cdot 10^{-6} g$ .

Уравнение свободного падения тела с учетом изменения  $g$  по высоте имеет вид:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = (g + ax) m, \quad (29)$$

где  $a$  — коэффициент, численно равный  $3 \cdot 10^{-6}$  1/сек<sup>2</sup>.

Решая уравнение (29), находим:

$$x = \frac{gt^2}{2} + \frac{agt^4}{24}. \quad (30)$$

Таким образом, поправка к значению длины отрезка  $l_i$  для приведения значения  $g$  к уровню верхней станции может быть найдена из выражения:

$$-\Delta l_h = \frac{agt^4}{24} \quad (31)$$

Для вычисления  $g$ , соответствующего уровню верхней станции из системы уравнений (27), необходимо каждое измеренное значение  $l_i$  уменьшить на величину  $\frac{agt^4}{24}$ .

Рассмотрим некоторые общие вопросы, относящиеся к баллистическим методам определения  $g$ , в которых промежутки времени задают с помощью фазоустойчивых сигналов эталонной частоты.

Выражение (28) устанавливает связь между погрешностью в значении  $g$  случайными, абсолютными погрешностями  $v_i$  в значениях  $l_i$  в зависимости от времени  $\tau$ , на протяжении которого производится регистрация падения, и числом нанесенных отметок  $n$ . При проведении абсолютных определений  $g$  весьма важным является рациональный выбор  $\tau$  и  $f$ , так как от этого выбора зависят точность результата и трудоемкость измерений, трудоемкость обработки результатов опыта и возможность использования существующих технических средств для линейных измерений.

Рассмотрим конкретные примеры. Положим неизменными  $\sigma_i$  и  $f$ , увеличим в три раза  $\tau$  (т. е. увеличим в 9 раз высоту падения); погрешность  $\sigma_g$  уменьшится при этом в 15,6 раза. Если положить неизменным  $\tau$  (и, следовательно, высоту падения) и стремиться повысить точность результата измерений в 15,6 раза за счет увеличения числа отметок, то частоту импульсов необходимо будет увеличить в 240 раз. Большое число отметок весьма затруднит не только измерения  $l_i$ , но и обработку результатов измерений по способу наименьших квадратов.

Случайные погрешности  $v_i$  зависят от способа нанесения отметок и от технических средств, которые применяются для измерения длины отрезков  $l_i$  между начальной и последующими отметками. Отметка, регистрирующая падение, наносится в процессе движения тела с переменной скоростью. При современном состоянии техники практически невозможно получить  $\sigma_i < 2$  мк.

Так, например, для высоты падения  $H = 1$  м ( $\tau = 0,44$  сек.) и частоты импульсов  $f = 250$  гц ( $n = 108$ ), при  $\sigma_i = \pm 2$  мк,  $\sigma_g = 0,0024$  см/сек<sup>2</sup>.

Такую же точность значения  $g$  можно получить при  $H = 10$  м ( $\tau = 1,42$  сек.),  $f = 62,5$  гц ( $n = 87$ ) и  $\sigma_i = 48$  мк.

Таким образом, практический выбор  $\tau$  и  $f$  непосредственно зависит от четкости наносимых отметок и от точности аппаратуры, которой располагает исследователь для измерения длины отрезков пути  $l_i$ .

Правильность результата совокупных измерений зависит не только от случайных погрешностей, допущенных при измерениях длины отрезков, но и от полноты исключения из измерений систематических погрешностей.

Учет и исключение систематических погрешностей основываются на нашем знании об их существовании и их природе в каждом отдельном случае измерений.

Рассмотрим в общем виде, какие возможные источники систематических погрешностей можно ожидать при практическом применении предложенного нами способа определения  $g$  и какие приемы могут быть применены для учета и исключения этих погрешностей.

Систематические погрешности могут быть допущены в двух случаях: 1) при нанесении тем или иным способом отметок на вертикаль-

ной шкале, соответствующих положениям свободно падающего тела в заданные моменты времени; 2) при измерении расстояний между начальной и последующими отметками на шкале.

В условиях опыта можно ожидать, что временные отметки, сохраняя с большим постоянством среднее значение частоты, имеют фазовую неустойчивость. Колебания фазы сигнала могут быть случайными и систематическими в зависимости от вызывающих их причин. По существу фазовые колебания периодических импульсов вносят погрешности в задаваемые промежутки времени. Однако при анализе опытных данных значительно удобнее относить эти погрешности к погрешностям в измеренных значениях отрезков длины  $l_i$ . Погрешности в значениях  $l_i$ , вносимые вариациями частоты импульсов, будут по абсолютной величине пропорциональны скорости движения падающего тела и могут быть обнаружены при анализе распределения остаточных погрешностей  $v_i$ .

Обычно периодические фазовые колебания происходят от наложения помехи, исходящей от переменного тока 50 гц силовой сети. Чтобы обнаружить присутствие периодических систематических погрешностей в значениях  $l_i$  и принять меры к устранению вызвавших их причин, следует выбирать частоту временных отметок с расчетом, чтобы она не совпадала с частотой тока силовой сети.

Вопрос создания и исследования аппаратуры для воспроизведения фазоустойчивых периодических временных отметок является одним из основных в проведении абсолютных определений  $g$  рассматриваемым баллистическим методом.

Систематические погрешности при нанесении отметок на шкале могут иметь место из-за того, что падающее тело окажется не освобожденным полностью от влияния среды, а также из-за того, что величина  $g$  изменяется по высоте.

Величина начальной скорости падения, при которой было начато нанесение временных отметок, а также постоянное по времени запаздывание в нанесении отметок на шкале не вносят систематических погрешностей в значение  $g$ , так как эти величины вызывают в уравнении (27) изменения коэффициентов  $A$  и  $B$ , не изменяя  $C$ .

При измерении расстояний между отметками на шкале систематические погрешности могут быть вызваны: а) изменениями длины шкалы с нанесенными на ней отметками благодаря отличию условий измерения от условий опыта (иная температура, натяжение и пр.); б) погрешностями измерительной аппаратуры, с помощью которой производилось измерение длины отрезков  $l_i$ . Систематические погрешности этого вида не являются свойственными только данному способу определения  $g$ , а имеют место при любых измерениях длины, и приемы их учета и исключения подробно рассмотрены в специальных работах по технике точного измерения длины штриховых мер.

#### Аппаратура для определения $g$ методом совмещенного падения тел

Разработанная и изготовленная аппаратура для проведения опытов с совмещенным падением тел состояла из следующих основных узлов:

1) делителя частоты и преобразователя переменного тока от эталона частоты в фазоустойчивые униполярные электрические импульсы длительностью 3—5 мксек с частотой повторения 62,5 гц;

2) несвободно падающей камеры (НПК), оснащенной электромагнитными рекордерами для нанесения магнитных отметок на шкале  $Z$ , аппаратурой для нанесения фотографических отметок на шкале  $K$  и электромагнитным устройством для дистанционного освобождения свободно падающего тела внутри камеры во время ее падения;

3) свободно падающего тела (СПТ) в виде латуинной рамки длиной 15 см и вложенной в рамку полоски стеклянной фотопластинки (шкала К);

4) верхней и нижней станций, оснащенных устройствами для сбрасывания НПК и автоматического включения и выключения электрических импульсов;

5) компаратора для измерения длины отрезков между фотографическими отметками на шкале К;

6) компаратора для измерения длины отрезков между магнитными отметками на шкале Z.

Регистрация переносного движения НПК и относительного перемещения СПТ производилась одними и теми же электрическими импульсами, но с помощью различных технических средств; в первом случае применялись магнитные временные отметки, во втором случае — фотографические отметки.

Эта регистрация выполнялась следующим образом: вдоль пути падения камеры были натянуты два токоподводящих проводника и две стальные проволоки для нанесения на них магнитных временных отметок (две параллельные шкалы Z); падающая камера имела снаружи в верхней своей части две контактные щетки, скользящие по токоподводящим проводникам, и два электромагнитных рекордера, скользящих по стальным проволокам.

Внутри падающей камеры подвешивали СПТ. Подвес СПТ с помощью специального электромагнитного устройства позволял осуществлять дистанционное освобождение СПТ после начала падения камеры.

В боковой стенке камеры против нижнего конца СПТ имелось окно, закрытое призмой полного внутреннего отражения. Вдоль стенки камеры располагалась оптическая система, состоящая из газосветной лампочки, конденсатора, щели и объектива.

Изображение щели направлялось на светочувствительный слой СПТ с помощью призмы полного внутреннего отражения. Электромагнитные рекордеры и газосветная лампочка включались параллельно в цепь, подводящую электрические импульсы.

Наружный диаметр НПК 4,5 см; длина 80 см; масса 4,875 кг. СПТ освобождалось от подвеса через 0,1 сек. после начального момента падения камеры; электрические импульсы для нанесения временных отметок включались через 0,15 сек. Каждый электрический импульс с помощью электромагнитных рекордеров наносил магнитные отметки на двух параллельно натянутых стальных проволоках и, вызывая вспышку лампочки, с помощью оптической системы наносил фотоотметки на СПТ.

Опыты с совмещенным падением тел производились в лестничной клетке главного здания ВНИИМ; в этом же здании производились абсолютные определения  $g$  двумя другими методами. Разность между уровнями, на которых находились поворотные маятники и начиналась регистрация совмещенного падения тел, составляла 13,5 м. Весь путь, проходимый падающей камерой, был равен 14 м. Длина пути, на котором регистрировалось совмещенное падение тел, составляла 10,2 м.

К месту проведения опытов с совмещенным падением тел от эталона частоты был подан переменный ток, имеющий частоту 1000 гц. Для временных отметок мы выбрали частоту повторения 62,5 гц. При этой частоте получали 80—81 отметку на шкале Z и шкале К. Уменьшение числа отметок было сопряжено с увеличением погрешности результата измерений. Увеличение числа отметок значительно увеличивало трудоемкость измерений и вычислений. Ввиду того, что питание радиотехнической аппаратуры производилось от силовой сети переменного тока, имеющего частоту 50 гц, частота импульсов была вы-

брана 62,5 гц с расчетом, чтобы в случае появления фазовых качаний импульсов от воздействия переменного тока силовой сети можно было при анализе распределения остаточных погрешностей выявить систематические погрешности с частотой 12,5 гц, вносимые фазовыми качаниями импульсов.

Электрические импульсы для временных отметок получали путем формирования синусоиды переменного тока от эталона частоты (1000 гц) в импульсы, последующего деления частоты их повторения до 62,5 гц и усиления мощности импульсов.

К делителю частоты были предъявлены следующие требования:

1) постоянство коэффициента деления;

2) постоянство фазовой задержки между входными и выходными импульсами;

3) отсутствие напряжения на выходе делителя при снятии на входе напряжения эталонной частоты.

Этим требованиям отвечали делители, которые были построены на полупериодных мультивибраторах с анодосеточной связью и катодным смещением.

Длительность импульсов для временных отметок не должна превышать 5 мксек. Мощность импульсов должна быть достаточной, чтобы создать напряжение в 300 в на нагрузке 300 ом.

Для удовлетворения этих требований необходимо было предусмотреть каскад формирования импульсов и усилитель мощности. Для нанесения четких отметок на шкале  $Z$  требовалось также, чтобы импульсы были униполярными.

С помощью научного сотрудника Центрального научно-исследовательского института радиоизмерений М. С. Дмитриева была изготовлена аппаратура, полностью удовлетворяющая перечисленным выше требованиям.

В этой аппаратуре формирование импульсов из синусоиды тока эталонной частоты достигалось путем усиления их на пентоде и ограничения по сеточным и анодным токам в последующих каскадах. Полученные импульсы дифференцировались с помощью цепочки  $RC$ . Делитель частоты состоял из четырех одинаковых каскадов, представляющих собою полупериодный мультивибратор с катодной связью. Для надежной работы мультивибратора применен диодный запуск. Импульсы, частотой 62,5 гц, полученные после деления, дифференцировались с помощью цепочки  $RC$  и поступали на катодный повторитель, который служил для ослабления реакции последующих каскадов. Затем следует каскад формирования импульсов длительностью 5 мксек. Формирование выполнено по схеме ждущего мультивибратора.

Униполярный импульс, длительностью 4—5 мксек, от делителя частоты поступал на усилитель мощности, смонтированный в отдельном блоке с независимым питанием, чтобы устранить самовозбужденные схемы и повысить устойчивость работы делителя частоты.

При разработке конструкции несвободно падающей камеры исходили из следующих соображений.

Принимая высоту падения камеры равной 10 м, вес камеры  $P = 5$  кг и полагая, что результирующая сил трения при несвободном падении камеры не превосходит 75 г, можно примерно определить длину пути  $k_n$ , который пройдет свободно падающее тело относительно несвободно падающей камеры. В нашем случае  $k_n = 15$  см. Величина  $k_n$  определяет габариты несвободно падающей камеры.

Для нанесения отметок на шкале  $Z$  и на шкале  $K$  совершенно не обязательно применять одинаковый способ. Регистрацию положений несвободно падающей камеры относительно земли можно производить контактным способом, вносящим добавочное сопротивление падению камеры, которое, однако, несущественно, так как несвободное падение

рассматривается без анализа отдельных составляющих сил сопротивления и вызывающих их причин.

Отметки положений свободно падающего тела на шкале  $K$  не допускают применения контактных методов, которые могут исказить свободное падение. Учитывая эти условия, для нанесения отметок на шкале  $Z$  применяли магнитный способ, подробно описанный в работе П. Н. Агалецкого «Абсолютный метод измерения скоростей, ускорений и длительности кратковременных движений» (Труды ВНИИМ, вып. 2(44), 1940 г.), а для нанесения отметок на шкале  $K$  — фотографический способ.

Общий вид не свободно падающей камеры дан на рис. 5 (в собранном виде) и на рис. 6 (в разобранном виде).

Камера состоит из двух основных частей: корпуса  $a$  и головки  $b$ . Головка имеет две пары створок.

Створки являются держателями электромагнитных рекордеров и токоприемных щеток; в рабочем состоянии они выходят за пределы корпуса камеры, охватывая токоподводящие провода и стальные струны; в нерабочем состоянии створки с помощью пружин убираются внутрь головки. Верхняя часть держателя камеры имеет стержень с опорной пятой и двумя контактами для проводки тока в электромагнитное спусковое устройство держателя СПТ, находящегося внутри камеры. Головка соединяется с корпусом камеры при помощи двух винтов.

Учитывая, что первые 0,15 сек. падение тел происходит с очень малыми скоростями, регистрацию падения начинали по истечении 0,15 сек. с момента отделения НПК от верхней станции. Свободно падающая шкала освобождается от подвеса через 0,1 сек. после начального момента падения камеры. Следовательно, через 0,15 сек. после начала падения камера пройдет путь примерно 12 см, и к этому времени шкала  $K$  внутри камеры будет совершать свободное падение. В этот момент в токоподводящие провода автоматически включались импульсы тока эталонной частоты.

Перед началом эксперимента камера подвешивалась таким образом, чтобы пята ее держателя опиралась на опорный рычаг верхней станции.

Освобождение НПК производилось ударом по спусковому курку; при этом освобождался опорный рычаг; пружина отбрасывала его вниз, и камера начинала падать.

Курок в своем движении включал ток в электромагнит держателя свободно падающего тела и освобождал последний. Таким образом, освобождение свободно падающего тела происходило на протяжении промежутка времени, не превышающего 0,1 сек. после начала падения камеры. Курок одновременно с опорным рычагом освобождал

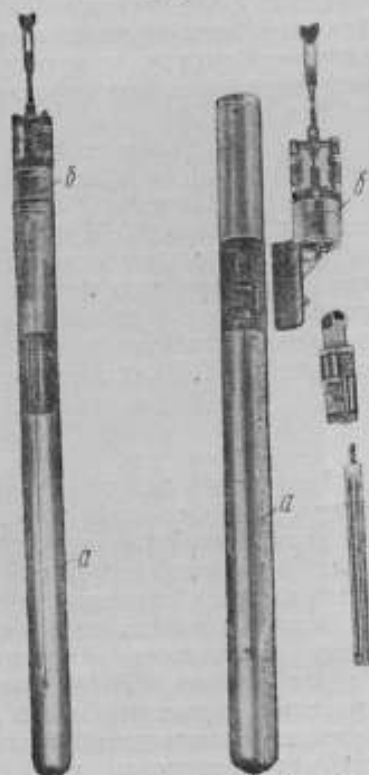


Рис. 5. Общий вид несвободно падающей камеры в собранном состоянии.

Рис. 6. Несвободно падающая камера в разобранном виде.

маятниковый замыкатель, который регулировался таким образом, чтобы рубильник в линии, подающей в камеру импульсы тока эталонной частоты, включался через 0,15 сек. после начала падения камеры.

Верхняя станция была расположена на площадке лестницы в третьем этаже; нижняя станция — на площадке первого этажа, амортизатор находился в подвале.

В конце пути падения камера приобретала скорость порядка 15,6 м/сек и, следовательно, значительную кинетическую энергию необходимо было рассеять без разрушения внутренних устройств камеры. Для этой цели служила нижняя станция, состоявшая из выключателя магнитной записи, приспособлений для натяжения стальной и медной проволоки и амортизатора в виде ящика с мелким сухим песком высотой 1 м.

При юстировке верхней и нижней станций было учтено отклонение падающей камеры от вертикали, вызываемое ускорением Кориолиса; это отклонение падающего тела к востоку на уровне нижней станции достигает 0,04 см.

Каждый опыт с совмещенным падением тел представлял следующие документы, нуждавшиеся в дальнейшей обработке: две стальные проволоки (две шкалы *Z*) с магнитными отметками положений несвободно падающей камеры и шкалу *K* с фотографическими отметками положений СПТ относительно камеры.

#### Измерение длины

Расстояния между первой и последующими отметками на шкале *K* измерялись с помощью измерительной машины с ценой деления 5 мк, при этом случайные погрешности измерений не выходили за пределы 30 мк. Результаты измерений заносились в журнал с указанием порядковых номеров измеренных отрезков длины.

Значительно сложнее оказался вопрос с измерением расстояний между магнитными отметками на стальных проволоках (шкала *Z*). В распоряжении ВНИИМ не было вертикального компаратора для измерения штриховых мер в диапазоне от 1 см до 10 м. Кроме того, вопрос измерения длины отрезков на шкале *Z* усложнялся тем, что на стальных проволоках наносили не обычные штрихи, а магнитные отметки. В метрологической практике не было опыта измерения расстояний между магнитными отметками, которые не могут быть обнаружены непосредственно.

Метод измерения длины отрезков между магнитными отметками на стальной проволоке заключался в следующем.

Стальная проволока с нанесенными на ней магнитными отметками переносилась на длинный горизонтальный стол и закреплялась с одного конца; другой конец проволоки перебрасывался через блок, и давалось натяжение с помощью специально подогнанного груза.

Параллельно стальной проволоке натягивалась стальная образцовая рулетка 1-го разряда. Рулетке давалось натяжение 5 кг, что соответствовало ее натяжению при поверке.

В качестве компарирующего устройства пользовались изготовленной из латуни образцовой штриховой метровой мерой 1-го разряда, имеющей деления через 0,2 мм. Учитывая, что образцовая рулетка 1-го разряда поверяется через каждый метр с погрешностью  $\pm 0,01$  мм, совмещали нарезные штрихи рулетки с крайним штрихом образцовой метровой меры и по ней отсчитывали положения магнитных «штрихов» на стальной проволоке. Для обнаружения магнитных отметок на проволоке пользовались железным порошком. Проволока с приставшим к ней в намагниченных местах железным порошком принимала вид, изображенный на рис. 7 (с увеличением в 48 раз). Проволока с магнит-



ным спектром сфотографирована на фоне шкалы образцовой однометровой меры длины, имеющей деления через 0,2 мм.

В качестве штриха на проволоке принимали ту часть магнитного спектра, в которой магнитные силовые линии направлены перпендикулярно к проволоке. По образцовой мере положение этого штриха можно отсчитывать с точностью до  $\frac{1}{4}$  деления шкалы, т. е. с абсолютной погрешностью  $\leq 0,05$  мм.

