

КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ, МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ  
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР  
ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ  
ИМ. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

# МЕХАНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

ТРУДЫ ВНИИМ

ВЫПУСК 27 (87)

МАШГИЗ · 1955

EXHIBIT  
NO. 1

STATE OF NEW YORK  
IN SENATE

JANUARY 18, 1907

КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ, МЕР И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ  
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
МЕТРОЛОГИИ имени Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

МЕХАНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ  
(в области массы)

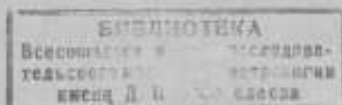
ТРУДЫ ВНИИМ

ВЫПУСК 27 (87)

Под редакцией

*кандидата физико-математических наук*

*Г. Д. КОКОША*



ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

МОСКВА 1955 ЛЕНИНГРАД

11118

Сборник содержит ряд статей, освещающих исследования лаборатории мер массы ВНИИМ по экспериментальной разработке основ физической теории весовых приборов и стабильности гирь, изготовленных из различных материалов.

Статьи сборника представляют интерес для работников научно-исследовательских институтов и заводских лабораторий, а также для работников поверочной системы Комитета стандартов, мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР.

Ответственный редактор директор ВНИИМ  
канд. техн. наук *М. Ф. ЮДИН*

---

ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ МАШГИЗА

Редакция литературы по конструированию и эксплуатации машин  
Заведующий редакцией инж. *Ф. И. ФЕТИСОВ*

Технический редактор *Р. Польская*

Корректор *В. М. Хорошкевич*

---

Подписано к печати 14/VII 1955 г. М-43830. Формат бумаги 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Печ. листов 6,5. Уч.-изд. листов 6,1. Тираж 600 экз. Заказ 336.

---

Типография „Красный Печатник“. Ленинград, проспект имени И. В. Сталина, 91.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящий сборник вошли статьи, отражающие экспериментальные работы лаборатории мер массы ВНИИМ в области обоснования физической теории весовых приборов. Целью этих исследований является повышение точности измерения массы методом взвешивания.

В 1893—1898 гг. Д. И. Менделеев произвел большое экспериментальное исследование колебаний точнейших весов своего времени для установления законов их колебаний и создания методики точного взвешивания, основанной на этих законах. После смерти Д. И. Менделеева многое было сделано его учениками, но многое еще и до сих пор не решено из-за существующего в этой области разрыва между теорией и практикой.

Принятая в настоящее время чисто механическая теория весов должна обогатиться физическим содержанием, что обеспечит новый прогресс в области измерения массы.

Статья Г. Д. Кокоша „Законы изменения сил сопротивления и рассеяния энергии при колебаниях точных весов“ посвящена экспериментальному обоснованию закона пропорциональности сил сопротивления, возникающих в месте контакта опорной призмы и подушки весов, скорости движения.

Очень многие исследователи априорно допускают существование сухого трения в месте контакта призм и подушек весов, а следовательно, и постоянной силы трения, что влечет за собой возникновение вблизи центра качания зоны застоя или мертвой зоны, внутри которой восстанавливающий момент весов равен моменту силы трения. Наличие такой зоны делало бы недопустимым применение успокоителей колебаний в точных весах.

Исследования показали, что опыты не подтверждают этих априорных утверждений, что и излагается в упомянутой выше статье Г. Д. Кокоша, а также в статье Н. А. Смирновой „Исследование зоны застоя точных весов“.

В другой статье Н. А. Смирновой „К вопросу о чувствительности призмных весов“ приводятся результаты экспериментальных исследований, показывающих, что соответствующим подбором материала для опорной подушки весов можно значительно повысить их чувствительность.

В статьях Г. А. Крахмальниковой „О состоянии рабочих эталонов единицы массы“ и „О коррозии золоченых гирь“ приводятся результаты исследования стабильности массы эталонных, образцовых и аналитических гирь, изготовленных из различных материалов. Выводы, сделанные в этих статьях (о выборе материала для изготовления эталонных гирь и целесообразности применения золотых антикоррозионных покрытий), найдут широкое применение в работах по улучшению качества гирь во всех звеньях поверочной схемы мер и массы.