Во время опыта магнитные отметки наносились на вертикально расположенную проволоку, которая находилась под растяжением груза  $P_1$ , укрепленного на нижнем конце проволоки, собственного веса

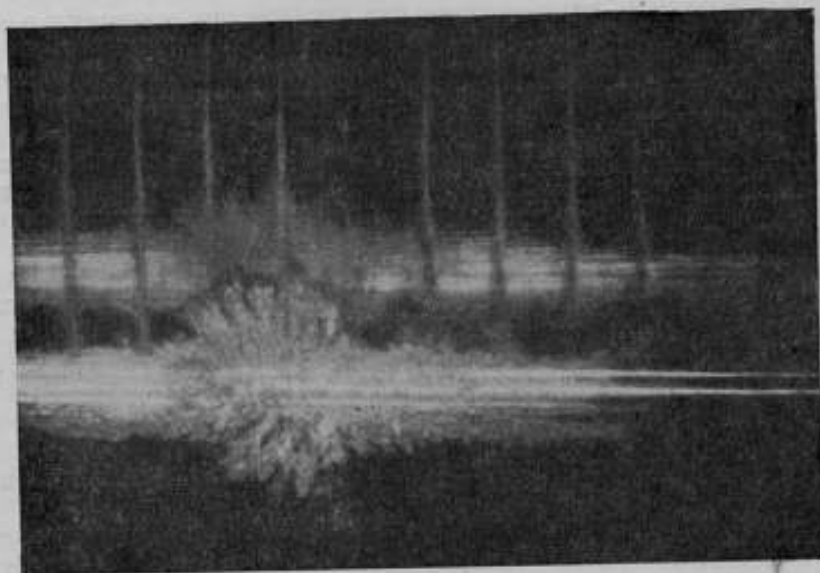


Рис. 7. Магнитный штрих\* на стальной проволоке.

проволоки  $P_2$  и силы трения  $F$ , возникающей при скольжении по проволоке магнитного рекордера.

Кроме того, в лестничной клетке имело место расслоение температуры по высоте и, следовательно, различное температурное состояние проволоки на отдельных участках. Поэтому условия, в которых производили измерение длины отрезков между магнитными отметками на проволоке, отличались от условий проведения опыта.

Измерение длины производили не в вертикальном, а в горизонтальном положении проволоки, в иных температурных условиях.

Это обстоятельство требовало внесения в результаты измерения поправок за растяжения проволоки и за температуру.

*Поправки за растяжение проволоки.* Чтобы при измерениях проволока имела такое же натяжение, как и при нанесении на нее отметок, груз, растягивающий проволоку на компараторе, был применен больше на величину

$$\Delta P = \frac{P_2}{2} + F,$$

где  $P_2$  — собственный вес стальной проволоки;

$F$  — сила трения проволоки о рекордер.

Стальная проволока, которая применялась в опытах с совмещенным падением тел, имела следующие основные характеристики: диаметр 0,22 мм; удлинение одного метра проволоки при нагрузке в 1 г равно 1,3 мк; предел текучести  $\sigma_s = 50$  кг/мм<sup>2</sup>; предел прочности

$\sigma_B = 120 \text{ кг/мм}^2$ ; вес 12 м проволоки 3,8 г. Коэффициент линейного расширения  $\alpha = 11,5 \cdot 10^6 \text{ 1/град}$ .

Во время опытов к стальным проволокам подвешивались грузы: к левой — 256,4 г, к правой — 255,7 г и кольцо весом 24,6 г, опирающееся на оба подвешенных груза.

Следовательно, каждая проволока находилась под натяжением груза  $P_1 = 268,3 \text{ г}$ . Кроме того, собственный вес ее вызывал напряжение, эквивалентное грузу  $\frac{P_1}{2} = 1,9 \text{ г}$ , и трение, эквивалентное грузу  $F = 7 \text{ г}$ . Поэтому на компараторе проволоку натягивали с помощью груза 277,2 г.

Сила трения  $F$ , возникающая при скольжении рекордера о стальную проволоку, была определена с помощью специально поставленных опытов с машинной Агвуда. Для этого через легкий блок была перекинута проволока и к ней подвешены головка несвободно падающей камеры и противовес.

На головку добавлялся груз  $P$ , и измерялось время падения и высота падения головки. Полученные результаты позволяли определить силу трения проволоки о блок  $f_0$ . Аналогично проводился опыт при падении головки, когда магнитные рекордеры скользили по двум стальным проволокам, что давало силу трения  $f_1$ . Из этих опытов искомая сила трения рекордера об одну стальную проволоку получалась как полуразность данных сил, т. е.

$$F = \frac{f_1 - f_0}{2}.$$

В опытах с совмещенным падением сила трения изменялась в пределах 6,5—7,5 г. Мы приняли  $F = 7 \text{ г}$ .

Такая же методика принималась для определения трения стальной проволоки о компаратор (трение в блоке и трение о поверхность стола компаратора).

Стальная проволока соприкасалась на протяжении 12 м с поверхностью стола компаратора. По краям стола проволока была переброшена через соответствующие блоки, и к концам ее подвешены одинаковые грузы. Давая перегрузку и измеряя время и высоту падения груза, можно было определить силу трения проволоки о компаратор, которая оказалась равной 4,8 г.

Абсолютное изменение длины 10 м проволоки под действием силы 4,8 г может достигать 60 мк. При компарировании перед каждым отсчетом грузы приводились в колебательное движение, чтобы переход проволоки из удлиненного и укороченного состояния в состояние равновесия был равновероятен, или, что то же самое, чтобы направление сил трения при отсчетах было равновероятно как в одну, так и в другую сторону, и вносимые трением изменения длины проволоки носили случайный характер.

*Поправка за температуру.* Образцовая рулетка 1-го разряда и образцовый метр-компаратор поверены при температуре  $20^\circ \text{C}$ . Нанесение же отметок на стальные проволоки производилось при различных температурах проволоки  $\Theta$  на отдельных ее участках. Точно так же компарирование проволоки производилось при температуре  $t$ , отличной от  $20^\circ \text{C}$ .

Поэтому температурная поправка к измеренной длине отрезка  $z$ , должна состоять из поправки  $\Delta z_0$  для приведения  $z$ , от температуры  $t$ , при которой производилось измерение длины, к  $20^\circ \text{C}$ ; поправки  $\Delta z_1$  для придания длине отрезка, измеренного при температуре  $20^\circ \text{C}$  к температуре  $\Theta$ , при которой производилось нанесение магнитных отметок.

Первая поправка:

$$\Delta z_i = z_i \beta (20 - t),$$

где

$$\beta = \alpha_p - \alpha_n = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град.}$$

Вторая поправка:

$$\Delta z_n = z_n \alpha_n (\Theta - 20).$$

При этом  $\alpha_n$  и  $\alpha_p$  — коэффициенты линейного расширения проволоки и рулетки.

Для измерения температуры проволоки во время проведения опыта применялись образцовые ртутные термометры и дифференциальные термометры медь — константан. В качестве общего электрода для группы термометров рядом со стальными проволоками была подвешена константановая проволока без изоляции, и к ней через каждые 2 м припаяны медные проволоки. Термометра, образованная верхним концом константановой проволоки и медной проволокой, помещалась в блок рядом с шариком образцового термометра.

Медная проволока от этой термометры была подведена к гальванометру и далее через переключатель поочередно соединялась с медными электродами термометров, расположенных вдоль пути падения камеры. Измерения температуры производили за одну минуту перед сбрасыванием камеры и сразу же после сбрасывания ее, с погрешностью  $\pm 0,05^\circ \text{C}$ . Полагая, что изменение температуры проволоки на участках в 2 м происходит по линейному закону, находили средние значения температуры на участках между двумя соседними термометрами.

Обозначая через  $t$  среднюю температуру, при которой проводилось измерение отрезков  $z_i$ , и через  $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_5$  — температуры участков по 2 м каждый, температурное удлинение проволоки  $\Delta z$  определяли из выражения:

$$\Delta z = z \alpha_n \sum_{k=1}^5 (\Theta_k - 20) + z_i \beta (20 - t),$$

где  $z$  — длина всей проволоки.

Полученные значения  $\Delta z_i$  дают возможность построить график поправок за температурное удлинение в зависимости от  $i$  и из этого графика найти поправки для всех измеренных значений  $z_i$ .

Ввиду того, что в НПК находился воздух при атмосферном давлении, необходимо было в измеренные значения длины отрезков между отметками вводить поправки для исключения влияния сопротивления воздуха при относительном перемещении СПТ.

Рассмотрим более подробно вопрос о введении этих поправок. На тело, падающее в воздушной среде, действуют, помимо силы тяжести, две силы: аэростатическая и аэродинамическая (трение о воздух). Для устранения влияния среды на падающее тело опыты со свободным падением обычно проводят в камере, из которой удален воздух.

В методе совмещенного падения тел камера падает несвободно с ускорением  $\theta$ , а тело в камере падает свободно с ускорением  $g$ . Обозначим ускорение относительного перемещения тела в падающей камере через  $\gamma$ . Очевидно, что  $g = \theta + \gamma$ .

При падении тела в неподвижном воздухе величина аэростатической силы  $P_a$ , действующей на тело снизу вверх, определяется следующим уравнением:

$$P = v d g,$$

где  $v$  — объем падающего тела;

$d$  — плотность воздуха при нормальном давлении.

Если же падение тела совершается в воздухе, находящемся в камере, которая в свою очередь падает с ускорением, равным  $\theta$ , то аэростатическая сила, действующая на тело, будет:

$$P = vd(g - \theta) = vd\gamma.$$

Разделив обе части на величину массы падающего тела  $m$  и обозначив плотность тела через  $d_v$ , получим аэростатическую поправку  $\Delta g$ , равную

$$\Delta g = \frac{d}{d_v} \cdot \gamma.$$

При этом  $\gamma$  вычисляется по отметкам на шкале  $K$  согласно формуле:

$$\gamma = \frac{K_n - 2K_{n/2}}{\left(\frac{n}{2f}\right)^2},$$

где  $n$  — число отрезков на шкале  $K$ ;

$f$  — частота импульсов.

Разберем далее вопрос о введении поправки для исключения систематической погрешности, вносимой в значение  $g$  действием аэродинамической силы.

Тело падает в падающей камере, заполненной воздухом при атмосферном давлении, сопротивление которого пропорционально скорости падения. Относительное перемещение падающего в камере тела происходит с относительной скоростью, равной  $\gamma t$ .

Поэтому уравнение движения тела в камере с воздухом будет иметь вид:

$$M \frac{d^2 l_1}{dt^2} + \alpha \gamma = Mg, \quad (32)$$

где  $l_1$  — путь, проходимый телом при падении в воздухе;

$M$  — масса падающего тела;

$\alpha$  — коэффициент трения, получаемый из опыта.

Уравнение движения тела для случая, когда в камере нет воздуха:

$$M \frac{d^2 l_1'}{dt^2} = Mg, \quad (33)$$

где  $l_1'$  — путь, проходимый телом в вакууме.

Вычитая из (33) (32) и обозначая  $l' - l_1 = \Delta$ , получим:

$$M \frac{d^2 \Delta}{dt^2} = \alpha \gamma t,$$

откуда

$$\Delta = \frac{\alpha \gamma t^3}{6M},$$

так как при  $t = 0$ ,  $\Delta = 0$  и  $\frac{d\Delta}{dt} = 0$ .

Величина  $\Delta$  является поправкой к отрезкам длины  $l_1$  для исключения влияния аэродинамической силы  $q$ .

Коэффициент  $\alpha$  можно определить, если найти из опыта зависимость между аэродинамической силой  $q = av$  и скоростью  $v$  относительного перемещения СПТ в камере, заполненной воздухом.

Опыты по определению значения коэффициента были проведены в 1954 г. в Центральном научно-исследовательском институте радиоизмерений П. Н. Агалецким совместно с О. В. Тупициным.

Ввиду того, что определение зависимости  $q = f(v)$  для рамки (СПТ), перемещающейся с малой скоростью в неподвижной воздушной среде, ограниченной каналом, весьма затруднительно, то было решено воспользоваться принципом подобия, расположив рамку в канале, в котором пропускается воздух, измеряя при этом одновременно  $v$  и  $q$ .

Так называемый аэродинамический парадокс, т. е. отклонение от принципа подобия, при малых скоростях воздушного потока ( $v < 20$  см/сек) проявляется в ничтожно малой степени.

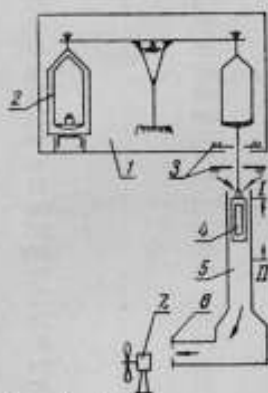


Рис. 8. Схема эксперимента по определению зависимости между силой лобового сопротивления свободно падающего тела в трубе и скоростью воздушного потока.

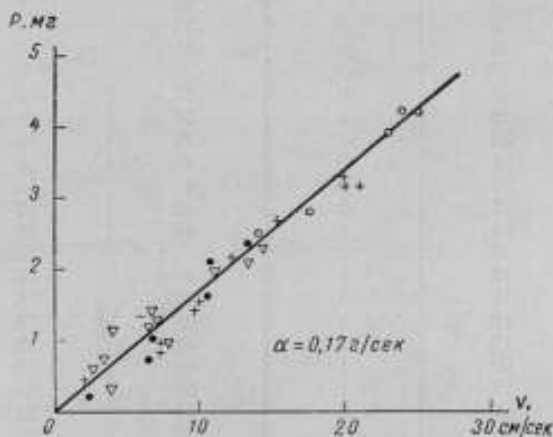


Рис. 9. Результаты определения  $\alpha$ . Условные обозначения результатов по сериям измерений:  $\circ$  — I серия;  $\bullet$  — II серия;  $+$  — III серия;  $\nabla$  — IV серия.

Для экспериментов была изготовлена рамка 4 (рис. 8), по форме и весу подобная рабочей рамке; в рамку вложена полоска фотопластинки и закреплена в ней мастикой. Из органического стекла была изготовлена труба 5 прямоугольного сечения с такими же внутренними размерами, как и у прямоугольной коробки, установленной внутри падающей камеры. Масса рамки составляла 70 г. Вентилятор 7, расположенный вблизи нижнего конца трубы 6, отсасывал из нее воздух. Скорость воздушного потока в трубе определялась следующим образом: на прозрачной трубе на известном расстоянии были нанесены две отметки; в воздушный поток в верхней части трубы вводился клуб табачного дыма и с помощью секундомера измерялось время прохождения воздушным потоком расстояния между отметками. Измерение аэродинамической силы производилось с помощью аналитических весов 1.

У весов один демпфер 2 был снят, и к чашке весов на тонкой проволоке, пропущенной через две диафрагмы 3, подвешивалась рамка, находящаяся в трубе прямоугольного сечения.

Было проведено 33 измерения  $v$  и  $q$  четырьмя сериями при значениях  $v$  от 3 до 25 см/сек. Результаты опытов показаны на рис. 9.

Было найдено:  $\alpha = 0,17$  г/сек  $\pm 0,005$  г/сек.

С целью упрощения работы при вычислении поправки для каждого опыта с совмещенным падением тел, была составлена таблица поправок для разных значений  $\gamma$ .

Для иллюстрации приводим таблицу поправок, обусловленных влиянием аэродинамической силы на перемещение СПТ в камере, заполненной воздухом (табл. 7). Поправки вычислены для  $\alpha = 0,17$  г/сек,  $M = 70$  г,  $f = 62,5$  гц и  $\gamma = 10$  см/сек<sup>2</sup>.

Таблица 7

№ отрезков $k_i$	$\Delta$ , мк	№ отрезков $k_i$	$\Delta$ , мк	№ отрезков $k_i$	$\Delta$ , мк
1	0	30	4	59	34
2	0	31	5	60	35
3	0	32	5	61	37
4	0	33	6	62	39
5	0	34	6	63	41
6	0	35	7	64	43
7	0	36	8	65	45
8	0	37	8	66	47
9	0	38	9	67	49
10	0	39	10	68	51
11	0	40	10	69	54
12	0	41	11	70	56
13	0	42	12	71	59
14	0	43	13	72	61
15	0	44	14	73	64
16	1	45	15	74	66
17	1	46	16	75	69
18	1	47	17	76	72
19	1	48	18	77	75
20	1	49	19	78	78
21	1	50	21	79	81
22	2	51	22	80	84
23	2	52	23	81	87
24	2	53	24	82	90
25	2	54	26	83	94
26	3	55	27	84	97
27	3	56	29	85	101
28	3	57	30		
29	4	58	32		

Для приведения величины  $g$  к уровню верхней станции в измеренные значения длины отрезков  $l_i$  вводились поправки  $\Delta l_i$ , которые находились согласно выражению (31).

Суммирование исправленных значений  $z_i$  и  $k_i$  давало значения  $l_i$ , т. е. ряд отрезков пути, проходимых свободно падающим телом за промежуток времени, равные, соответственно,  $T, 2T, 3T, \dots, iT$ ,

где  $T = \frac{l}{g}$ . Ряд значений  $l_i$  позволял составить систему из  $i$  уравнений вида (27):

$$l_i = A + B(iT) + C(iT)^2.$$

Решая по способу наименьших квадратов эту систему уравнений, находили значения коэффициентов  $A, B$  и  $C$ , значение  $g$  ( $g = 2C$ ) и среднюю квадратичную погрешность результата измерений  $\sigma_g$ .

Для сокращения расчетов пользовались способом П. Л. Чебышева, представляющим собою предельно возможное упрощение способа наименьших квадратов для случая постоянного шага аргумента; при этом коэффициенты  $A, B$  и  $C$  выражаются в постоянных, зависящих от числа данных, что, собственно, и упрощает расчеты.

Д. И. Менделеев в своей работе «Опытное исследование колебания весов» приводит выведенные им формулы для случая, когда ряд

с постоянным шагом аргумента содержит  $n$  значений функции, причем  $n$  — число нечетное:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n} - \frac{n^2 - 1}{12} C;$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^m l_i x_i}{n(n^2 - 1)};$$

$$C = \frac{\sum_{i=1}^m l_i x_i^2 - \frac{1}{12}(n^2 - 1) \sum_{i=1}^n l_i}{\frac{1}{180} n(n^2 - 1)(n^2 - 4)};$$

где  $x$  принимает значения от 0 до  $\pm m$ ;

$$m = \frac{n - 1}{2}.$$

Средняя квадратичная погрешность ряда измерений:

$$\sigma_l = \pm \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n - 3}},$$

где

$$v_i = l_i - (A + Bx_i + Cx_i^2).$$

Средняя квадратичная погрешность коэффициента  $C$ :

$$\sigma_C = \frac{\sigma_l}{\sqrt{p_C}}$$

где  $p_C$  — вес коэффициента  $C$ :

$$p_C = \frac{m(m+1)(2m+1)(3m^2+3m-1)}{30}.$$

Средняя квадратичная погрешность результата измерений ускорения силы тяжести:

$$\sigma_g = \frac{2\sigma_l^2}{\sqrt{p_C}}$$

Аэростатическая поправка  $\Delta g = 1,89 \cdot 10^{-4} \gamma$  см/сек<sup>2</sup> и поправка для приведения значения  $g$  к уровню, на котором производилось определение  $g$  с помощью поворотных маятников,  $\Delta g_n = 0,004$  см/сек<sup>2</sup> вводились в значение  $g$ , найденное по способу наименьших квадратов.

Для опытов с совмещенным падением тел было изготовлено два СПТ, обозначенные № 1 и 2.

СПТ № 1 имело массу 70 г, для которой были составлены таблицы поправок  $\Delta l \gamma$ . СПТ № 2 имело массу 77 г. Чтобы не пересчитывать таблицу поправок  $\Delta l \gamma$ , которые вводили в значения  $l_i$ , была определена величина дополнительной поправки  $\Delta g_m = -0,00014 \gamma$  см/сек<sup>2</sup>; поправка  $\Delta g_m$  вводилась только в те значения  $g$ , которые были получены из опытов с СПТ № 2.

Необходимо особо отметить, что все поправки, вводимые в результаты каждого опыта с совмещенным падением тел, определялись независимо по данным этого же опыта; поэтому неисключенные остатки

систематических погрешностей вошли в отдельные значения  $g$  в различных комбинациях по величине и знаку, т. е. получили в совокупности результатов отдельных опытов характер случайных погрешностей.

Вводимые поправки в переводе на ускорение составляли в сумме не более  $0,02 \text{ см/сек}^2$ . Средняя погрешность определения поправок оценивается в 10%.

#### Результаты абсолютных определений $g$ , выполненных методом совмещения свободного и несвободного падения тел

Абсолютные определения  $g$  методом совмещения свободного и несвободного падения тел проводились во ВНИИМ с ноября 1954 г. по октябрь 1955 г. Всего был выполнен 21 опыт. В результате опытов были подвергнуты прямым измерениям 4800 отрезков длины на шкалах  $Z_I$ ,  $Z_{II}$  и  $K$ . Измеренные значения длины после введения поправок дали возможность составить двадцать одну независимую систему условных уравнений в среднем по 79 уравнений в каждой системе. Решение этих уравнений по способу наименьших квадратов дало 21 независимое значение  $g$ .

Каждый опыт по определению  $g$  заключал в себе четыре этапа: 1) юстировка аппаратуры; 2) падение камеры и заключенного в ней тела; 3) измерение длины отрезков на шкалах  $Z$  и  $K$ ; 4) обработка результатов измерений.

Перед каждым опытом проводилась юстировка верхней и нижней станции с тем, чтобы камера при падении сохраняла вертикальное положение и не задела грузов, натягивающих стальные проволоки; проверялась работа преобразователя электрических импульсов, правильность включения всех электрических цепей и измерялась температура верхней станции, а также расслоение температуры по высоте падения. Это первый этап.

На втором этапе, длительность которого составляла 1,5 сек., все операции осуществлялись автоматически.

Подвешенная камера соединялась с верхней станцией при помощи двух электрических линий. Одна линия служила для кратковременного включения электромагнита, управляющего держателем свободно падающего тела в камере. Эта линия длиной 10 см представляла собою тонкий гибкий шнур, заканчивающийся вилкой, которая выдергивалась из гнезда, когда камера проходила расстояние, равное длине шнура. Вторая линия служила для подачи в камеру импульсного напряжения эталонной частоты. Она состояла из двух латунных проволок, натянутых вдоль пути падения камеры; соединение этой линии с камерой осуществлялось с помощью щеток.

Удар по спусковому крючку держателя камеры последовательно вызывал следующие события:

- 1) освобождение камеры (начальный момент ее падения);
- 2) через 0,02 сек. от начального момента включение электромагнита, освобождающего свободно падающее тело в камере;
- 3) через 0,15 сек. от начального момента включение импульсного напряжения эталонной частоты, т. е. начало появления магнитных отметок на стальной проволоке и фотографических отметок на свободно падающем теле.

Токоподводящие щетки и электромагнитные рекордеры размещались в створках, выступающих в стороны в верхней части камеры; створки охватывали токоподводящие привода и стальные проволоки и удерживались во время падения в закрытом состоянии с помощью специальных задвижек. В конце 10-го метра пути падения камеры



Метод совмещенного падения тел

Опыт № 16 от 12 августа 1955 г. 13 ч. 40 м.  
 Опыт производства: Агалекский, Егоров, Порфирьев  
 Распределение температуры вдоль проволоки через 2 м при проведении опыта:  $\theta_0 = 21,02^\circ \text{C}$ ;  $\theta_1 = 20,78^\circ \text{C}$ ;  $\theta_2 = 20,52^\circ \text{C}$ ;  $\theta_3 = 20,40^\circ \text{C}$ ;  
 $\theta_4 = 20,18^\circ \text{C}$ ;  $\theta_5 = 19,90^\circ \text{C}$   
 Частота импульсов  $f = 62,50005 \text{ мс}$   
 Измерения и вычисления производили: Порфирьев, Коле

Среднее значение ускорения относительно перемещения свободно падающего тела в камере:  $\gamma = 12,4 \text{ см/сек}^2$   
 Температура при калибровании:  $t = 20,00^\circ \text{C}$

№ отсчета	Правая проволока				Левая проволока			Поправки				13	14
	Отсчеты при калибровании		$z_0$ , см	Отсчеты при калибровании		$z_1$ , см	$\frac{z_0 + z_1}{2}$ , см	$\Delta t_{N'}$ $\times 10^{-4}$ с	$\Delta t_{M'}$ $\times 10^{-4}$ с	$\Delta t_{M''}$ $\times 10^{-4}$ с	$\Delta t_{M''}$ $\times 10^{-4}$ с		
	Порфирьев	Коле		Порфирьев	Коле								
1			4			7	8	9	10	11	12		
0	6,120	6,120	0	6,075	6,075	0	0				0	0	
1	8,760	8,760	2,635	8,725	8,720	2,647	2,6410				0,0319	2,6729	-1
2	11,655	11,650	5,532	11,610	11,605	5,533	5,5325				0,0698	5,6023	0
3	14,780	14,775	8,658	14,735	14,735	8,660	8,6590				0,1108	8,7698	-2
4	18,155	18,155	12,040	18,120	18,125	12,047	12,0435				0,1546	12,1981	0
5	21,800	21,805	15,682	21,760	21,745	15,677	15,6785		1		0,2015	15,8811	6
6	25,685	25,690	19,563	25,630	25,620	19,550	19,5590				0,2515	19,8106	6
7	29,805	29,810	23,688	29,765	29,750	23,683	23,6855		2		0,3034	23,9891	4
8	34,180	34,190	28,065	34,135	34,125	28,063	28,0653		3		0,3580	28,4183	2
9	38,800	38,800	32,680	38,760	38,760	32,685	32,6825		3		0,4172	33,1000	0
10	43,685	43,680	37,562	43,640	43,625	37,557	37,5595		4		0,4781	38,0380	4
11	48,800	48,795	42,678	48,760	48,760	42,680	42,6790		4		0,5435	43,2229	-3
12	54,165	54,160	48,042	54,120	54,130	48,050	48,0460		5		0,6096	48,6561	-1
13	59,775	59,785	53,660	59,730	59,725	53,653	53,6565		5		0,6829	54,3399	-6
14	65,635	65,640	59,518	65,610	65,600	59,530	59,5245		6		0,7582	60,2833	-3
15	71,760	71,755	65,638	71,720	71,700	65,635	65,6365		6		0,8356	66,4727	-5
16	78,120	78,110	71,995	78,085	78,075	72,005	72,0000		7		0,9160	72,9168	-3
17	84,720	84,710	78,595	84,700	84,680	78,615	78,6050		8	1	1,0000	79,6059	-8
18	91,575	91,565	85,450	91,550	91,560	85,480	85,4650		9	1	1,0872	86,5532	-7
19	98,700	98,690	92,575	98,655	98,660	92,583	92,5790		10	1	1,1781	93,7582	2
20	6,030	6,035	99,924	6,010	6,005	99,945	99,9345		11	1	1,2716	101,2073	2
21	13,625	13,625	107,517	13,615	13,610	107,549	107,5330		12	1	1,3676	108,9019	-2
22	21,485	21,485	115,377	21,465	21,460	115,399	115,3880		12	2	1,4669	116,8564	1
23	29,580	29,570	123,467	29,585	29,570	123,515	123,4910		14	2	1,5704	125,0630	5
24	37,940	37,940	131,832	37,910	37,910	131,847	131,8395		14	2	1,6742	133,5153	1

№ отсчеток	Правая проволока				Левая проволока				Поправка				k, см	$\frac{l_j - z_j + \frac{1}{2} \Delta l_j}{c_M}$	$v_j = l_j' - l_j \times 10^{-3} \text{ см}$
	Отсчеты при компа- рировании		z <sub>п</sub> , см	z <sub>д</sub> , см	Отсчеты при компа- рировании		z <sub>д</sub> , см	$\frac{z_{п1} + z_{п2}}{2}$ см	$\frac{\Delta l_{п1}}{10^{-4}} \text{ см}$	$\frac{\Delta l_{п2}}{10^{-4}} \text{ см}$	$\frac{\Delta l_{п3}}{10^{-4}} \text{ см}$				
	Порфирысь	Колбе			Порфирысь	Колбе									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				
25	46,535	46,535	140,427	46,510	46,500	140,442	140,4345	15	3	1,7831	142,2194	3			
26	55,385	55,385	149,274	55,360	55,360	149,297	149,2795	16	4	1,8938	151,1753	2			
27	64,460	64,450	158,347	64,440	64,440	158,377	158,3620	17	4	2,0071	160,3712	10			
28	73,800	73,795	167,690	73,795	73,795	167,732	167,7110	18	4	2,1224	169,8356	4			
29	83,405	83,400	177,294	83,385	83,380	177,319	177,3055	19	5	2,2414	179,5503	1			
30	93,230	93,235	187,125	93,220	93,225	187,159	187,1420	20	5	2,3625	189,5070	4			
31	3,280	3,285	197,222	3,270	3,260	197,250	197,2360	21	6	2,4871	199,7258	1			
32	13,625	13,615	207,560	13,605	13,610	207,592	207,5760	22	6	2,6148	210,1936	4			
33	24,200	24,210	218,145	24,190	24,185	218,173	218,1590	23	7	2,7454	220,9073	2			
34	35,040	35,035	228,078	35,030	35,030	228,065	228,0915	24	7	2,8780	231,8725	0			
35	46,130	46,120	240,065	46,100	46,100	240,085	240,0750	25	8	3,0122	243,0904	1			
36	57,440	57,450	251,385	57,435	57,445	251,425	251,4050	26	9	3,1509	254,5593	3			
37	69,030	69,025	262,968	69,005	69,005	262,990	262,9790	27	10	3,2924	266,2749	9			
38	80,850	80,850	274,795	80,845	80,835	274,825	274,8100	28	11	3,4355	278,2492	7			
39	92,935	92,925	286,870	92,920	92,925	286,907	286,8885	29	11	3,5811	290,4735	7			
40	5,215	5,210	299,204	5,210	5,205	299,243	299,2235	30	11	3,7312	302,9587	3			
41	17,790	17,790	311,781	17,780	17,775	311,813	311,7970	31	12	3,8845	315,6857	2			
42	30,600	30,610	324,596	30,610	30,605	324,644	324,6200	32	14	4,0386	328,6631	1			
43	43,690	43,680	337,676	43,670	43,665	337,704	337,6900	33	16	4,1974	341,8922	1			
44	57,000	57,000	350,991	57,000	57,005	351,038	351,0145	34	17	4,3576	355,3771	5			
45	70,555	70,550	364,543	70,560	70,560	364,596	364,5795	35	18	4,5242	369,1088	4			
46	84,385	84,375	378,371	84,380	84,380	378,416	378,3935	36	19	4,6919	383,0907	2			
47	98,440	98,430	392,426	98,440	98,425	392,468	392,4470	37	20	4,8619	397,3144	10			
48	12,715	12,710	406,745	12,730	12,715	406,800	406,7725	38	22	5,0371	411,8154	5			
49	27,270	27,270	421,303	27,280	27,285	421,361	421,3320	39	23	5,2160	426,5540	5			
50	42,070	42,065	436,100	42,085	42,085	436,163	436,1315	40	25	5,3945	441,5343	4			
51	57,140	57,140	451,123	57,140	57,140	451,184	451,1955	41	26	5,5820	456,7839	5			
52	72,430	72,440	466,468	72,440	72,435	466,516	466,4920	42	30	5,7690	472,2678	3			
53	87,995	87,985	482,023	88,000	88,000	482,078	482,0505	43	32	5,9610	488,0186	8			
54	3,760	3,760	497,829	3,765	3,765	497,879	497,8540	44	34	6,1554	504,0168	2			
55	19,800	19,800	513,869	19,810	19,810	513,924	513,8965	45	36	6,3528	520,2565	2			

№ отсек	Правая проволока				Левая проволока				Поправки				$h, \text{ см}$	$l = z + k + 1.5 l_1$ см	$\sigma = l_1 - l_2$ $\times 10^{-3} \text{ см}$
	Отсчеты при компарировании		$z_n, \text{ см}$	$\frac{z_n - z}{2}$ см	Отсчеты при компарировании		$z_n, \text{ см}$	$\frac{z_n - z}{2}$ см	$\Delta l_{10}, \times 10^{-4} \text{ см}$	$\Delta l_{10}, \times 10^{-4} \text{ см}$	$\Delta l_{10}, \times 10^{-4} \text{ см}$	$\Delta l_{10}, \times 10^{-4} \text{ см}$			
	Порядок	Колбе			Порядок	Колбе									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
56	36,100	36,085	530,161	36,100	36,110	530,219	530,1900	-1	43	36	6,5544	536,7522	0		
57	52,650	52,635	546,711	52,655	52,640	546,762	546,7365	-1	44	40	6,7588	553,5036	2		
58	69,425	69,430	563,497	69,440	69,445	563,556	563,5265	-1	45	42	6,9664	570,5015	0		
59	86,460	86,455	580,527	86,480	86,480	580,594	580,5605	-1	45	43	7,1790	587,7482	-5		
60	3,710	3,720	597,836	3,720	3,710	597,881	597,8585	-2	46	46	7,3931	605,2606	4		
61	21,250	21,250	615,371	21,250	21,255	615,419	615,3950	-2	46	49	7,6101	623,0124	4		
62	39,035	39,025	633,151	39,040	39,030	633,201	633,1760	-2	47	54	7,8311	641,0170	1		
63	57,070	57,055	651,183	57,070	57,065	651,234	651,2085	-2	48	57	8,0579	659,2767	3		
64	75,335	75,325	669,451	75,355	75,355	669,521	669,4860	-2	49	60	8,2871	677,7838	2		
65	93,850	93,850	687,971	93,890	93,880	688,051	688,0110	-2	50	63	8,5172	696,5393	-3		
66	12,605	12,610	706,764	12,615	12,625	706,821	706,7925	-3	50	66	8,7524	715,3562	3		
67	31,635	31,630	725,788	31,625	31,625	725,826	725,8070	-3	51	69	8,9918	734,8105	-6		
68	50,900	50,900	745,056	50,905	50,910	745,108	745,0820	-3	51	72	9,2331	754,3271	-3		
69	70,425	70,415	764,576	70,420	70,450	764,636	764,6080	-3	52	76	9,4783	774,0966	0		
70	90,180	90,180	784,336	90,200	90,185	784,399	784,3645	-3	52	78	9,7300	794,1072	-5		
71	10,155	10,155	804,350	10,180	10,180	804,420	804,3850	-3	53	82	9,9846	814,3828	2		
72	30,415	30,420	824,612	30,435	30,440	824,677	824,6475	-4	53	86	10,2405	834,8986	-1		
73	50,925	50,910	845,103	50,955	50,955	845,195	845,1540	-4	53	89	10,5020	855,6698	-1		
74	71,685	71,685	865,880	71,705	71,710	865,948	865,9140	-4	53	93	10,7654	876,6646	1		
75	92,695	92,695	886,850	92,700	92,705	886,942	886,9160	-4	53	97	11,0325	897,9635	-3		
76	13,905	13,910	908,140	13,925	13,920	908,201	908,1705	-4	53	101	11,3082	919,4937	3		
77	35,395	35,400	929,630	35,425	35,425	929,703	929,6665	-5	54	104	11,5839	941,2657	-3		
78	57,150	57,150	951,383	57,175	57,170	951,450	951,4165	-5	54	109	11,8650	963,2973	1		
79	79,130	79,135	973,366	79,170	79,165	973,445	973,4055	-5	54	113	12,1512	985,5729	-2		
80	1,330	1,340	995,621	1,345	1,355	995,681	995,6510	-5	54	118	12,4379	1008,1056	0		
81	23,820	23,815	1018,104	23,835	23,845	1018,171	1018,1375	-5	54	122	12,7285	1030,8831	-3		

Уравнение наименьшей кривой:  $l_1 = 315,68308 + 12,852263x + 0,12538588x^2$ ;  $g' = 2C/l^2 = 981,9227 \text{ см/сек}^2$   
 Поправки:  $\Delta g_n = +0,0023 \text{ см/сек}^2$ ;  $\Delta g_n = +0,0040 \text{ см/сек}^2$ ;  $\Delta g_n = -0,0017 \text{ см/сек}^2$ ;  $\Delta g_n = -0,0017 \text{ см/сек}^2$ ;  $\sigma_l = \pm 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ ;  $\sigma_g = \pm 0,0067 \text{ см/сек}^2$   
 Исправленное значение  $g$  для уровня подвала:  $g = 981,9273 \pm 0,0067 \text{ см/сек}^2$

завдвижки ударялись о неподвижные вилки и створки пружиной убирались внутрь головки камеры, не мешая ее дальнейшему движению.

Третий и четвертый этапы — измерение длины отрезков  $z_1$  и  $k_1$  и обработка результатов эксперимента — наиболее трудоемкие и ответственные.

Они заключались в измерении длины отрезков между магнитными отметками на двух стальных проволоках (шкалы  $Z_1$  и  $Z_2$ ) и отрезков между фотографическими отметками на фотопластинке свободно падающего тела (шкала  $K$ ), введении в измеренные данные поправок, вычисления значения  $g$  и параметров точности результата измерений.

Абсолютные определения  $g$ , выполненные методом совмещенного падения тел, дали огромный материал, содержащий десятки тысяч чисел. Учитывая, что условия проведения всех опытов были примерно одинаковыми, приведем для иллюстрации полные данные только по одному из опытов по определению  $g$ . Эти данные содержатся в табл. 8.

Сведения о всех опытах приводятся в сводном виде в табл. 9, 10, 11 лишь в той мере, в какой это необходимо для характеристики полученных результатов измерений.

Рассмотрим результаты измерений, приведенные в табл. 11.

В отдельных опытах соответственно между собой значения  $\tau$ ,  $n$ ,  $\sigma_t$  и  $\sigma_g$  мало отличаются. Это подтверждает, что для всех опытов были обеспечены одинаковые условия и одинаковая точность линейных измерений. Следовательно, полученные значения  $g$  можно рассматривать как результаты измерений равного достоинства по точности и принять в качестве наиболее достоверного значения результата совокупных измерений арифметическое среднее из всех значений  $g$ . Точность этого значения характеризуем средней квадратичной погрешностью  $S_g$ .