Статья М. И. Тютиковой „Зависимость чувствительности и постоянства крутильных весов от длины упругой нити“ рассматривает вопрос о получении наибольшей чувствительности и постоянства показаний крутильных кварцевых весов.

До настоящего времени теория и расчет весов этого типа очень мало разработаны, поэтому статья М. И. Тютиковой может оказать существенную помощь конструкторам крутильных весов и лицам, занимающимся исследованиями в этой области.

Статья Г. Д. Кокоша „О выборе расчетных формул для определения центра качания коромысла весов“ как бы подводит итог длительной дискуссии, которая имела место в системе Комитета по вопросу о выборе расчетных формул для установления центра качания точных весов, что весьма существенно, так как на протяжении многих лет делались попытки обоснования необходимости введения сложных формул так называемых декрементного и динамического методов взвешивания для расчета центра качания весов.

В статье „Определение прогибов в коромыслах аналитических весов“, написанной коллективом авторов (И. А. Кожевниковым, В. Н. Кондратьевым, Е. И. Никитенко, Л. Ш. Окунь, Н. К. Самойленко), изложены результаты исследования, выполненного в порядке содружества между инженерно-техническим персоналом завода „Госметр“ и научными сотрудниками ВНИИМ, ЛИАП и ЛИИЖТ.

Раздел строительной механики написан В. Н. Кондратьевым, вычисления выполнены Л. Ш. Окунем и Н. К. Самойленко. Раздел оптики написан И. А. Кожевниковым, опыты произведены Е. И. Никитенко.

Разработанный авторами статьи метод расчета прогиба коромысел рамного типа несомненно найдет практическое применение.

*Редактор*

### ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ И РАССЕЯНИЯ ЭНЕРГИИ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ ТОЧНЫХ ВЕСОВ

Колебания весов тормозятся силами сопротивления воздуха и силами, действующими в местах контакта призм и подушек.

Для разграничения этих сопротивлений и оценки их „веса“ необходимо достигнуть такого разрежения воздуха, окружающего весы, при котором можно было бы пренебречь силами его сопротивления. В этом случае затухание колебаний весов будет происходить лишь вследствие потерь энергии в местах контакта призм и подушек.

Для исследования колебаний весов в разреженном воздухе была создана установка, рассчитанная на возможность получения достаточно высокого вакуума (рис. 1). Она состояла из масляного ротационного насоса предварительного разрежения типа ВН-20 и металлического паромасляного насоса глубокого вакуума (до  $10^{-7}$  мм рт. ст.).

Опыты с вакуумными весами показали, что лишь очень тщательный монтаж и длительная их тренировка могут обеспечить в колпаке весов необходимое разрежение.

Для наблюдений и записи колебаний весов с помощью фоторегистра в верхней части колпака 8 было высверлено отверстие диаметром 60 мм. По краю отверстия был сделан плоский кольцевой шлиф шириной около 20 мм и на него установлена плоскопараллельная пластинка 10 диаметром 100 мм. Между пластинкой и шлифом вводили тонкий слой крановой вакуумной замазки.

На верхней грани коромысла весов было установлено небольшое плоское зеркальце (диаметром 10 мм), а на плоскопараллельной пластинке — призма полного внутреннего отражения (рис. 2).

Весы исследовались при нормальном атмосферном давлении (около 760 мм рт. ст.) и при разрежении до 0,1 и 0,0002 мм рт. ст.

При разрежении в 0,0002 мм рт. ст. длина свободного пробега молекул воздуха значительно превышала расстояние между движущимися



Рис. 1. Схема установки для исследования колебаний весов в вакууме.

1 — форвакуумный масляный ротационный насос; 2 — трехходовые краны; 3 — форвакуумный насос; 4 — паромасляный насос; 5 — термометрические манометры; 6 — кондукционный манометр; 7 — стеклянный колпак; 8 — стеклянный колпак; 9 — весы; 10 — плоскопараллельная пластинка.

частями весов и стенками сосуда (наибольшее из этих расстояний было около 10 см). При разрежении порядка 0,1—0,01 мм рт. ст. лобовое сопротивление воздуха колебаниям весов можно считать практически близким к нулю. Дальнейшим разрежением воздуха до 0,0002 мм рт. ст. вязкое сопротивление также понижалось до пренебрежимо малой величины. Следовательно, доводя разрежение до 0,0002 мм рт. ст. мы тем самым ставили весы в условия, при которых энергия рассеивалась, главным образом, в месте



Рис. 2. Установка для исследования колебаний весов в вакууме.

1—длиннофокусный объектив (устанавливается в случае применения фотографического метода регистрации колебаний); 2—призма полного внутреннего отражения; 3—плоскопараллельная стеклянная пластинка; 4—зеркальце, прикрепленное к верхней грани коромысла весов.

контакта призм и подушек.

Обратимся непосредственно к результатам опытов.

Для получения более наглядного представления об изменении картины затухания и определения „веса“ тех или иных видов сопро-

тивления при переходе от колебаний при нормальном давлении к колебаниям при пониженном, кривые затухания для одной и той же нагрузки весов перенесены на общий чертеж (оси времени в каждой серии кривых совмещены).

Перейдем к более детальному рассмотрению каждой серии кривых.

На рис. 3 представлены кривые затухания колебаний коромысла весов грузоподъемностью 20 г.

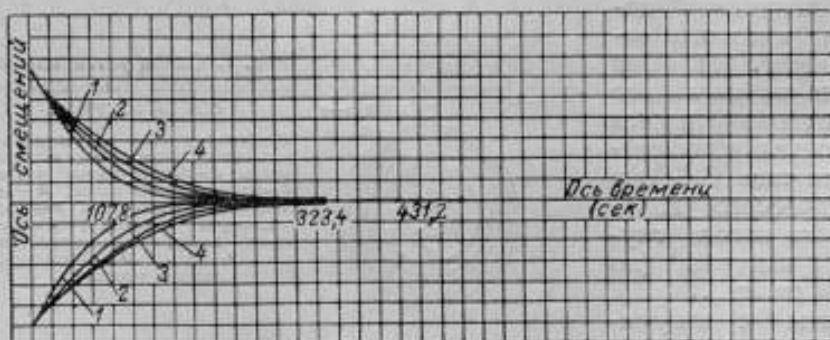


Рис. 3. Кривые зависимости затухания колебаний коромысла весов грузоподъемностью 20 г.

1—при давлении 760 мм рт. ст.; 2—при разрежении 0,1 мм рт. ст.; 3—при разрежении 0,01 мм рт. ст.; 4—при разрежении 0,0002 мм рт. ст.

Кривая 1 характеризует величину затухания колебаний при нормальном давлении воздуха. В этом случае затухание подчинено закону хорошо выраженной экспоненты и коэффициент его весьма значителен. Кривая 2 записана при разрежении равном 0,1 мм рт. ст. и кривая 3 при разрежении 0,01 мм рт. ст. Обе они характеризуют затухание колебаний при очень незначительном лобовом сопротивлении воздуха. Наконец, кривая 4, записанная при разрежении 0,0002 мм рт. ст., в основном характеризует затухание колебаний коромысла при наличии сопротивления лишь со стороны сил, действующих в месте контакта призмы и подушки, так как при столь большом разрежении можно пренебречь силами лобового и вязкого сопротивлений воздуха.



Рассматривая эти четыре кривые следует подчеркнуть, что они имеют хорошо выраженный экспоненциальный характер.