Таблица 9

Основные характеристики условий проведения опытов с совмещенным падением тел

№ опытов	Дата	Распределение температуры по высоте через каждые 2 м от уровня верхней станции, °С						Средняя температура проволоки при компарировании $t$ , °С	Частота импульсов $f$ , ил	Средняя величина ускорения относительного перемещения $\tau$ , см/сек <sup>2</sup>
		$\theta_0$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$			
1	30.11.54	18,69	18,47	17,89	18,57	17,47	17,02	22,49	62,50005	15,0
2	1.12.54	18,11	17,43	17,53	17,76	17,16	17,20	21,52	5	14,5
3	1.12.54	18,22	17,92	17,67	18,12	17,37	17,54	22,32	5	13,8
4	1.12.54	18,20	17,80	17,70	17,79	17,42	17,30	22,86	5	14,5
5	4.02.55	20,39	20,24	20,14	20,61	20,24	19,99	20,99	5	13,0
6	4.02.55	19,99	19,73	19,77	19,98	19,85	19,72	20,02	5	17,0
7	8.02.55	19,74	19,48	19,45	19,65	19,54	19,48	23,46	5	17,0
8	9.02.55	19,54	19,37	19,30	19,31	19,50	19,34	22,80	5	13,0
9	10.02.55	19,06	18,94	18,67	18,59	18,69	18,60	22,93	5	17,0
10	14.06.55	19,19	19,61	19,31	18,94	19,16	19,06	18,10	5	9,8
11	21.06.55	17,57	17,38	17,26	17,13	17,03	17,67	17,47	5	5,7
12	21.06.55	17,85	17,82	17,72	17,53	17,24	17,19	18,17	5	13,0
13	1.07.55	19,63	19,20	18,97	18,72	18,66	18,58	19,17	66,666727	13,9
14	1.07.55	20,93	21,17	20,61	20,38	20,36	19,96	18,60	62,50005	12,0
15	9.07.55	21,69	21,57	21,26	21,19	20,88	20,63	19,65	5	15,5
16	12.08.55	21,02	20,78	20,52	20,40	20,18	19,90	20,00	5	12,4
17	3.09.55	20,08	20,15	20,05	20,15	20,05	19,95	19,16	5	13,1
18	5.09.55	21,58	21,39	21,14	20,49	20,24	19,99	19,44	5	13,5
19	8.09.55	19,38	18,76	18,51	18,29	17,92	17,67	18,86	5	13,9
20	12.10.55	17,92	18,74	18,78	18,68	18,86	18,95	21,17	5	9,5
21	12.10.55	19,25	19,44	19,31	19,52	19,50	19,60	21,32	5	10,0

Уравнение вида  $l_i' = A + Bx + Cx^2$ , коэффициенты которых вычислены по способу наименьших квадратов для каждого опыта с совмещенным падением тел

№ опыта	Уравнение вида $l_i' = A + Bx + Cx^2$
1	$l_i' = 277,3012 + 12,0733177x + 0,12568613x^2$
2	$l_i' = 305,5989 + 12,6668547x + 0,12568343x^2$
3	$l_i' = 322,1310 + 13,009815x + 0,12568520x^2$
4	$l_i' = 316,9968 + 12,952293x + 0,12568542x^2$
5	$l_i' = 286,1129 + 12,242066x + 0,12568673x^2$
6	$l_i' = 293,4902 + 12,426912x + 0,12568461x^2$
7	$l_i' = 222,2171 + 10,881103x + 0,12568498x^2$
8	$l_i' = 279,8390 + 12,080871x + 0,12568630x^2$
9	$l_i' = 301,9266 + 12,6431686x + 0,12568352x^2$
10	$l_i' = 313,1118 + 12,789857x + 0,12568418x^2$
11	$l_i' = 296,9941 + 12,4505351x + 0,12568452x^2$
12	$l_i' = 299,5347 + 12,5152071x + 0,12568546x^2$
13	$l_i' = 311,2210 + 11,987292x + 0,11046511x^2$
14	$l_i' = 305,3309 + 12,6606324x + 0,12568578x^2$
15	$l_i' = 306,2814 + 12,6835044x + 0,12568378x^2$
16	$l_i' = 315,6831 + 12,852669x + 0,12568588x^2$
17	$l_i' = 308,4439 + 12,738610x + 0,12568637x^2$
18	$l_i' = 303,4596 + 12,61391578x + 0,12568451x^2$
19	$l_i' = 309,3777 + 12,7615972x + 0,12568506x^2$
20	$l_i' = 305,5531 + 12,6659552x + 0,12568583x^2$
21	$l_i' = 305,3298 + 12,659926x + 0,12566557x^2$

Для иллюстрации на рис. 10 (с 1-го по 4-й опыт) и на рис. 11 (с 15-го по 18-й опыт) приведены графики распределения остаточных погрешностей при измерении  $l_i$  в зависимости от порядковых номеров отметок.

Абсолютные определения  $g$ , выполненные методом совмещения свободного и несвободного падения тел дали для пункта ВНИИМ следующее значение:

$$g = 981,9215 \pm 0,0016 \text{ см/сек}^2.$$

Авторы полагают, что нет основания ожидать в полученном значении  $g$  наличия неисключенной систематической погрешности, величина которой превышает предельную погрешность  $3S_g = \pm 0,0048 \text{ см/сек}^2$ . Это следует из того, что результаты измерений, полученные по данным каждого опыта, являются предельно не зависимыми от результатов других опытов по условиям накопления в значении  $g$  неисключенных остатков систематических погрешностей.

Следовательно, в отдельных независимых значениях  $g$  величина и знак неисключенных остатков систематических погрешностей имеют случайный характер. Влияние этих погрешностей на результат совокупных измерений полностью характеризует средняя квадратичная погрешность  $S_g$ .

Правильность этого заключения наиболее убедительно подтверждает сопоставление результата измерений, полученного методом совмещенного

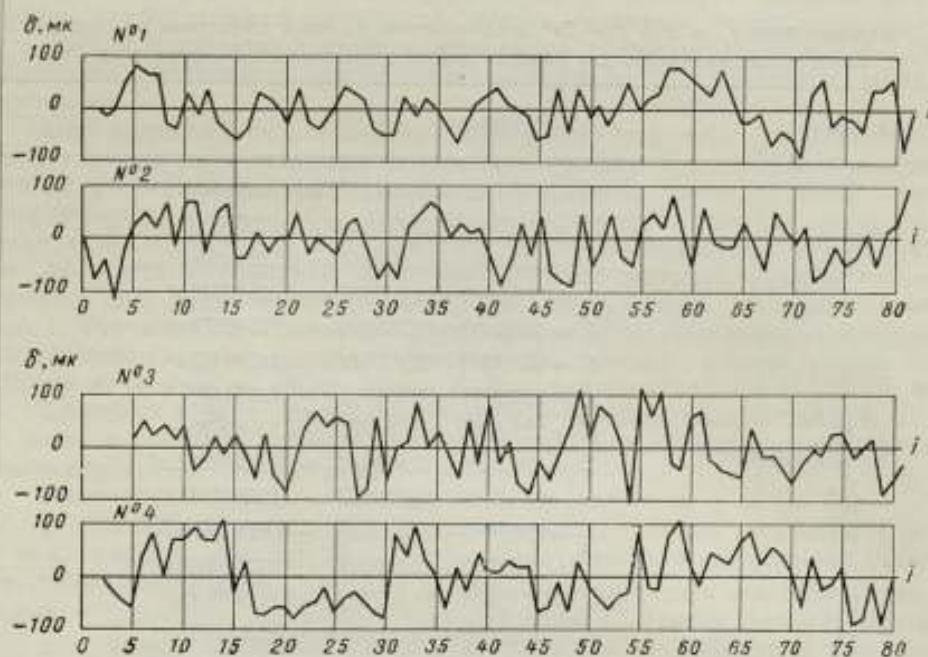


Рис. 10. Графики распределения остаточных погрешностей при измерении отрезков пути  $l$ , с 1-го и по 4-й опыт.

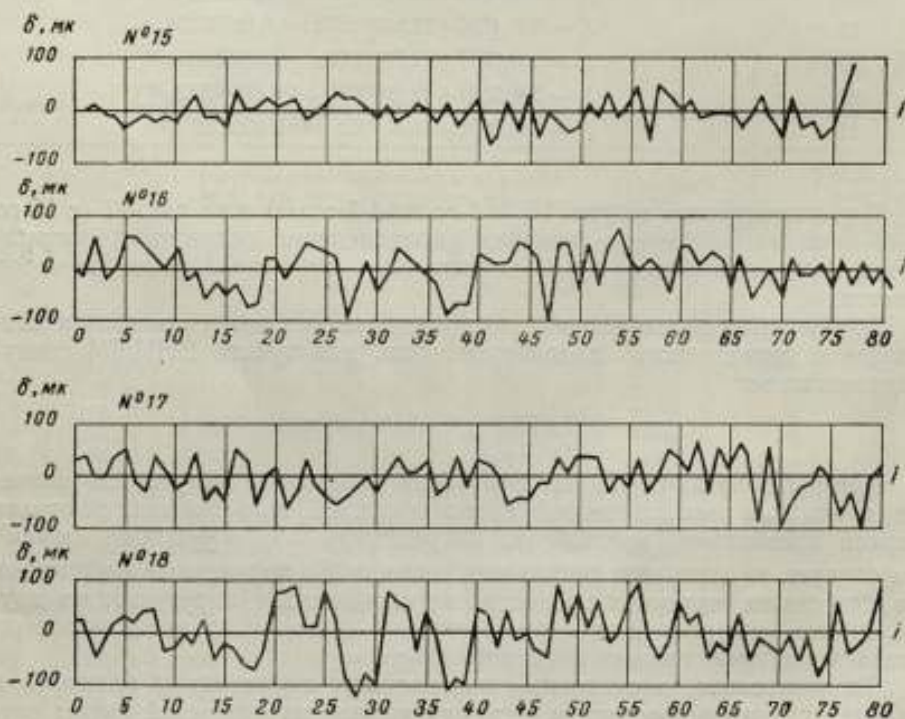


Рис. 11. Графики распределения остаточных погрешностей при измерении отрезков пути  $l$ , с 15-го по 18-й опыт.

Результаты абсолютного определения  $g$  методом совмещенного падения тел.  
Значения  $g$  приведены к уровню пола подвального этажа здания № 1 ВНИИМ

№ опыта	Время падения $t$ , сек.	Число отсчетов $n$	Средняя квадратичная погрешность ряда $l_i$ , $\sigma_l \times 10^{-3}$ см	Значения $g$ , см/сек <sup>2</sup>	Средняя квадратичная погрешность результатов отдельных отсчетов $\sigma_g$ , см/сек <sup>2</sup>	Отклонения от $g_{ср}$ , $\Delta g \times 10^{-4}$ см/сек <sup>2</sup>
1	1,28	81	4,3	981,9313	0,0071	98
2	1,28	81	5,0	080	082	-135
3	1,22	77	5,3	220	101	5
4	1,25	79	5,6	236	101	21
5	1,25	79	4,5	315	084	100
6	1,15	73	4,5	175	097	-40
7	1,18	75	4,1	203	082	-12
8	1,28	81	3,2	306	052	91
9	1,22	77	4,3	091	080	-124
10	1,28	81	4,7	138	078	-77
11	1,18	75	4,2	164	084	-51
12	1,28	81	3,0	239	050	24
13	1,26	80	3,9	188	065	-27
14	1,28	81	3,4	264	057	49
15	1,22	77	2,8	109	052	-106
16	1,28	81	4,1	273	067	58
17	1,28	81	4,0	312	067	97
18	1,28	81	5,4	167	090	-48
19	1,28	81	4,7	209	078	6
20	1,28	81	3,3	268	055	53
21	1,28	81	3,9	248	067	33
Среднее	1,252	79	4,2	981,9215	0,0074	

Средняя квадратичная погрешность ряда значений  $g$ :  $\sigma_g = 0,0073$  см/сек<sup>2</sup>.  
Средняя квадратичная погрешность результата измерений  $S_g = 0,0016$  см/сек<sup>2</sup>.

падения тел, с безусловно независимыми результатами измерений, полученными с помощью поворотных маятников:

$$\Delta g = 981,9215 - 981,9187 = 0,0028 \text{ см/сек}^2;$$

$$\Delta g \approx 1,5S$$

Близкая сходимость значений  $g$ , полученных различными методами, свидетельствует о том, что и в одном и в другом методе правильно произведена оценка достоверности результатов измерений.

Произведенное сопоставление результатов измерений позволяет также отметить, что поворотные маятники с меньшей затратой труда дали возможность выполнить абсолютные определения  $g$  с более высокой точностью, чем баллистический метод совмещенного падения тел. Это объясняется не только логичной баллистическим методом определения  $g$ , но и принципиальными особенностями этого метода.

При определении  $g$  с помощью поворотного маятника полагают, что в процессе проведения опыта приведенная длина и период колебания маятника остаются неизменными.

Измерению с высокой точностью подлежат один линейный размер, ограниченный плоскостями, и два значения периода колебаний.

Современные измерительные средства позволяют решать эти задачи с относительно малой затратой времени и труда.

При определении  $g$  баллистическими методами в процессе опыта длина и время непрерывно изменяются. Измерению подлежат частота повторения импульсов и ограниченная штрихами длина ряда различных по величине отрезков. Низкая точность этого вида линейных измерений вынуждает прибегать к значительному увеличению числа отрезков длины, подлежащих измерению. Благодаря этому возрастает трудоемкость измерений.

Во ВНИИМ опыты с тремя поворотными маятниками были выполнены силами трех сотрудников на протяжении шести месяцев. Опыты с совмещенным падением тел потребовали работы четырех сотрудников на протяжении одного года.

Для получения результатов измерений одинаковой точности необходимо было бы на опыты с совмещенным падением затратить в 10 раз больше труда, чем было затрачено на опыты с поворотными маятниками.



## АБСОЛЮТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ $g$ МЕТОДОМ ПАДЕНИЯ ЖЕЗЛА В ВАКУУМЕ

Как указывалось выше, за последние 100 лет ускорение силы тяжести  $g$  определялось абсолютным методом только при помощи поворотных маятников. Современное развитие техники дает возможность определять  $g$  с наименьшей точностью при помощи свободного падения тел. Этим объясняется то, что в настоящее время ведутся работы по определению  $g$  свободным падением тел во Франции, Канаде, Англии и ФРГ. Помимо этого, во ВНИИМ закончены работы двумя самостоятельными методами свободного падения.

Все шесть независимо разработанных в разных странах вариантов способа свободного падения предусматривают падение тела, имеющего форму либо линейки с делениями, либо жезла, покрытого фотоэмульсией.

В основу четырех из шести практически применяемых вариантов положена одна из следующих двух схем:

1) источник света, лампа 5 (рис. 12) и реперный штрих 6 (световая щель), расположены неподвижно, как и вакуумная камера 1. Фотопленка 3 (светочувствительный слой) расположена на падающем теле 2 (жезде). При падении жезла в вакуумной камере на светочувствительный слой проектируется при помощи оптического устройства, не показанного на схеме, изображение реперного штриха 6 (щели), освещаемого периодическими вспышками лампы. Изображения щели проходят через окно 4 внутрь вакуумной камеры и попадают на жезл. На жезле, после его падения и проявления изображений, получается ряд поперечных штрихов, возрастающее расстояние между которыми отражает закон свободного падения. Измерив расстояния между штрихами и зная величину соответствующих интервалов времени между вспышками лампы, можно определить значение  $g$ .

2) Падающее тело 2 (рис. 13) является линейкой с делениями, которая освещается периодическими вспышками лампы 7 через окна 5 и 6 вакуумной камеры 1. Оптическое устройство, не показанное на схеме, проектирует изображение реперного штриха 3 и освещаемой линейки на фотопленку 4, перематывающуюся с одной катушки на другую. На фотопленке, после ее проявления, получается ряд фотографий реперного штриха на фоне делений линейки, что дает возможность отсчитать положения падающей линейки в моменты вспышки лампы. Зная эти положения и соответствующие интервалы времени между вспышками лампы, можно определить значение  $g$ .

Принципиальную схему, показанную на рис. 13, предложил в 1946 г. проф. Ш. Воле (Франция). По такой же схеме с 1951 г. ведет работу доктор Филд (Канада).

Принципиальную схему, показанную на рис. 12, предложил в 1951 г. А. И. Марциняк. Позже и независимо от этого такую или близкую к ней схему использовал доктор Е. Рикман (ФРГ), опубликовавший в 1953 г. сообщение о начатой работе и краткое изложение принципа, с очень малым числом данных для уяснения подробностей способа.

Во всех перечисленных способах свободного падения применяются независимо разработанные методы и аппаратура, различающиеся как по схеме, так и по техническим деталям устройства. По трем из этих работ опубликованы до 1956 г. предварительно полученные значения  $g$ , причем аппаратура и методы описаны схематично.

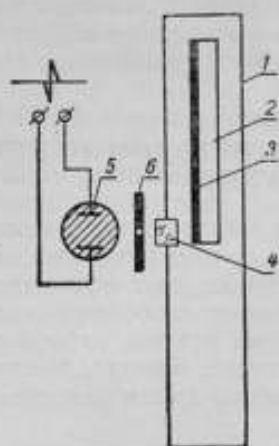


Рис. 12. Схема способа определения  $g$  по свободному падению жезла.

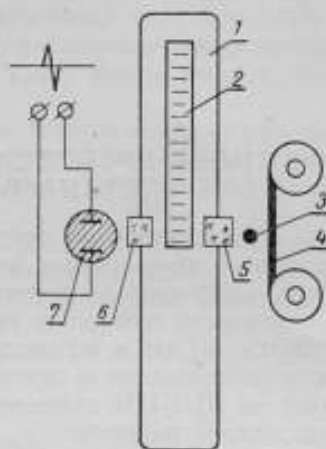


Рис. 13. Схема способа определения  $g$  по свободному падению линейки.

#### Сущность способа определения $g$ по свободному падению тел

В основе способа определения  $g$  по свободному падению лежит предположение, что при небольшой высоте падения пройденный путь  $h$  связан с временем  $t$  падения и величиной ускорения  $g$  равенством:

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{g}{2} t^2, \quad (34)$$

где  $h_0$  и  $v_0$  — значения пути и скорости падающего тела в момент  $t = 0$ .

Равенство (34) лишь приблизительно описывает явление свободного падения. В действительности же оно сложнее, так как на падающее тело действуют, помимо силы тяжести, еще другие силы, хотя и очень малые по величине.

К ним относятся:

- 1) притяжение расположенных вблизи места опыта больших тяготеющих масс, например зданий;
- 2) притяжение космических тел — Солнца и Луны;
- 3) воздействие магнитного поля Земли на движущийся в этом поле проводник, каким является латунный корпус жезла;
- 4) воздействие электростатических полей на электрические заряды, связанные с падающим жезлом;
- 5) изменение величины ускорения силы тяжести в пределах пути падающего жезла;
- 6) аэростатическая сила, действующая в направлении, обратном силе тяжести, и возникающая, по закону Архимеда, от наличия в вакуумной камере остатка воздуха (при давлении 0,2 мм рт. ст.).

Перечисленными силами ввиду их незначительности можно пренебречь.

Предварительные приближенные расчеты показали, что сопротивление оставшегося в вакуумной камере воздуха движению жезла не

является пренебрежимо малым. Получить достаточно обоснованную величину сопротивления расчетным путем не представлялось возможным, поэтому вопрос этот был решен экспериментальным путем, о чем сказано ниже.

#### Аппаратура для определения $g$ методом падения жезла в вакууме

Аппаратура была создана к началу 1954 г. и опыты по определению значения  $g$  были окончены в мае 1955 года.

Аппаратура состоит (рис. 14) из цилиндрической вакуумной камеры 18 высотой  $\sim 2,5$  м и диаметром  $\sim 70$  мм и из колпака 6, соединенного с камерой при помощи фланцев 14 с прокладками 5. Камера и колпак изготовлены из красной меди, обеспечивающей хорошее распределение тепла. Камера покоится при помощи шаровой пяты 1 на подушке 20 фундамента. Вертикальность камеры регулируется установочным устройством 16 и проверяется по отвесу 2. В отверстие 12 колпака проходит стержень 9 пускателя, подвешенный к дужке 11 при помощи нити 10.

На подставке 13 установлена внутри вакуумной камеры головка 7 со сбрасывающим устройством и кнопкой 8. Описание сбрасывающего устройства дано ниже. К головке подвешен жезл 15, имеющий с двух противоположных сторон плоские грани, покрытые светочувствительным слоем фотоэмульсии.

Для сбрасывания жезла необходимо поджечь нить, не касаясь стержня или колпака руками во избежание сотрясений жезла. После сгорания нити стержень 9 опускается под давлением наружного воздуха в вакуумную камеру и, при нажиме на кнопку 8, сбрасывает жезл, который в конце падения плавно останавливается при помощи тормоза 19.

В стенке камеры имеются два окна 4, заделанные плоскопараллельными стеклами, через которые при помощи оптических проекционных устройств 3 одновременно фотографируются на две стороны жезла изображения неподвижных горизонтальных щелей, освещаемых кратковременными периодическими вспышками газосветных ламп 17. В аппаратуре был применен способ фиксации положений падающего жезла через равные промежутки времени.

Жезл состоит из латунного корпуса длиной 1,05 м, в который с двух противоположных сторон вставлены и закреплены эластичным веществом цилиндрические стержни из плавленого кварца (горного хрусталя). На стержнях имеются точно отшлифованные грани, на которые нанесена светочувствительная фотоэмульсия. Головка жезла имеет дужку для подвешивания на игле сбрасывающего механизма.