Вторым важным обстоятельством является значительная величина потерь энергии системой в том случае, когда потери на преодоление лобового и вязкого сопротивлений воздуха сведены практически к нулю. Ниже будет дана количественная оценка потерь энергии коромыслом на преодоление каждого из этих видов сопротивления.

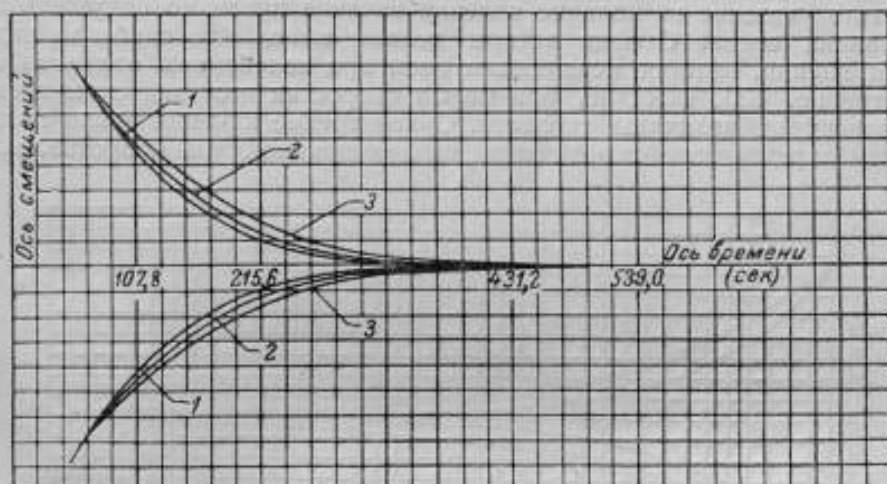


Рис. 4. Кривые затухания колебаний весов грузоподъемностью 20 г при ненагруженных чашках.

1—при давлении 760 мм рт. ст.; 2—при разрежении 0,08 мм рт. ст.; 3—при разрежении 0,0004 мм рт. ст.

На рис. 4 приведены кривые затухания колебаний коромысла весов с подвешенными к нему ненагруженными чашками. Общая свободная энергия системы, при одном и том же угле отклонения коромысла от поло-

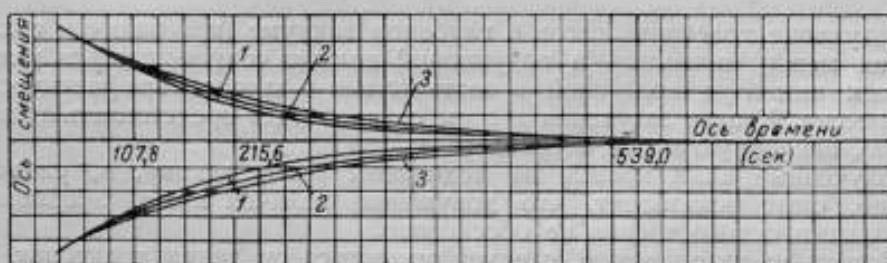


Рис. 5. Кривые затухания колебаний весов грузоподъемностью 20 г при нагрузке на чашки гири в 20 г.

1—при давлении 760 мм рт. ст.; 2—при разрежении 0,06 мм рт. ст.; 3—при разрежении 0,0002 мм рт. ст.

жения равновесия, будет в этом случае несколько значительней, а поэтому затухание колебаний весов происходит в течение большего промежутка времени. Кривые затухания при этом будут более пологими, а общее число колебаний, которое совершают весы до полной остановки, оказывается значительно большим. Экспоненциальный характер всех кривых попрежнему достаточно хорошо выражен.

Эти же замечания сохраняются и для серий кривых, записанных при нагрузке каждой чашки весов гирей в 20 г (рис 5). В этом случае

значительно возросла продолжительность колебаний. Еще больше она возросла при нагрузке каждой чашки весов гирей в 40 г (рис. 6).

Для всех серий кривых оказывается, что «вес» сопротивлений в месте контакта призм и подушек значителен, а характер кривых затухания при высоком вакууме свидетельствует, что силы сопротивления, возникающие в местах контакта призм и подушек, являются функциями скорости, также как и силы сопротивления воздуха.

Часто в работах [1], посвященных теории весовых приборов, можно встретить указание на наличие явления качения призм по подушкам при колебаниях весов. Отсюда авторы делают вывод, что одним из видов сопротивления, которое испытывают весы при колебаниях, является сухое трение. Как известно, при малых скоростях этот вид силы трения не зависит от величины скорости. Сухое трение качения призм по подушкам характеризуется возникновением постоянной силы сопротивления.

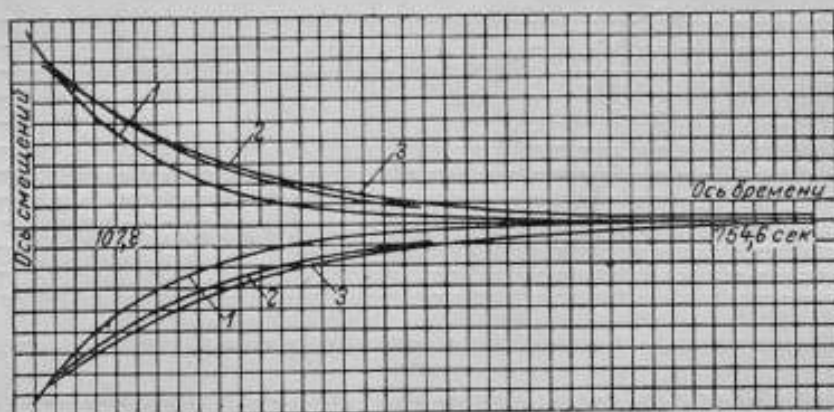


Рис. 6. Кривые затухания колебаний весов грузоподъемностью 20 г при нагрузке на чашки гири в 40 г.

1 — при давлении 760 мм рт. ст.; 2 — при разрежении 0,1 мм рт. ст.; 3 — при разрежении 0,0002 мм. рт. ст.

Затухание колебаний весов в глубоком вакууме (при наличии сухого трения между призмами и подушками) должно сопровождаться уменьшением амплитуд колебаний в соответствии с законом арифметической прогрессии. Кривая затухания в этом случае будет представлять прямую линию, наклонную к оси абсцисс.

Полученные нами кривые не подчинены этому закону, и, следовательно, опыт показывает, что допущение наличия между призмами и подушками сухого трения не обосновано.

Исходя из изложенного, следует отказаться от таких трактовок характера сил сопротивления в системе призма—подушка, которые допускают в местах контакта призм и подушек наличие движения качения и, в связи с этим, силы сухого трения.

Какова же причина рассеяния энергии коромысла весов при колебаниях его в глубоком вакууме?

Рассеяние энергии в этом случае в основном связано с тем упругим состоянием, которое имеет место в системе призма—подушка. Поглощение механической энергии происходит в месте переменного контактного напряжения вследствие наличия здесь необратимых процессов, связанных с упругим гистерезисом и остаточными деформациями, а также проявлением молекулярных сил и, в частности, сил прилипания.

Для дальнейшего анализа проведенных опытов произведем количественную оценку «веса» отдельных видов сопротивлений по отношению

к полному сопротивлению системы. Под полным сопротивлением при этом разумеется сумма сопротивлений системы призма—подушка, лобового и вязкого сопротивлений воздуха.

Для количественной оценки используем декремент и коэффициент затухания колебаний.

Декремент может быть рассчитан по формуле:

$$D_i = \frac{A_{i+1}}{A_i}, \quad (1)$$

где  $A_i$  и  $A_{i+1}$  — переменные амплитуды затухающих колебаний весов, взятые через интервал времени, равный периоду колебаний.