Выбор кварца в качестве подложки для фотоэмульсии был сделан с той целью, чтобы разница в температурах при проведении опыта и при измерении расстояний между штрихами не требовала введения больших поправок, погрешности которых были бы одного порядка с погрешностью результата. Чрезвычайно малый коэффициент линейного расши-

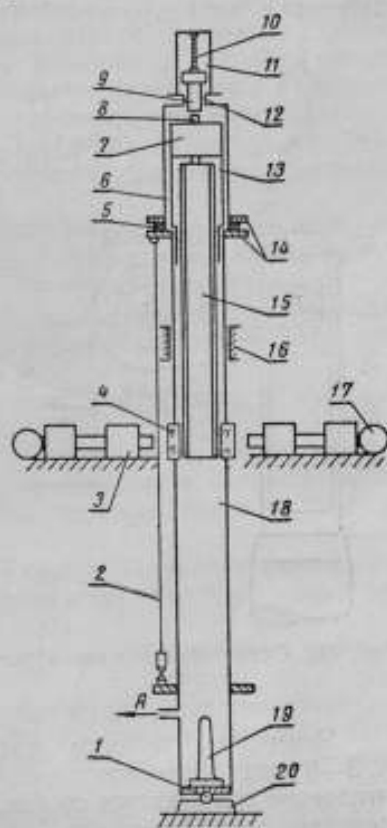


Рис. 14. Схема аппаратуры для определения  $g$  по свободному падению жезла.

рения кварца допускает, как подтверждено на практике, измерять температуру с погрешностью  $\pm 0,1^\circ \text{C}$ , что не представляет никаких затруднений.

Сбрасывающее устройство имеет рычажок с иглой, на которой висит жезл. Колебания жезла, висящего на игле, прекращаются через 4—6 час. после подвешивания, и жезл принимает отвесное положение. Сбрасывание достигается отводом вниз иглы с ускорением, превышающим величину  $g$ .

На рис. 15 приводится схема сбрасывающего устройства.

На неподвижной оси 2 жестко сидят пусковой рычажок 1 и собачка 3, упирающаяся в зуб 5 сбрасывающего рычага 10, который под действием цилиндрической винтовой пружины 6 стремится повернуться

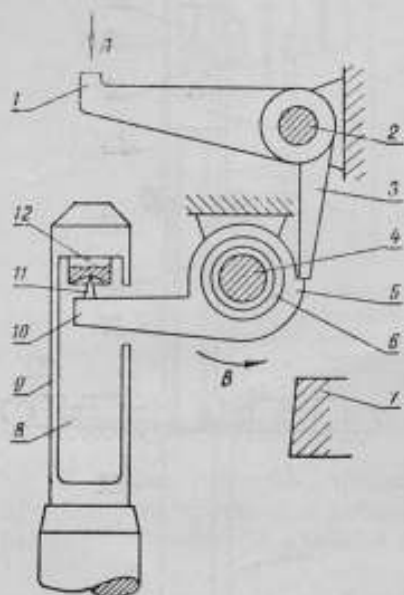


Рис. 15. Схема сбрасывающего устройства.

на оси 4 по стрелке B до упора 7, чему препятствует собачка. В сбрасывающий рычаг запрессована игла 11, на которой висит головка жезла 9, имеющая вкладыш 12 с коническим углублением, вершина которого имеет сферическую форму и опирается на иглу. Головка жезла имеет отверстие 8 для прохода сбрасывающего рычага при его движении по стрелке B. На схеме, с целью придания ей ясности, головка жезла показана повернутой на  $90^\circ$  вокруг вертикальной оси по отношению к ее действительному положению.

Действие сбрасывающего механизма происходит следующим образом.

При нажатии по стрелке A на пусковой рычажок этот рычажок поворачивается вокруг оси 2 и собачка выходит из зацепления с зубом. Вследствие этого пружина с силой поворачивает сбрасывающий рычаг вокруг оси 4 по стрелке B до упора.

Ускорение, которое сообщается при помощи пружины игле, в 5—8 раз превосходит ускорение силы тяжести, а поэтому жезл на мгновение оказывается свободно висящим в пространстве и после этого начинает свободно падать.

В момент сбрасывания жезл не испытывает горизонтального толчка. Достигается это тем, что острие иглы и центр оси 4 лежат на одной горизонтали, что обеспечивает вертикальное направление скорости острия иглы в момент начала движения. Этим исключается возникновение горизонтальной составляющей скорости. Других связей, кроме иглы, жезл не имеет, и поэтому невозможно возникновение горизонтальных толчков где-либо в другом месте жезла. Разумеется, сбрасывание жезла происходит тогда, когда его качания на острие полностью прекратятся.

Для исключения вздрагивания рычага при сбрасывании собачка установлена так, чтобы ее конец двигался в радиальном направлении по отношению к центру оси 4, а зубу приданы очень малые размеры.

Предварительные испытания сбрасывающего механизма, построенного по описанной схеме, и проведенные опыты показывают хорошее его действие.

Все другие из возможных принципов построения сбрасывающего механизма — электромагнитный сбрасыватель, сбрасывание с помощью пережигания нити или расплавления током тонкой проволоки, отскаки-

вание зажимов и пр. — не могут обеспечить такую малую площадку соприкосновения, через которую осуществляется связь жезла с опорой, как рассматриваемое острие иглы, при которой диаметр площадки не превышает 0,006 см. Кроме того, игла является универсальным шарниром, допускающим качание жезла в любой плоскости, проходящей через вертикальную ось, и тем самым обеспечивает расположение точки подвеса жезла и его центра тяжести на одной вертикали при любом числе подвешиваний жезла после его юстировки. Реакция в точке опоры направлена также по вертикали ввиду того, что кинематическая пара острие — конус выполнена так, что имеет практически идеально гладкую поверхность соприкосновения.

Показателем того, насколько малы потери энергии при качании жезла, висящего на острие иглы в вакуумной камере, являются данные, полученные при опытах по определению значения  $g$ . Нижний конец жезла, имевшего длину 1 м, после подвешивания колебался с размахом около 3 мм, и эти колебания длились приблизительно 6 час. до полной остановки. Малая потеря энергии при колебаниях характеризует ничтожность зоны застоя и, следовательно, строгую вертикальность висящего на острие иглы жезла.

Аппаратура установлена в весовом подвале главного здания ВНИИМ на уступе фундамента весов. Большая масса фундамента обеспечивает аппаратуру от сотрясений при движении городского транспорта.

Весовой подвал ВНИИМ является почти идеально термостатированным помещением и вследствие этого чрезвычайно благоприятным для проведения опытов.

Вспышки газосветных ламп (строботронов) управляются переменным током от пьезокварцевого эталона частоты.

Управление работой строботронов осуществляется при помощи импульсов напряжения с достаточно крутым фронтом и частотой следования 250 или 125 гц, получаемой путем деления частоты 1000 гц кварцевых часов КЛ-2.

Для удаления воздуха из вакуумной камеры установлен форвакуумный насос типа РВН-20. Этот насос позволяет получать давление 0,1—0,2 мм рт. ст.

Измерение вакуума выполняется с помощью термометрического вакуумметра типа ВТ-2.

Полив жезлов осуществляется фотозумьсей чувствительностью  $S_{02} = 60$  с разрешающей способностью  $R = 70$  лин/мм. При обработке фотографий штрихов применялся способ проявления и сушки в темноте без закрепления.

Измерение расстояний между штрихами производилось в лаборатории эталонов длины на линейной измерительной (делительной) машине № 51. Машина имеет микроскоп с 60-кратным увеличением, снабженный окулярным микрометром.

К измерительной машине были изготовлены приспособления для установки жезла, экраны для предохранения жезла от местных нагревов и специальный осветитель.

### Анализ погрешностей

Можно указать на значительное число источников систематических погрешностей, сопровождающих фотографирование штрихов на падающий жезл и измерение расстояний между отметками.

Ниже приводится перечень этих источников с анализом степени искажающего влияния погрешностей на результаты опытов.

1. Сотрясения фундамента вызывают вертикальные смещения оптических устройств, проектирующих изображения щелей на падающий жезл. Жезл, не имея при падении связи с фундаментом, не испытывает,

разумеется, при этом колебания. Смещения оптических устройств вызывают соответствующие смещения фотографий штрихов.

Специально проведенные с помощью сейсмографа испытания показали, что вертикальные смещения фундамента при проведении опытов в ночное время, когда отсутствует движение городского транспорта, не превосходят 0,1 мк. Погрешностью в 0,1 мк от сотрясения фундамента можно пренебречь, учитывая к тому же, что эти сотрясения происходят 5—20 раз за время падения жезла и не носят систематического характера, а могут смещать положение штриха как в одну, так и в другую сторону.

Отсутствие случайных сильных сотрясений фундамента в момент опыта контролировалось по ртутному зеркалу.

2. Отметки наносятся на жезл, находящийся при пониженном давлении воздуха, а измерения выполняются при нормальном атмосферном давлении. Вследствие этого жезл при измерении имеет меньшую длину, чем при опыте, так как подвергается всестороннему сжатию воздухом.

Относительное укорочение  $\frac{\delta h}{h}$  в одном направлении кварцевого прутка, подвергнутого всестороннему сжатию, определится по равенству:

$$\frac{\delta h}{h} = \frac{p}{E} (1 - 2\mu),$$

где  $p \approx 1 \text{ кгс/см}^2$  — изменение давления воздуха при переносе жезла из вакуумной камеры в помещение;  
 $E \approx 0,7 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$  — модуль упругости плавленого кварца при сжатии и

$\mu = 0,25$  — коэффициент Пуассона для кварца.

Следовательно, укорочение равно:

$$\delta h \approx 7 \cdot 10^{-7} h.$$

Из ур-ния (34) следует, что погрешность

$$\delta g = \frac{2}{t^2} \delta h = 7 \cdot 10^{-7} \frac{2h}{t^2}.$$

Опыты проводились при  $h = 100 \text{ см}$  и соответствующем  $t = 0,45 \text{ сек}$ . Поправка, устраняющая погрешность, равна

$$\delta g = + 0,0007 \text{ см/сек}^2.$$

3. Удлинение, вызванное собственным весом висящего на игле жезла, исчезает при свободном падении, но не мгновенно. Внезапно освобожденная энергия растянутого упругого стержня вызовет появление продольных его колебаний. Волны упругих колебаний будут носить беспорядочный характер вследствие сложной формы жезла и разнородности материалов, из которых он изготовлен.

Центр тяжести жезла будет совершать равномерно ускоренное падение, а отдельные точки жезла будут при этом колебаться относительно его центра тяжести.

Амплитуда этих колебаний не может превосходить половины наибольшей деформации  $\Delta_k$  висящего до падения жезла, что вытекает из энергетических условий.

Для кварцевой палки (штабика) эта деформация составит:

$$\Delta_k = \frac{\gamma L^2}{2E} \text{ см},$$

где  $L = 100 \text{ см}$  — длина палки;

$\gamma \approx 2,7 \text{ г/см}^3$  — удельный вес плавленого кварца;

$E \approx 7 \cdot 10^6 \text{ г/см}^2$  — модуль упругости плавленого кварца.

Отсюда

$$\Delta_k = \frac{2,7 \cdot 10^4}{2,7 \cdot 10^8} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 0,2 \text{ мк.}$$

Такое удлинение жезла не приведет к систематическим ошибкам.

4. Расслоение температуры в вакуумной камере по высоте может привести к различным по величине удлинениям жезла на разных участках и может вызвать вследствие этого соответствующие систематические погрешности.

Измерения показали, что разность температуры воздуха в помещении, где производились опыты, для уровней, соответствующих верху и низу висящего жезла, составляла  $0,25^\circ$ . Для суждения о том, могло ли такое расслоение температуры вызвать погрешность, необходимо учесть, что опыты с падением жезла протекали при следующих условиях:

а) помещение было термостатировано, и колебания температуры не превосходили  $0,2^\circ$  за сутки;

б) материал, из которого изготовлена вакуумная камера — красная медь, — является хорошим теплораспределителем, выравнивающим температуру по высоте камеры; то же можно сказать и о латунном каркасе жезла;

в) после подвешивания жезла и создания в камере вакуума помещение оставалось на 6 часов свободным для выравнивания температуры как жезла, так и камеры, и опыт начинался по истечении этого промежутка времени;

г) в нижнюю часть вакуумной камеры, где была другая температура, чем в верхней части, жезл попадал при падении уже после того, как были сфотографированы штрихи;

д) подложкой эмульсии на жезле служил плавленный кварц — материал с ничтожным коэффициентом линейного расширения.

Учитывая все сказанное, можно считать, что максимальные различия в температуре отдельных точек жезла не превосходили при опытах  $0,1^\circ$ , а это при кварцевой подложке не могло внести заметных систематических погрешностей.

5. Различие температуры жезла при опыте и при измерении требует введения поправки. Ввиду того, что жезл изготовлен из плавленного кварца, изменения длины жезла являются незначительными (при тех изменениях температуры, которые в действительности имели место при опытах в весовом подвале главного здания ВНИИМ и при измерениях в лаборатории эталонов длины), следовательно и поправки малы по величине.

6. При падении жезл может иметь наклон к вертикали и совершать вращательное движение вокруг центра тяжести.

Пусть жезл  $av$  (или линейка), лежащий в плоскости  $XOY$ , составляет в начальный момент падения угол  $\alpha$  с вертикальной осью  $YY$  (рис. 16), и пусть оптическая ось  $O_1O$  составляет с горизонтальной осью  $XX$  угол  $\beta$ . Начало координат  $O$  выберем в той точке, где в начальный момент падения находится нижний конец жезла и через которую проходит оптическая ось  $O_1O$ .

Разберем вначале случай, когда жезл не вращается при падении, т. е. случай, когда угол  $\alpha$  остается постоянным и жезл в конце падения займет положение  $a_1v_1$ .

Действительная длина пути  $a_1a$  жезла, который он при падении пройдет по вертикали, составит

$$h_1 = l (\cos \alpha \pm \sin \alpha \operatorname{tg} \beta),$$

где  $l$  — длина жезла  $av$ .







Из чертежа следует, что

$$x = h \left( \frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$$

и

$$y_x = y_n = c \operatorname{tg} \alpha.$$

Учитывая, что  $\alpha$  всегда является очень малой величиной, можно написать:

$$x \approx \frac{1}{2} h \alpha^2;$$

$$y_x = y_n = c \alpha.$$

Следовательно

$$\Delta_x = \frac{1}{2} h \alpha^2 + c \alpha$$

и

$$\Delta_n = \frac{1}{2} h \alpha^2 - c \alpha.$$

Расхождение между отметками на правой и левой сторонах составит:

$$\Delta_z = \Delta_x - \Delta_n = 2c\alpha. \quad (36)$$

Среднее арифметическое значение пути  $h$ , вычисленное по отметкам на правой и левой сторонах, будет отличаться от истинного значения на

$$\varepsilon = \frac{\Delta_x + \Delta_n}{2} = \frac{1}{2} h \alpha^2.$$

Отсюда видно, что как среднее арифметическое значение, так и значения  $h$  на каждой стороне не свободны от систематической ошибки, если величина  $\varepsilon$  не является ничтожно малой.

Не останавливаясь подробно на вопросе, при каких условиях можно считать величину  $\frac{1}{2} h \alpha^2$  настолько малой, что ею можно пренебречь, как не вносящей систематическую погрешность, отметим, что и в этом случае, так же как при рассмотренном ранее вопросе о наклоне жезла, угол  $\alpha_{\max}$  не должен достигать в конце падения величины более  $2'$  при  $S_g = \pm 0,001 \text{ см/сек}^2$ .

Подставляя это значение  $\alpha_{\max}$ , выраженное в радианах, в уравнение (36), получим:

$$\Delta_{z_{\max}} \approx 1,2 \cdot 10^{-3} c. \quad (37)$$

В этом уравнении величина  $\Delta_{z_{\max}}$  означает наибольшую допустимую разность между длиной записи на правой и левой сторонах жезла. Длина записи измеряется от первой и до последней отметки; при этом первая отметка соответствует началу, а последняя — концу падения жезла. По уравнению (37) видно, что при большей величине  $c$  более заметной будет также и величина  $\Delta_{z_{\max}}$ .

При опытах жезл имел длину  $l = 1 \text{ м}$ , ширину  $2c = 3,8 \text{ см}$  и центр тяжести находился в середине жезла.

При этих условиях  $\Delta_{z_{\max}} \approx 25 \text{ мк}$ .

При опытах расхождение составляло в среднем  $8 \text{ мк}$ , поэтому величину  $g$  можно было вычислять по значениям пути как на каждой стороне жезла в отдельности, так и по их среднему арифметическому значению.

Таким образом, запись на две стороны жезла дает возможность избежать систематической ошибки, контролируя наклон жезла при опыте, и позволяет точнее вычислять  $g$ , используя среднее значение из записей на двух сторонах жезла.

7. Вращение земного шара сказывается в том, что падающие тела отклоняются на восток. Это отклонение равно:

$$y_n = \frac{1}{3} \omega_s \cos \varphi \sqrt{\frac{8h^3}{g}}$$

где  $\omega_s$  — угловая скорость вращения Земли, равная  $7,7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{сек}}$ ;

$\varphi$  — широта места; для Ленинграда  $\varphi = 60^\circ$ ;

$h$  — высота падения; для жезла  $h = 100$  см.

Отсюда

$$y_n = \frac{1}{3} 7,7 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5 \sqrt{\frac{8 \cdot 10^6}{982}} = 0,0011 \text{ см} = 11 \text{ мк.}$$

Оптическая ось проекционных устройств аппаратуры имела широтное направление, поэтому отклонение жезла происходило вдоль этой оси.

Сближение жезла с одним проектирующим устройством на 11 мк и соответственное удаление от другого устройства не вызывало при опытах даже снижения резкости фокусировки, а следовательно, влиянием вращения Земли в данном случае можно пренебречь.

8. Сползание эмульсии или ее деформацию на подложке, происходящее при проявлении или промывке, легко обнаружить.

Каждый жезл используется для проведения серии из 6—9 опытов, поэтому на светочувствительном слое каждого жезла размещаются штрихи от нескольких опытов. Если эмульсия сползла на некоторых участках жезла, то такое сползание должно обнаружиться в появлении остаточных погрешностей пути одинакового характера для соответствующих участков всех опытов данной серии.

Следовательно, преимущество проведения целой серии опытов с одним жезлом до проявления фотоотметок заключается в возможности обнаружить погрешности, связанные со сползанием эмульсии.

9. При фотографировании на светочувствительном слое неподвижного жезла ширина области почернения штриха зависит в основном от резкости фокусировки и в некоторой степени от экспозиции, от свойства эмульсии, от спектрального распределения энергии источника света, от яркости вспышки газосветной лампы в различные моменты вспышки, от свойства проявителя, от длительности проявления и от некоторых других причин. Однако ось штриха будет оставаться неизменной и поэтому на расстоянии между осями штрихов изменение их ширины не скажется.

При движении жезла происходит приращение ширины штриха, пропорциональное скорости движения. При этом ось штриха будет смещена в сторону движения на половину приращения ширины. Однако и в этом случае, если измерение расстояний выполняется по осям штрихов, движение жезла не вызовет погрешностей значений  $g$ , так как увеличение расстояний, пропорциональных скорости движения, равносильно изменению начальной скорости, которая при расчетах исключается.

Необходимо отметить еще следующее: при движении жезла уменьшится экспозиция по краям штрихов, ширина которых вследствие этого сократится. Это уменьшение будет при упомянутых условиях одинаковым как для передней, так и для задней кромок штриха, а поэтому, хотя ширина штриха не явится пропорциональной скорости движения, смещение оси штриха произойдет так, как если бы экспозиция по краям не

уменьшалась, и, следовательно, вывод об отсутствии погрешностей остается в силе.

Длительность вспышек лампы не остается, по всей вероятности, строго постоянной.

Хотя исследовать это явление и не представилось возможным, все же можно утверждать, что колебания длительности вспышек не могут вызвать большие погрешности, так как сама длительность вспышки не превышает  $3 \cdot 10^{-6}$  сек.

Из всего сказанного вытекает, что измерение расстояний должно выполняться по осям штрихов, так как это исключает появление в результатах опытов ошибок систематического характера.

10. Имеется возможность судить о наличии или об отсутствии случайных отклонений величины интервалов времени между вспышками лампы. Это можно сделать, сравнивая величину остаточных погрешностей пути в начале и в конце движения.

Случайные отклонения сигналов времени должны быть одинаковыми по величине как в начале, так и в конце падения жезла, так как эти сигналы управляются эталоном частоты совершенно независимо от того, падает жезл или нет. Одинаковые отклонения сигналов вызовут в начале падения, когда скорость жезла мала, малые смещения фотографий штрихов, а в конце падения — большие смещения штрихов. Это обстоятельство, если оно имеет место, обнаружится при обработке результатов опыта в появлении остаточных погрешностей пути, возрастающих к концу опыта.

Если же оно не обнаружится, как это имеет место в действительности, то это служит верным признаком отсутствия заметных отклонений в величине интервалов времени между вспышками лампы.

Заканчивая анализ систематических погрешностей, перечислим выводы, вытекающие из этого анализа:

1) сопротивление оставшегося в вакуумной камере воздуха требует проведения специальных опытов для определения величины поправки;

2) укорочение жезла при его извлечении из вакуумной камеры требует введения рассчитанной теоретически поправки в значение  $g$ ; эта поправка равна  $+0,0007$  см/сек<sup>2</sup>;

3) разность температуры жезла при опыте и при измерении требует введения соответствующей поправки;

4) если наклон жезла при падении привел к расхождению расстояний между крайними отметками правой и левой сторон жезла на величину не свыше  $25$  мк, то значение  $g$  можно вычислять как средневзвешенное из записей на правой и левой сторонах или даже по одной стороне, достоверность отметок которой выше, чем на другой стороне.

В заключение необходимо отметить, что как число поправок, так и их величина являются для данного метода и аппаратуры по определению  $g$  незначительными.

Малая величина поправок позволяет определять их с небольшой точностью, так как неисключенные остатки погрешностей в этом случае не повлияют на значение  $g$ .

Величину случайных погрешностей можно установить следующим образом.

Из уравнения (34) следует:

$$\frac{\delta g}{g} = \frac{\delta h}{h} + \frac{2\delta t}{t}$$

где  $\frac{\delta h}{h}$  — относительная погрешность определения значения пути  $h$ ;

$\frac{\delta t}{t}$  — относительная погрешность определения значения времени  $t$ .

Частота электрических импульсов, вызывающих вспышки газосветных ламп, управляется от эталона частоты с относительной погрешностью

не более  $\pm 2 \cdot 10^{-6}$ ; поэтому и  $\frac{\delta l}{l}$  не превышает этой величины, которая настолько мала, что ею можно пренебречь.

По данным лаборатории линейных измерений ВНИИМ при определении действительной длины образцового метра 1-го разряда на измерительной (делительной) машине предельная погрешность составляет:

$$\delta_1 h = \pm 7,3 \text{ мк.}$$

При определении на той же машине действительной длины любого отрезка между фотоотметками жезла изменится только погрешность наведения волоска микроскопа на отметку, остальные же погрешности измерения останутся такими же, как при измерении образцового метра. Предельная погрешность наведения волоска микроскопа для штрихового метра составляет 4 мк, а для отметок жезла равна 8,5 мк, как это установлено опытом. Вводя соответствующее изменение в величину  $\delta_1 h$ , найдем:

$$\delta h = \sqrt{7,3^2 - 4^2 + 8,5^2} = \pm 10,4 \text{ мк.}$$

Эта предельная погрешность может возникнуть при определении действительной длины любого отрезка между штрихами на жезле.

Следовательно, при определении  $g$  по способу наименьших квадратов предельная величина остаточных погрешностей условных уравнений тоже должна лежать в пределах  $\pm 10,4$  мк, а с учетом некоторых других источников случайных погрешностей (как, например, продольные колебания жезла, сотрясение фундамента и др.) — в пределах  $\pm 11$  мк.

Для получения среднего значения величины  $g$  из намеченного количества опытов  $m = 15$  с вероятной погрешностью  $\pm 0,002 \text{ см/сек}^2$ , что соответствует средней квадратичной погрешности

$$S_L = \pm \frac{2}{0,6745} = \pm 0,003 \text{ см/сек}^2,$$

необходимо, чтобы средняя квадратичная погрешность  $S$  ряда значений  $g$  удовлетворяла равенству

$$S_L = \pm \frac{S}{\sqrt{m}} = \pm 0,003 \text{ см/сек}^2.$$

Отсюда  $S = 0,0116 \text{ см/сек}^2$ . Предельная погрешность ряда значений  $g$  будет равна:

$$\lambda_{\text{lim}} = \pm \sqrt{3} S = \pm 3 \cdot 11,6 \cdot 10^{-3} = \pm 0,035 \text{ см/сек}^2.$$

Следовательно, отдельные значения из ряда в 15 значений величины  $g$  нельзя считать промахом, если их отклонение от среднеарифметического не превосходит  $0,035 \text{ см/сек}^2$ , а наибольшие остаточные погрешности условных уравнений не должны превосходить  $\pm 11$  мк.

#### Порядок обработки опытных данных и введения поправок

Для определения поправки на сопротивление оставшегося в вакуумной камере воздуха движению жезла проведено семь опытов, результаты которых даны в табл. 11. Если к ним добавить наблюдения из 3-й серии опытов при давлении 0,2 мм рт. ст., то величина  $g$ , как функция от давления воздуха в вакуумной камере, представится в виде числовой зависимости, приведенной в табл. 12.

Каждое из этих значений  $g$  вычислено в предположении, что падение жезла происходило для всех опытов на участках одинаковой длины  $H$ , но при разных давлениях и с постоянным для каждого опыта ускорением, которое можно назвать эффективным ускорением  $g_{\text{эф}}$  и которое при  $p = 0$  совпадает с действительным.

Таблица 11

Результаты опытов по определению поправки на сопротивление воздуха

№№ опытов	Давление воздуха в камере, мм. рт. ст.	Значение $g_{эф}$ для весового подвала, см/сек <sup>2</sup>	Среднее значение $g_{эф}$ , см/сек <sup>2</sup>
10	20,1	981,897	981,899
11	20,0	981,907	
12	20,1	981,898	
13	100,0	981,814	
14	99,8	981,795	981,804
15	99,5	981,803	
22	762,0	980,818	980,818

Таблица 12

Значения давления воздуха в вакуумной камере и соответствующие значения  $g_{эф}$ 

№ п/п.	Давление $p$ , мм. рт. ст.	Значение $g_{эф}$ , см/сек <sup>2</sup>	Примечание
1	0,2	981,920	Без поправок
2	20,1	981,899	
3	99,8	981,804	
4	762,0	980,818	

Построив график  $g_{эф} = F(p)$ , по этим значениям можно определить путем экстраполяции  $g_{эф, 0} = F(0)$ .

По этим данным поправка для приведения наблюдаемых значений  $g$  к полному вакууму составляет:

$$\delta_c g = + 0,0002 \text{ см/сек}^2.$$

Как видно, поправка эта очень невелика.

О поправке на укорочение жезла при его извлечении из вакуумной камеры упоминалось.

Поправка на разность температуры при опытах и при измерении расстояний между штрихами и температурные поправки к отсчетам на измерительной машине (а также взятые из свидетельства о проверке поправки к отсчетам на измерительной машине и поправка для приведения значения  $g$  к уровню гравиметрического подвала) вводились общеизвестными способами.

Данные по 3-кратной наводке с последующими отсчетами расстояний между отметками на каждой стороне и по каждому опыту вписывались в журнал наблюдений, где вычислялись средние значения расстояний, в которые вводились поправки к отсчетам на измерительной машине и на температуру.

По этим данным проверялось, не разошлись ли расстояния между крайними отметками правой и левой сторон жезла каждого опыта на величину, превышающую предельно допустимую, т. е. 25 мк, а также устанавливалось приблизительно, по вторым разностям пути, достоинство записей на правой и левой сторонах. Если имелись основания предполагать, что записи неравноценны по достоинству, то им придавался соответствующий вес, и затем вычислялись средневзвешенные значения пути по каждому опыту. По этим данным, в отдельных таблицах, вычислялись значения  $g$  способом наименьших квадратов.

К значениям  $g$ , полученным по каждому опыту, вводились следующие поправки:

1) на сопротивление воздуха (для давления 0,2 мм рт. ст.)

$$\delta_{c}g = +0,0002 \text{ см/сек}^2;$$

2) на укорочение жезла при его извлечении из вакуумной камеры

$$\delta g = +0,0007 \text{ см/сек}^2;$$

3) на приведение значения  $g$  к уровню гравиметрического подвала

$$\delta_{h}g = +0,0002 \text{ см/сек}^2.$$

Имея значения  $h_i$  пути для различных промежутков времени и подставляя их в равенство (34), получим систему уравнений, решение которых по способу наименьших квадратов дает возможность определить наиболее достоверные значения величин  $h_0$ ,  $v_0$  и  $g$ .

Применение способа наименьших квадратов сопряжено с выполнением большой по объему вычислительной работы. Это вынуждает использовать все возможности для упрощения вычислений.

Ниже описывается разработанный с этой целью прием, основанный на способе Гаусса решения нормальных уравнений.

Пусть  $i$  означает порядковый номер отсчета пути и времени в пределах от 1 до  $n$  и  $f$  означает частоту сигналов времени.

Положим, что  $t_i = \frac{i}{f}$ . Тогда из уравнения (34), если ввести обозначения  $h_0 = x$  и  $v_0 = y$ , следует:

$$h_i = x + \frac{y}{f} i + \frac{g}{2f^2} i^2.$$

Положим далее

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + x_2 \\ \frac{y}{f} &= y_0 + y_2 \\ \frac{g}{2f^2} &= z_0 + z_2 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

где  $x_2$ ,  $y_2$  и  $z_2$  очень малы по сравнению с  $x_0$ ,  $y_0$  и  $z_0$ . В таком случае

$$x_2 + y_2 i + z_2 i^2 = h_i - (x_0 + y_0 i + z_0 i^2).$$

Обозначив далее  $h_i - (x_0 + y_0 i + z_0 i^2)$  через  $l_i$ , получим:

$$x_2 + y_2 i + z_2 i^2 = l_i. \quad (39)$$

Давая  $i$  значения 1, 2, ...,  $n$ , получим систему  $n$  условных уравнений, решая которые по способу наименьших квадратов, получим наиболее достоверное значение  $z_2$ , а следовательно и значение  $g$  из уравнения (38).

Для нахождения численных значений  $l_i$ , величины  $x_0$ ,  $y_0$  и  $z_0$  должны быть выбраны таким образом, чтобы  $x_2$ ,  $y_2$  и  $z_2$  были малыми числами.

Для этого примем:

$$z_0 = \frac{g_0}{2f^2}, \quad (40)$$

где  $g_0 = 981,920 \text{ см/сек}^2$  — значение, мало отличающееся от истинного значения  $g$  для пункта ВНИИМ.

Для удобства вычислений примем за единицу длины микрон и за единицу времени секунду. Тогда

$$g_0 = 9819200 \text{ мк/сек}^2$$

и, следовательно, согласно уравнению (38)

$$g = 9819200 + 2f^2 z_2. \quad (41)$$

Величины  $x_0$  и  $y_0$  выберем так, чтобы  $l_1$  и  $l_n$ , соответствующие первому и последнему отсчету пути, обращались в нуль. В таком случае из уравнения (39) следует:

$$x_0 + y_0 + z_0 = h_1;$$

$$x_0 + y_0 n + z_0 n^2 = h_n,$$

откуда

$$x_0 = n z_0 - \frac{h_n - h_1}{n - 1} + h_1; \quad (42)$$

$$y_0 = -x_0 - z_0 + h_1. \quad (43)$$

Пользуясь способом Гаусса, по приведенным соотношениям можно составить нормальные уравнения для определения наиболее вероятных значений  $x_2$ ,  $y_2$  и  $z_2$ . Коэффициенты этих уравнений могут быть вычислены заранее, так как они зависят только от числа  $n$  отметок.

Необходимо учесть следующее обстоятельство. При опытах иногда получаются на жезлах пропуски нескольких отметок из-за дефектов фотоэмульсии. Номера пропущенных отметок могут быть восстановлены при измерении без особых затруднений. Поэтому можно дать порядковые номера, начиная с  $i = 1$ , всем отметкам пути падающего жезла, включая и те отметки, которые должны бы быть, но не получились из-за дефектов эмульсии, и одновременно изменить соответственным образом уравнения для определения коэффициентов нормальных уравнений.

Если не имеется пропущенных отметок, то вес коэффициента  $z_2$  будет равен:

$$p_{z_2} = \frac{n(n^4 - 5n^2 + 4)}{180}$$

Остаточные погрешности  $v_i$  условных уравнений определяются при подстановке в эти уравнения найденных значений  $x_2$ ,  $y_2$  и  $z_2$ , т. е.

$$v_i = l_i - (x_2 + i y_2 + i^2 z_2). \quad (44)$$

Вычисление значений  $v_i$  и  $v_i^2$ , а также  $\sum_{i=1}^{i=n} v_i^2$  легко выполняется в виде таблицы.

Значение  $g$  определяется по уравнению (41).

Средняя квадратичная погрешность условных уравнений, равная в данном случае средней квадратичной остаточной погрешности значений пути, составляет:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum v^2}{(n - k) - 3}} \text{ мк},$$

где  $k$  — число пропущенных отметок;  $(n - k)$  — число данных условных уравнений; 3 — число искоемых неизвестных.



Разработанный прием может быть использован для нахождения наиболее достоверных значений коэффициентов уравнений второй степени и погрешностей этих значений по способу наименьших квадратов при условии, что одна из переменных величин принимает ряд равноотстоящих значений при наличии нескольких пропусков в этом ряду.

Прием может применяться для всех методов определения  $g$  по свободному падению тел при равноотстоящих значениях отсчетов времени.

Выведенные уравнения связывают величины  $f$ ,  $n$ ,  $\sigma$ , длину  $l$  падающего жезла (длину записи) и среднюю квадратичную погрешность  $S_g$  определения  $g$  по одному опыту. Это дает возможность при проектировании аппаратуры для определения  $g$  по методу свободного падения установить соответствующие ее параметры, наметив величину  $S_g$ . При этом  $\sigma$  определяется в соответствии с имеющимся прибором для измерения длины и по достижимой четкости отметок пути.

Учитывая, что при  $n \geq 10$   $p_{z_1} \approx \frac{n^2}{180}$ ,

$$S_g = 2f^2 \frac{\sigma}{V p_{z_1}} \approx 27 \frac{f^2 \sigma}{n^2 l^2} \text{ см/сек}^2.$$

Принимая во внимание, что  $l = \frac{g}{2} \left( \frac{n}{f} \right)^2$ ,

последнее уравнение можно представить в следующем виде:

$$S_g = 200 \frac{\sigma}{f^2 l^2} \text{ см/сек}^2.$$

В последних уравнениях  $f$  выражено в  $гц$ ,  $\sigma$  в  $см$  и  $l$  в  $м$ .

#### Результаты абсолютных определений $g$ , выполненных методом падения жезла в вакууме

Опыт проводится в описываемой ниже последовательности.

Жезл подвешивается при полной темноте в помещении на сбрасывающий рычаг головки вакуумной камеры. На вакуумную камеру ставится колпак, и производится откачка воздуха до давления 0,15—0,20 мм рт. ст.

Аппаратуре дается выдержка около 6 час. для успокоения колебаний висящего на острие иглы жезла и для выравнивания температуры. Помещение на это время закрывается, и люди там не остаются. После этого проводится опыт, занимающий около 5 мин.

Во время опыта измеряется температура стенки верхней части вакуумной камеры, включается система питания газосветных импульсных ламп и эталонная частота для синхронизации вспышек ламп, контролируется давление в камере и проверяется отсутствие качаний жезла. К нити, удерживающей пусковую кнопку в верхнем положении, подносится зажженная спичка. Нить перегорает, и это вызывает сбрасывание жезла. Одновременно проверяется при помощи ртутного зеркала отсутствие случайных сотрясений фундамента.

Хождение людей происходит по специальному настилу, не связанному с фундаментом, на котором установлена аппаратура.

При падении жезла изображения периодически освещаемой щели проектируются с помощью оптической системы на светочувствительный слой падающего жезла. Такое фотографирование происходит одновременно на две противоположные стороны жезла.

В результате на каждой стороне жезла получаются изображения щели в виде ряда поперечных штрихов.

Жезл в конце падения, которое длится 0,45 сек., попадает на тормоз, плавно останавливающий его движение.

Жезл вынимается из камеры, и фотоотметки проявляются. Расстояния между фотоотметками измеряются на измерительной машине.

В результате опыта и измерения расстояний между штрихами получается таблица, содержащая значения пройденного свободно падающим телом пути через равные промежутки времени. По этим данным вычисляется значение ускорения силы тяжести.

При налаживании и изучении аппаратуры было проведено значительное число предварительных опытов. Некоторые из них были осуществлены по полной программе, а некоторые имели целью исследование только отдельных узких вопросов. Период налаживания и изучения аппаратуры, сопровождавшийся проведением предварительных опытов, длился около полугода лет.

Опыты для получения значений  $g$  были начаты в ноябре 1954 г.

Всего проведено три серии опытов:

- 1) с 2 по 9/XI 1954 г. опыты № 1—9;
- 2) с 19 по 23/II 1955 г. опыты № 10—15 и
- 3) с 19 по 25/V 1955 г. опыты № 16—22.

Опыты № 10—15 и № 22 имели специальное назначение — определить поправку на сопротивление воздуха движению жезла, о чем уже упоминалось.

Опыты № 1—9 и № 16—21 были проведены для определения  $g$ .

Третья серия опытов № 16—21 имеет по сравнению с первой то существенное преимущество, что частота световых вспышек была доведена для третьей серии до 250 гц вместо 62,5 и 125 гц для первой серии; это привело к получению большего числа отметок для каждого опыта и, следовательно, к увеличению достоверности значения  $g$ .

Пример обработки данных измерений при помощи описанных ранее приемов для опыта № 19 представлен в табл. 13, где  $z_0$ ,  $x_0$  и  $y_0$ , вычисленные по формулам (40), (42) и (43), имеют значения:  $z_0 = 78,5536$  мк;  $x_0 = 19444,1$  мк;  $y_0 = 894,349$  мк.

В табл. 14 приводятся результаты определения значения  $g$  по падению жезла в вакуумной камере. В значения  $g$  введены поправки. Отдельным значениям  $g$  придан вес, пропорциональный числу полученных отметок. Средневзвешенное значение  $g$  равно  $981,9224$  см/сек<sup>2</sup>.

Средняя квадратичная погрешность средневзвешенного значения  $g$  равна:

$$S = 10^{-3} \sqrt{\frac{2368}{43,14}} = 0,0020 \text{ см/сек}^2.$$

Следовательно,

$$g = 981,9224 \pm 0,0020 \text{ см/сек}^2.$$

Рассмотрим, как оправдались некоторые положения, отмеченные при анализе погрешностей.

1) Предельная величина остаточных погрешностей условных уравнений оказалась близкой к 11 мк, как и предполагалось. Наибольшие значения величины средней квадратичной погрешности  $S$  ряда из 15 значений  $g$  лежат внутри доверительных границ  $0 < S < 0,018$  см/сек<sup>2</sup> при надежности 0,997.

Изложенные ранее соображения о случайных погрешностях в общем подтвердились при обработке результатов опытов.

2) Заметного увеличения остаточных погрешностей значений пути к концу падения жезла не наблюдается. Отсюда должен быть сделан вывод, что погрешности интервалов времени настолько ничтожны по величине, что не могут быть обнаружены в результатах опытов, и, следовательно, предположение об абсолютном равенстве интервалов, принятое при обработке опытов, является вполне оправданным.

Расчет значений  $g$   
Опыт № 19

i	$h_{i1}$ мк	$h_i = x_i + i b_0 + i^2 z_0$		$i \frac{h_i - h_1}{h_1 - h_0}$	$i^2$	$i^3$	$i^4$	$i^5$	$i^6$	$i_c = x_c + i y_c + i^2 z_c$		$\frac{y_c - i y_1 - i^2 z_c}{i^3}$	$x_c^2$	$i y_c$	$i^2 z_c$	
		$i^2 z_0$	$x_0 + i y_0$							$i^2 z_c$	$x_c + i y_c$					
1																
1	20 417	078,6	338,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-2,7	7,3	-2,7	0,0	-2,7
2	21 554	314,2	232,8	7,0	14,0	28,0	28,0	49,0	0,0	0,0	0,0	4,3	18,5	8,6	0,0	18,5
3	22 830	707,0	127,1	-4,1	-12,3	-36,9	-36,9	16,8	0,0	0,0	0,0	-6,9	47,6	-20,7	0,0	-20,7
4	24 279	256,0	021,5	1,5	6,0	24,0	24,0	2,3	0,0	0,0	0,0	-1,3	1,7	-5,2	0,0	-5,2
5	25 877	963,9	915,8	-2,7	-13,5	-67,5	-67,5	7,3	0,0	0,0	0,0	-5,6	31,4	-28,0	0,0	-28,0
6	27 641	827,9	810,2	5,9	35,4	212,4	212,4	34,8	0,0	0,0	0,0	3,0	9,0	18,0	0,0	18,0
7	29 564	849,1	704,5	10,4	72,8	509,6	509,6	108,2	0,0	0,0	0,0	7,4	54,8	51,8	0,0	51,8
8	31 635	027,5	598,9	8,6	68,8	550,4	550,4	74,0	0,0	0,0	0,0	5,5	30,3	44,0	0,0	44,0
9	33 860	362,9	493,2	3,9	35,1	315,9	315,9	15,2	0,0	0,0	0,0	0,8	0,6	7,2	0,0	7,2
10	36 246	855,4	387,6	3,0	30,0	300,0	300,0	9,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	0,0	-1,0	0,0	-1,0
1	38 790	505,0	281,9	3,1	34,1	375,1	375,1	9,6	-0,1	-0,1	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	41 493	311,7	176,3	5,0	60,0	720,0	720,0	25,0	-0,1	-0,1	-0,1	1,8	3,2	21,6	0,0	21,6
3	44 355	275,6	070,0	8,8	114,4	1487,2	1487,2	77,4	-0,1	-0,1	-0,1	5,6	31,4	72,8	0,0	72,8
4	47 363	396,5	965,0	1,5	21,0	294,0	294,0	2,3	-0,1	-0,1	-0,1	-1,8	3,2	-25,2	0,0	-25,2
5	50 545	674,6	859,3	11,1	166,5	2497,5	2497,5	123,2	-0,1	-0,1	-0,1	7,8	60,8	117,0	0,0	117,0
6	53 868	109,7	753,7	4,6	73,6	1177,6	1177,6	21,2	-0,1	-0,1	-0,1	1,2	1,4	19,2	0,0	19,2
7	57 354	702,0	648,0	4,0	68,0	1156,0	1156,0	16,0	-0,2	-0,2	-0,2	0,6	0,4	10,2	0,0	10,2
8	60 995	451,4	542,4	1,2	21,6	388,8	388,8	1,4	-0,2	-0,2	-0,2	-2,2	4,8	-39,6	0,0	-39,6
9	64 796	357,8	436,7	1,5	28,5	541,5	541,5	2,3	-0,2	-0,2	-0,2	-2,0	4,0	-38,0	0,0	-38,0
20	68 752	421,4	331,1	-0,5	-10,0	-200,0	-200,0	0,3	-0,2	-0,2	-0,2	-4,0	16,0	-80,0	0,0	-80,0
1	72 871	642,1	225,4	3,5	73,5	1543,5	1543,5	12,3	-0,2	-0,2	-0,2	-0,1	0,0	-2,1	0,0	-2,1
2	77 150	019,9	119,8	10,3	226,6	4985,2	4985,2	106,1	-0,3	-0,3	-0,3	6,8	46,2	149,6	0,0	149,6
3	81 575	554,9	014,1	6,0	138,0	3174,0	3174,0	36,0	-0,3	-0,3	-0,3	2,4	5,8	55,2	0,0	55,2
4	86 158	246,9	908,5	2,6	62,4	1497,6	1497,6	6,8	-0,3	-0,3	-0,3	-1,0	1,0	-24,0	0,0	-24,0
5	90 901	096,0	802,8	2,2	55,0	1375,0	1375,0	4,8	-0,3	-0,3	-0,3	-1,5	2,3	-37,5	0,0	-37,5

i	$h_{i, MK}$	$h_c = x_s + i y_s + i^2 z_s$			$h_i - h_{i-1} - \frac{h_i - h_{i-1}}{MK}$	$H_i$	$H_i$	$H_i$	$i^2$	$I_c = x_s + i y_s + i^2 z_s$			$i_c$	$v_i = I_c - I_{c, MK}$	$\sigma_c^2$	$i v_i$	$i^2 v_i$
		$i^2 z_s$	$x_s + i y_s$	$h_c$						$i^2 z_s$	$x_s + i y_s$	$i_c$					
1					0	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
6	95 800	102,8	697,2	799,4	0,6	15,6	405,6	0,4	-0,4	4,1	3,7	-3,1	9,6	-80,6	-2065,6		
7	100 853	265,6	591,5	857,1	-4,1	-110,7	-2988,9	16,8	-0,4	4,1	3,7	-7,8	60,8	-210,6	-5686,2		
8	106 074	586,0	485,9	071,9	2,1	58,8	1646,4	4,4	-0,4	4,2	3,8	-1,7	2,9	-47,6	-1332,8		
9	111 442	063,6	380,2	443,8	-1,8	-52,2	-1513,8	3,2	-0,4	4,2	3,8	-5,6	31,4	-162,4	-4709,6		
30	116 978	698,2	274,6	972,8	5,2	156,0	4680,0	27,0	-0,5	4,3	3,8	1,4	2,0	42,0	1360,0		
1	122 654	490,0	168,9	658,9	5,1	158,1	4901,1	26,0	-0,5	4,3	3,8	1,3	1,7	40,3	1249,3		
2	128 509	438,9	063,3	502,2	6,8	217,6	6963,2	46,2	-0,5	4,4	3,9	2,9	8,4	92,8	2969,6		
3	134 510	544,9	957,6	502,5	7,5	247,5	8167,5	56,3	-0,6	4,5	3,9	3,6	13,0	118,8	3920,4		
4	140 664	808,0	852,0	660,0	4,0	136,0	4624,0	16,0	-0,6	4,5	3,9	0,1	0,0	3,4	115,6		
5	146 977	228,2	746,3	974,5	2,5	87,5	3062,5	6,3	-0,7	4,6	3,9	-1,4	2,0	-49,0	-1708,0		
6	153 452	805,5	640,7	446,2	5,8	208,8	7516,0	33,6	-0,7	4,6	3,9	1,9	3,6	68,4	2462,4		
7	160 076	539,9	535,0	074,9	1,1	40,7	1505,9	1,2	-0,7	4,7	4,0	-2,9	8,4	-107,3	-3970,1		
8	166 861	431,4	429,4	860,8	0,2	7,6	288,8	0,0	-0,8	4,7	3,9	-3,7	13,7	-140,6	-5342,8		
9	173 804	480,0	323,7	803,7	0,3	11,7	466,3	0,1	-0,8	4,8	4,0	-3,7	13,7	-144,3	-5627,7		
40	180 905	685,8	218,1	903,9	1,1	44,0	1780,0	1,2	-0,9	4,8	3,9	-2,8	7,8	-112,0	-4480,0		
1	188 165	048,6	112,4	161,0	4,0	164,0	6724,0	16,0	-0,9	4,9	4,0	0,0	0,0	0,0	0,0		
2	195 579	568,6	006,8	575,4	3,6	151,2	6350,4	13,0	-0,9	5,0	4,1	-0,5	0,3	-21,0	-882,0		
3	203 152	245,6	901,1	146,7	5,3	227,7	9799,7	28,1	-1,0	5,0	4,0	1,3	1,7	55,9	2403,7		
4	210 876	079,8	795,5	875,3	0,7	30,8	1355,2	0,5	-1,0	5,1	4,1	-3,4	11,6	-149,6	-6582,4		
5	218 762	071,0	689,8	760,8	1,2	54,0	2430,0	1,4	-1,1	5,1	4,0	-2,8	7,8	-126,0	-5670,0		
6	226 804	219,4	584,2	803,6	0,4	18,4	846,4	0,2	-1,1	5,2	4,1	-3,7	13,7	-170,2	-7829,2		
7	235 004	524,9	478,5	003,4	0,6	28,2	1325,4	0,4	-1,2	5,2	4,0	-3,4	11,6	-159,8	-7510,6		
8	243 368	987,5	372,8	360,3	7,7	369,6	17740,8	59,3	-1,2	5,3	4,1	3,6	13,0	172,8	8294,4		
9	251 875	607,2	267,2	874,4	0,6	29,4	1440,6	0,4	-1,3	5,3	4,0	-3,4	11,5	-166,6	-8163,4		
50	260 549	384,0	161,5	545,5	3,5	175,0	8750,0	12,3	-1,3	5,4	4,1	-0,6	0,4	-30,0	-1500,0		

i	$\frac{h_{i0}}{MK}$	$h_c = x_0 + iy_0 + iz_0$		$\frac{h_i - h_{i0}}{h_{i0}}$	$\mu_i$	$\sigma^2 i_i$	$\sigma^2 i_i^2$	$\frac{h_c - x_0 + iy_0 + iz_0}{iz_0}$	$\frac{h_c - x_0 + iy_0 + iz_0}{x_0 + iy_0}$	$\frac{h_c - x_0 + iy_0 + iz_0}{z_0}$	$\frac{v_i - i - i_{MK}}{MK}$	$\sigma_i^2$	w <sub>i</sub>	i <sup>2</sup> z <sub>i</sub>
		iz <sub>0</sub>	x <sub>0</sub> + iy <sub>0</sub>											
1														
2	269 379	317,9	055,9	373,8	265,2	13525,2	27,0	-1,4	5,5	4,1	1,1	1,2	56,1	2861,1
3	278 361	408,9	950,2	359,1	98,8	5137,6	3,6	-1,4	5,5	4,1	-2,2	4,8	-114,4	5948,8
4	287 506	657,1	844,6	501,7	227,9	12078,7	18,5	-1,5	5,6	4,1	0,2	0,0	10,6	561,8
5	296 796	962,3	738,9	801,2	-280,8	-15163,2	27,0	-1,6	5,6	4,0	-9,2	84,6	-496,8	-26827,2
6	306 266	624,6	633,3	257,9	445,5	24502,5	65,6	-1,6	5,7	4,1	4,0	16,0	220,0	12100,0
7	315 871	344,1	527,6	871,7	-39,2	-2185,2	0,5	-1,7	5,7	4,0	-4,7	22,1	-263,2	-14739,2
8	325 646	220,6	422,0	642,6	193,8	11046,6	11,6	-1,7	5,8	4,1	-0,7	0,5	-39,9	-2274,3
9	335 579	254,3	316,3	570,6	487,2	28257,6	70,6	-1,8	5,8	4,0	4,4	19,4	255,2	14801,6
10	345 661	445,1	210,7	655,8	306,8	18101,2	27,0	-1,9	5,9	4,0	1,2	1,4	70,8	4177,2
11	355 900	793,0	105,0	898,0	120,0	7200,0	4,0	-1,9	6,0	4,1	-2,1	4,4	-126,0	-7560,0
12	366 237	297,9	999,4	297,3	-18,3	-1116,3	0,1	-2,0	6,0	4,0	-4,3	18,5	-262,3	-16000,3
13	376 855	900,0	893,7	853,7	80,6	4997,2	1,7	-2,1	6,1	4,0	-2,7	7,3	-167,4	-10378,8
14	387 579	779,2	788,1	567,3	737,1	48437,3	136,9	-2,1	6,1	4,0	7,7	59,3	485,1	30561,3
15	398 441	755,5	682,4	437,9	198,4	12697,6	9,6	-2,2	6,2	4,0	-0,9	0,8	-57,6	-3686,4
16	409 479	889,0	576,8	465,8	838,0	55770,0	174,2	-2,3	6,2	3,9	9,3	86,5	604,5	39292,5
17	420 654	179,5	471,1	650,6	224,4	14810,4	11,6	-2,3	6,3	4,0	-0,6	0,4	-39,6	-2613,6
18	431 994	627,1	365,5	992,6	93,8	6284,6	2,0	-2,4	6,3	3,9	-2,5	6,3	-167,5	-11222,5
19	443 500	231,8	259,8	491,6	571,2	38841,6	70,6	-2,5	6,4	3,9	4,5	20,3	306,0	20808,0
20	455 156	993,7	154,2	147,9	558,9	38564,1	65,6	-2,5	6,5	4,0	4,1	16,8	282,9	13620,1
21	466 959	912,6	048,5	961,1	-147,0	-10290,0	4,4	-2,6	6,5	3,9	-6,0	35,0	-420,0	-29400,0
22	478 935	988,7	942,9	931,6	241,4	17139,4	11,6	-2,7	6,6	3,9	-0,5	0,3	-35,5	-2520,5
23	491 061	221,9	837,2	059,1	136,8	9849,6	3,6	-2,8	6,6	3,8	-1,9	3,6	-136,8	-9849,6
24	503 347	612,1	731,6	343,7	240,9	17585,7	10,9	-2,9	6,7	3,8	-0,5	0,3	-36,5	-2664,5
25	515 789	169,5	625,9	785,4	266,4	19713,6	13,0	-2,9	6,7	3,8	-0,2	0,0	-14,8	-1095,2
26	528 396	864,0	520,3	384,3	877,5	65812,5	136,9	-3,0	6,8	3,8	7,9	62,4	592,5	44437,5

i	$h_{i, \text{AK}}$	$h_i = x_i + iy_i + iz_i$			$l_i - \frac{h_i}{\text{AK}}$	$h_i$	$l_i^2$	$l_i = x_i + iy_i + iz_i$		$v_i = l_i - \frac{l_i}{\text{AK}}$	$v_i^2$	$i v_i$	$i^2 v_i$	
		$iz_i$	$x_i + iy_i$	$h_i$										
1														
6	541 150	725,6	414,6	140,2	9,8	744,8	96,0	-3,1	6,9	3,8	456,0	34656,0		
7	554 053	744,3	309,0	053,3	-0,3	-1778,7	0,1	-3,2	6,9	3,7	-308,0	-23716,0		
8	567 133	920,1	203,3	123,4	9,6	748,8	92,2	-3,3	7,0	3,7	460,2	35895,6		
9	580 362	253,0	097,7	350,7	11,3	892,7	127,7	-3,3	7,0	3,7	600,4	47431,6		
80	593 744	743,0	992,0	735,0	9,0	720,0	81,0	-3,4	7,1	3,7	424,0	33920,0		
1	607 280	390,2	886,4	276,6	3,4	275,4	11,6	-3,5	7,1	3,6	16,2	1312,2		
2	620 973	194,4	780,7	975,1	-2,1	-172,2	4,4	-3,6	7,2	3,6	-467,4	-38326,8		
3	634 838	155,8	675,1	830,9	7,1	589,3	50,4	-3,7	7,2	3,5	298,8	24800,4		
4	648 845	274,2	569,4	843,6	1,4	117,6	2,0	-3,8	7,3	3,5	-176,4	-14817,6		
5	663 021	549,8	463,8	013,6	7,4	629,0	54,8	-3,9	7,4	3,5	331,5	28177,5		
6	677 352	982,4	358,1	340,5	11,5	989,0	132,3	-4,0	7,4	3,4	696,6	59907,6		
7	691 833	572,2	252,5	824,7	8,3	722,1	68,9	-4,0	7,5	3,5	417,6	36331,2		
8	706 477	319,1	146,8	465,9	11,1	976,8	123,2	-4,1	7,5	3,4	677,6	59628,8		
9	721 264	223,1	041,2	264,3	-0,3	-26,7	0,1	-4,1	7,6	3,4	-329,3	-29307,7		
90	736 226	284,2	935,5	219,7	6,3	567,0	39,7	-4,3	7,6	3,3	270,0	24300,0		
1	751 340	502,4	829,9	332,3	7,7	700,7	59,3	-4,4	7,7	3,3	400,4	36436,4		
2	766 604	877,7	724,2	601,9	2,1	193,2	4,4	-4,5	7,7	3,2	-101,2	-9310,4		
3	782 026	410,1	618,6	028,7	-2,7	-251,1	7,3	-4,6	7,8	3,2	548,7	51029,1		
4	797 610	099,6	512,9	612,5	-2,5	-235,0	6,3	-4,7	7,9	3,2	535,8	50365,2		
5	813 353	946,2	407,3	353,5	-0,5	-47,5	0,3	-4,8	7,9	3,1	-342,0	-32490,0		
6	829 251	950,0	301,6	251,6	-0,6	-57,5	0,4	-4,9	8,0	3,1	-355,2	-34099,2		
7	845 304	110,8	196,0	306,8	-2,8	-271,6	7,8	-5,0	8,0	3,0	562,6	54572,2		
8	861 519	428,8	090,3	519,1	-0,1	-9,8	0,0	-5,1	8,1	3,0	-303,8	-29772,4		
9	877 889	903,8	984,6	888,4	0,6	59,4	0,4	-5,2	8,1	2,9	-227,7	-22542,3		
100	894 415	536,0	879,0	415,0	0,0	0,0	0,0	-5,3	8,2	2,9	-290,0	-29000,0		
$\Sigma$					361,8	18421,5	3010,3					1085,5	-37,8	-3524,8

№ опытов	Значение $g$ , см/сек <sup>2</sup>	Средняя квадратичная погрешность пути $\sigma$ , мк	Число отметок $n$	Вес $p$	Отклонение от средне-извешенного значения $g \times 10^6$ см/сек <sup>2</sup>
1	981,931	4,8	45	2	8
2	20	4,3	40	2	-3
3	19	4,8	43	2	-4
4	41	5,3	42	2	18
5	04	5,7	42	2	-19
6	23	5,0	23	1	0
7	25	5,1	39	2	2
8	18	5,3	23	1	-5
9	32	6,3	22	1	9
16	29	5,6	98	5	6
17	20	4,2	86	4	-3
18	25	4,3	99	5	2
19	16	4,4	100	5	-7
20	18	4,4	87	4,5	-5
21	28	7,7	89	4,5	5
Среднее	981,9224	5,2	50		

На рис. 18 для примера приведены графики остаточных погрешностей значений пути по опытам № 16—20. В этих графиках не заметно какой-либо системы в распределении остаточных погрешностей.

3) кривые остаточных погрешностей значений пути имеют различный вид для различных опытов. Нет ни одного участка, на котором

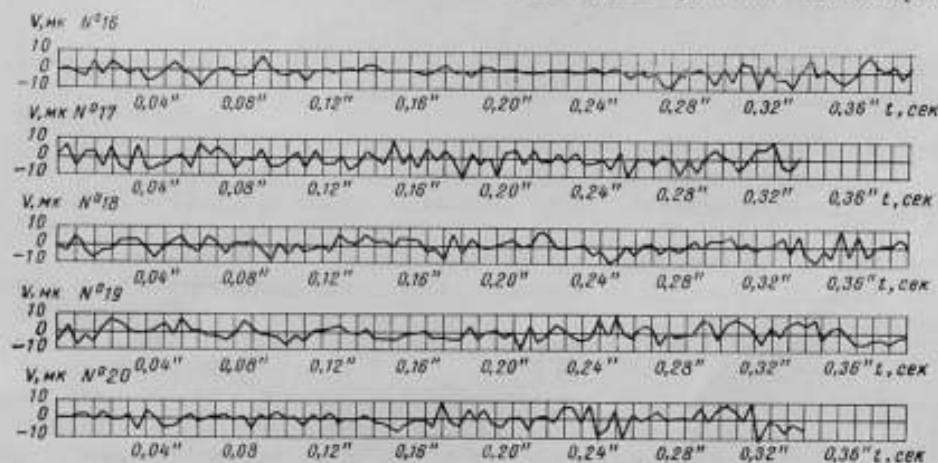


Рис. 18. График остаточных погрешностей пути по опытам № 16—20.  
 $v$  — остаточные погрешности пути;  $t$  — время падения

кривые совпали бы одновременно по своему виду для всех представленных на графиках опытов.

Опыты с 16-го по 20-й проводились с одним железом и записаны на одни и те же полоски фотоэмульсии. Если бы фотоэмульсия сползла на некоторых участках с кварцевой подложки, то это должно было бы вызвать одинаковые по характеру остаточные погрешности пути для всех опытов одновременно. На графиках обнаружилось бы такое явление, хотя они и составлены по средним значениям пути из отметок правой и левой сторон железа. Так как никаких признаков совпадения вида кривых на графиках не заметно, то следует сделать заключение, что эмульсия на железе не сползла при проявлении и промывке.

Судить об этом возможно только потому, что на один жезл записываются результаты нескольких опытов.

4) Расхождение расстояний между крайними отметками правой и левой сторон жезла не превышало 25 мм. Это обстоятельство дало возможность вычислять, не внося систематических погрешностей, значения пути падающего тела как среднее из значений правой и левой сторон жезла с учетом (в необходимых случаях) достоинства этих значений.

Применение записи на две стороны падающего тела дает возможность контролировать отсутствие большого наклона жезла при падении и тем самым избежать появления в результатах систематических погрешностей.

5) Вычисление  $g$  выполнялось по способу наименьших квадратов без придания веса отдельным измерениям. Этот прием применим в тех случаях, когда все измерения имеют равное достоинство. О равном достоинстве измерений можно судить по одинаковой величине остаточных погрешностей пути на всех участках жезла, о чем уже упоминалось. Ввиду этого можно считать вполне оправданным применение способа наименьших квадратов без придания веса отдельным измерениям для обработки полученных из опыта данных.

6) Специально проведенные повторные измерения, а также измерения, выполненные различными лицами, показали, что средняя квадратичная погрешность отсчета пути приблизительно в 1,5 раза меньше средней квадратичной остаточной погрешности пути. Это указывает на то, что самым крупным источником погрешностей являются погрешности отсчета и что, следовательно, улучшение аппаратуры, в случае необходимости, в основном должно идти по линии повышения четкости фотоотметок и увеличения точности отсчетов.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Абсолютные определения ускорения силы тяжести, выполненные во ВНИИМ тремя различными методами, дали три независимых, различных по точности значения  $g$ . Эти значения сведены в табл. 15.

Таблица 15

№ № п. п.	Абсолютный метод определения $g$	Значение $g$ , см/сек <sup>2</sup>	Средняя квадратичная погрешность $\Delta g$ , см/сек <sup>2</sup>
1	Три кварцевых поворотных маятника равной массы, но разной длины	981,9187	$\pm 0,0004$
2	Метод совмещения свободного и несвободного падения тел	981,9215	$\pm 0,0016$
3	Метод падения жезла в вакууме	981,9224	$\pm 0,0020$

Координаты пункта ВНИИМ (Ленинград): широта  $\varphi = 59^{\circ}55'06''$ , долгота  $\lambda = +2,7''$  к западу от Пулково; высота над уровнем моря  $H = 3,5$  м.

Между абсолютными станциями ВНИИМ (Ленинград) и Потсдам нет прямой гравиметрической связи. Косвенная гравиметрическая связь ВНИИМ — Потсдам была выполнена через гравиметрический пункт Пулковской астрономической обсерватории.

Гравиметрический пункт в Пулково имеет как прямые, так и косвенные гравиметрические связи с Потсдамской абсолютной станцией. Прямые гравиметрические связи Потсдам — Пулково проводили: Савандер в 1896 и 1897 гг., Ганский в 1901 г., Боррас в 1901 г., Шмель в 1930 г., Андерсен в 1930 г..

Значение  $g$  в потсдамской системе для гравиметрического пункта Пулковской астрономической обсерватории приведено в работе П. Н. Парийского «Ускорение силы тяжести в основных опорных пунктах СССР: Пулково, Москве, Полтаве и Казани», опубликованной в «Известиях ВТОГ и Гр», вып. I, ОНТИ, 1935, стр. 172:

$$g_{\text{Пулково}} = 981,899_4 \pm 0,0005_4 \text{ см/сек}^2.$$

Гравиметрическая связь ВНИИМ — Пулково была выполнена в 1948 г. Ю. Д. Буланже с помощью двух гравиметров Норгарда. Полученное Ю. Д. Буланже значение разности ускорений:

$$\Delta g = +0,0314 \pm 0,00018 \text{ см/сек}^2.$$

Значение  $g$  для пункта ВНИИМ в потсдамской системе, вычисленное на основании этой связи, составляет:

$$g_{\text{ВНИИМ}} = 981,9308 \pm 0,0006 \text{ см/сек}^2.$$

В период 9—12 октября 1956 г. сотрудники Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга Е. Д. Корякин и Н. Г. Корнева с помощью двух гравиметров (ГАК и Норгард) произвели определение значения силы тяжести в потсдамской системе для абсолютной гравиметрической станции ВНИИМ. Определение было выполнено посредством привязки к трем гравиметрическим пунктам: Пулково, гравиметрическая лаборатория Ленинградского университета (10 линия, 33) и старый гравиметрический столб ВНИИМ. В результате привязки значение  $g$  на новом столбе оказалось равным:

$$g = 981,9308 \pm 0,00016 \text{ см/сек}^2,$$

где  $\pm 0,00016$  — ошибка связи.

Таким образом, на основании гравиметрических связей ВНИИМ — Пулково, выполненных Ю. Д. Буланже, Е. Д. Корякиным и Н. Г. Корневой, значение  $g$  в потсдамской системе для абсолютной гравиметрической станции ВНИИМ составляет:

$$g = 981,9308 \pm 0,0006 \text{ см/сек}^2.$$

В табл. 16 приведены значения поправок  $\Delta g$  к потсдамской системе значений  $g$ , полученные на основании результатов трех различных по точности независимых абсолютных определений  $g$  в пункте ВНИИМ.

Таблица 16

Метод абсолютных определений	Величина поправки к Потсдамской системе значений $g$ , см/сек <sup>2</sup>	Средняя квадратичная погрешность поправки $\Delta g$ , см/сек <sup>2</sup>
Поворотные маятники . . . . .	— 0,0121	$\pm 0,0007$
Совмещенное падение тел . . . . .	— 0,0093	$\pm 0,0017$
Падение железа в вакууме . . . . .	— 0,0084	$\pm 0,0021$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Менделеев Д. И., Опытное исследование колебания весов, Спб, 1898.
2. Менделеев Д. И., О колебании весов, Временник Главной Палаты мер и весов, ч. 4, 1899.
3. Менделеев Д. И., К изучению напряжения тяжести при помощи свободного падения тел, Предисловие, Временник Главной Палаты мер и весов, ч. 7, 1905.
4. Менделеев Д. И., Подготовка к определению абсолютного напряжения тяжести в Главной Палате мер и весов при помощи длинного маятника с золотым шаром, Временник Главной Палаты мер и весов, ч. 8, 1907.
5. Иванов А. А., К изучению напряжения тяжести при помощи свободного падения тел, Временник Главной Палаты мер и весов, ч. 7, 1905.
6. Иванов А. А., Попытка определения напряжения силы тяжести из наблюдений несвободного падения тел, Временник Главной Палаты мер и весов, ч. 9, 1909.
7. Иванов А. А., Предварительные опыты, относящиеся к абсолютному определению напряжения силы тяжести в Главной Палате мер и весов при помощи длинных маятников, Временник Главной Палаты мер и весов, ч. 9, 1909.
8. Иванов А. А., Абсолютное определение напряжения силы тяжести в Главной Палате мер и весов в С.-Петербурге при помощи длинных маятников, Временник Главной Палаты мер и весов, ч. II, 1915.
9. Маликов М. Ф., Основы метрологии, Комитет по делам мер и измерительных приборов при СМ СССР, М, 1949.
10. Михайлов А. А., Курс гравиметрии и теории фигуры земли, Редбюро ГУГК при СНК СССР, М, 1939.
11. Сорокин Л. В., Гравиметрия и гравиметрическая разведка, Госгостехиздат, М, 1953.
12. Раздымха Г. С., Поведение маятниковых ножей и их роль в абсолютных определениях ускорения силы тяжести Труды ЦНИГАНК, 1949.
13. Шембель Б. К., О природе диссипативных сил при малых смещениях соприкасающихся поверхностей, Доклады Академии Наук СССР, т. IX, № 9, 1948.
14. Доброхотов А. Н., Коромысло весов и маятник, Труды ВНИИМ, вып. 19 (35), 1939.
15. Агалецкий П. Н., Абсолютный метод измерения скоростей, ускорений и длительности кратковременных движений: Труды ВНИИМ, вып. 2 (44), 1940.
16. Агалецкий П. Н., Способ обнаружения и исключения систематических погрешностей при определении абсолютного значения ускорения силы тяжести с помощью маятниковой аппаратуры, Труды ВНИИМ, вып. 11 (71), 1950.
17. Агалецкий П. Н. и Егоров К. Н., Коромысло, как инструмент для исследования системы нож-опора маятниковых приборов, Труды ВНИИМ, вып. 11 (71), 1950.
18. Агалецкий П. Н., Проблема абсолютных определений ускорения свободного падения тел и пути ее решения, МГУ, М, 1953.
19. Агалецкий П. Н., О повышении точности абсолютных определений ускорения свободного падения тел, Стандартгиз, М, 1954. На французском языке издано в трудах Международного Конгресса по хронометрии, Париж, 1954, стр. 237—245.
20. Агалецкий П. Н. и Егоров К. Н., Результаты абсолютных определений  $g$  в пункте ВНИИМ (Ленинград), «Измерительная техника», № 6, 1956.
21. Марциняк А. И., Определение абсолютной величины ускорения силы тяжести по падению жезла в вакууме, «Измерительная техника», № 5, 1956.
22. Баринин В. А., Современное состояние эталонов длины и методы точного измерения длины, ВНИИМ, 1941.
23. Kühnen F. und Furtwängler Ph., Bestimmung der absoluten Grösse der Schwerkraft zu Potsdam mit Reversionspendeln, P. G. J., Berlin, 1906.
24. Heyl and Cook, Bur. Stand. J. Res. Wach., 1936, 17, 805.
25. Clark J. S., An absolute Determination of the Acceleration due to Gravity, „Philosophical Transactions of the Royal Society of London“, Ser. A, 1939, Vol. 238, № 787.
26. Dryden H. L., A Reexamination of the Potsdam absolute determination of Gravity, „Journ. of Res. of the N. Bur. of Stand.“, 1942, Vol. 29.

27. Jeffreys H., On the absolute measurement of gravity, „Monthly notices of the Roy Astronom. Soc. Geophysical supplement,“ 1949, Vol. 5, № 9.
28. Горшков П. М., Абсолютное определение ускорения силы тяжести, Всесоюзное географическое общество, 1941.
29. Тиходеев П. М., Очерки об исходных (метрологических) измерениях, Машгиз, М, 1954.
30. Сто лет государственной службы мер и весов в СССР, Комитет по делам мер и измерительных приборов при СНК СССР, 1945.
31. Дешман С., Научные основы вакуумной техники, М, ИЛ, 1950.
32. Wissenschaftliche Abhandlungen der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Band 5, 1953.
33. Heyl P., Report on absolute value of gravity at Washington Transactions of the American Geophysical Union, 1936, Part 1.
34. Чеботарев А. С., Некоторые вопросы оценки точности результатов измерений, Труды ЦНИИГАиК, вып 96, Геозидздат, 1953.

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	6
Абсолютное определение $g$ с помощью трех кварцевых поворотных маятников, имеющих одинаковые массы, но различные приведенные длины . . . . .	9
Поворотные маятники и их устройство . . . . .	17
Аппаратура для определения периодов колебания маятников . . . . .	22
Поправки, вводимые в измеренные значения периодов колебаний . . . . .	24
Измерение длины поворотных маятников . . . . .	25
Юстировка поворотных маятников и порядок проведения опытов с ними . . . . .	28
Результаты абсолютных определений $g$ , выполненных с помощью трех кварцевых поворотных маятников . . . . .	30
Абсолютное определение $g$ с помощью способа совмещения свободного и несвободного падения тел . . . . .	39
Аппаратура для определения $g$ методом совмещенного падения тел . . . . .	42
Измерение длины . . . . .	46
Результаты абсолютных определений $g$ , выполненных методом совмещения свободного и несвободного падения тел . . . . .	54
Абсолютное определение $g$ методом падения жезла в вакууме . . . . .	63
Сущность способа определения $g$ по свободному падению тел . . . . .	64
Аппаратура для определения $g$ методом падения жезла в вакууме . . . . .	65
Анализ погрешностей . . . . .	67
Порядок обработки и введения поправок . . . . .	75
Результаты абсолютных определений $g$ , выполненных методом падения жезла в вакууме . . . . .	79
Заключение . . . . .	87
Литература . . . . .	89

Ответственный редактор директор ВНИИМ  
д-р техн. наук проф. В. О. Артюхов

Техн. редактор А. Е. Малеева

Корректоры: И. И. Топильская, Н. В. Герасохина

Т-0462

Стандартгиз. Подп. к печ. 9/IV 1958 г. 7,58 п. л.

Тираж 1000

Зап. 300

Типография № 6 УПП Ленсовнархоза. Ленинград, ул. Моисеева 10.

Стр  
но

27

29

30

35

38

40

50

54

60

82

82

83

83

88

руж

О П Е Ч А Т К И

Страница	В каком месте	Напечатано	Должно быть
27	Верхняя формула	$\Delta L = \frac{H_1 a_1 - H_2 a_2}{H_1 H_2} \cdot L$	$\Delta L = \frac{H_2 a_1 - H_1 a_2}{H_1 - H_2} \cdot L$
29	23 строка сверху	мятник	ножедержатель
30	22 " снизу	$K_1$	$K_2$
35	1 " "	$S_{T_1} = \pm 0,72 \cdot 10^{-7}$ сек.	$S_{T_1} = \pm 0,72 \cdot 10^{-7}$ сек.
38	Табл. 6, 3 графа слева, 1 строка снизу	+ 0,00057	$\pm 0,00057$
49	3 строка снизу	$P_2$	$P$
50	10 " "	$I' - I_2 = \Delta$	$I_1' - I_2 = \Delta$
54	3 " "	провода	провода
60	18 строка снизу (формула)	$\sqrt{\frac{2954}{43,14}}$	$\sqrt{\frac{2368}{43,14}}$
82	Таблица, 9 графа слева, 6 строка снизу	14	1,4
82	Там же, 4 графа справа	-28	-2,8
83	Таблица, 9 графа слева, 5 строка снизу	116	11,6
83	Там же, 8 строка снизу	706	70,6
88	Таблица 15, 1 графа слева, 1 строка снизу	железа	железа

Группа ВНИИМ, выпуск 32 (2). Стандартиз, Москва—Ленинград, 1958

Технический редактор В. О. Арутюнов

Содержание

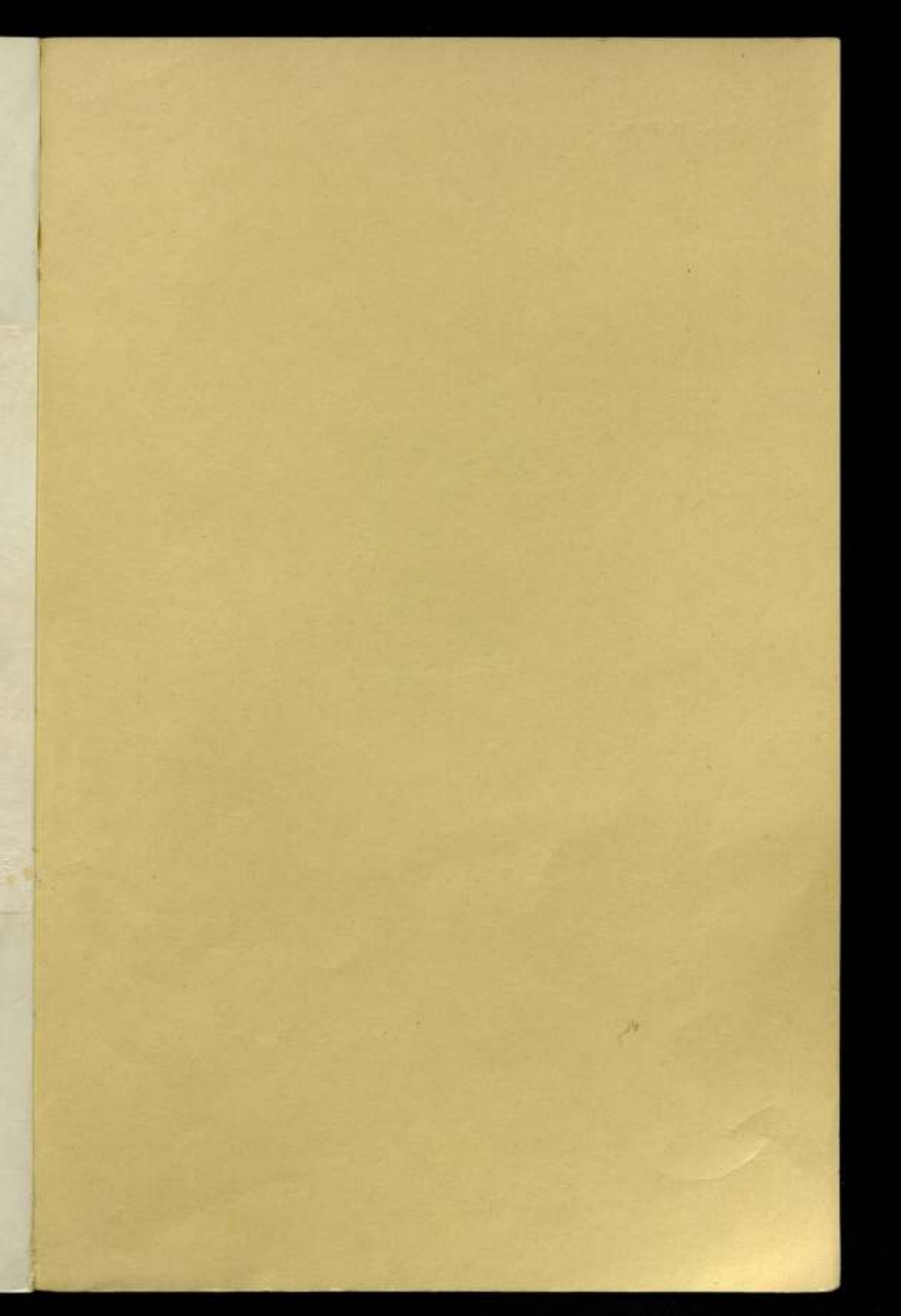
№ п/п	Наименование статьи	Автор	Стр.
1	Введение	В. О. Арутюнов	1
2	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	2
3	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	3
4	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	4
5	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	5
6	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	6
7	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	7
8	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	8
9	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	9
10	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	10
11	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	11
12	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	12
13	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	13
14	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	14
15	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	15
16	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	16
17	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	17
18	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	18
19	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	19
20	Свойства и применение	В. О. Арутюнов	20

Ответственный редактор директор ВНИИМ  
д-р техн. наук проф. В. О. Арутюнов

Техн. редактор А. Е. Матвеева

Корректоры: Н. И. Гопиальская, Н. В. Герасюкина





Цена 2 р. 90 к.