Измерения величин  $A_i$  и  $A_{i+1}$  производились с точностью  $\pm 0,02$  мм по фотограммам, что обеспечивало точность определения декремента до  $\pm 0,0005$ . Для расчетов принимался средний декремент, определенный из ряда его значений для данной кривой колебаний.

Коэффициент затухания  $\delta$  определялся по формуле:

$$\delta = \left| \frac{\ln A_{i+1} - \ln A_i}{T} \right| \quad (2)$$

где  $T$  — период колебаний весов.

При наблюдениях колебаний ненагруженного коромысла следует отметить закономерный ряд изменений декремента и периода колебаний, дающий возможность сделать вывод, что по мере уменьшения давления воздуха возрастает величина декремента и периода колебаний (табл. 1).

Колебания коромысла весов в воздухе при нормальном давлении (фотограмма 405) прекратились через 279,5 сек. (37 колебаний), при разрежении воздуха 0,1 мм рт. ст. (фотограмма 406) — через 335,8 сек. (42 колебания) и при разрежении воздуха 0,0002 мм рт. ст. (фотограмма 408) — через 427 сек. (54 колебания). Сопоставление этих чисел подтверждает, что воздух оказывает значительное влияние на продолжительность колебаний.

Подобного рода картина сохраняется и при колебаниях коромысла с ненагруженными и нагруженными чашками. При нагрузке на обе чашки по 40 г и давлении 754,5 мм рт. ст. весы колебались в течение 913 сек. (61 колебание), а при этой же нагрузке, но разрежении 0,0002 мм рт.ст. — 1451,5 сек. (92 колебания).

Для учета „веса“ величины рассеяния энергии по отдельным видам сопротивления, рассмотрим вопрос об энергии системы и законе ее изменения при затухающих колебаниях. Считая колебания весов почти гармоническими, для определения смещения  $y$  воспользуемся известной ф-лой:

$$y = Ae^{-\delta t} \cos(\omega t + \alpha). \quad (3)$$

На основании ф-лы (3) для ряда последовательных амплитуд (полагая для упрощения вывода  $\alpha = 0$ ) можно написать следующие выражения:

$$A_1 = A_0 e^{-\delta T}; \quad A_2 = A_0 e^{-2\delta T}; \quad \dots \quad A_n = A_0 e^{-n\delta T} \quad (4)$$

или, заменяя  $e^{-\delta T}$  через  $D$ , получим:

$$A_1 = A_0 D; \quad A_2 = A_0 D^2; \quad \dots \quad A_n = A_0 D^n.$$

Кинетическая энергия системы будет иметь при этом ряд уменьшающихся значений:

$$W_0 = \frac{mA_0^2 \omega^2}{2}; \quad W_1 = \frac{mA_0^2 \omega^2 D^2}{2}; \quad W_2 = \frac{mA_0^2 \omega^2 D^4}{2} \dots \dots \dots W_n = \frac{mA_0^2 \omega^2 D^{2n}}{2} \quad (5)$$

Таблица 1

№ фотограмм	Состояние весов	Давление в мм рт. ст.	Коэффициент затухания	Декремент	Период колебаний весов в сек.
405	Ненагруженное коромысло	745,6	-0,0240	0,8369	7,41
406	" "	0,1	-0,0164	0,8794	7,90
408	" "	0,0002	-0,0113	0,9144	7,92
409	Коромысло с чашками	745,3	-0,0132	0,8655	10,93
410	" "	0,08	-0,0115	0,8758	11,13
411	" "	0,0004	-0,0097	0,8965	11,25
412	Коромысло с чашками и гири по 20 г на каждой чашке	754,5	-0,0068	0,9096	13,93
413	То же	0,06	-0,0059	0,9217	13,86
414	"	0,0002	-0,0052	0,9300	14,08
415	Коромысло с чашками и гири по 40 г на каждой чашке	754,5	-0,0074	0,8954	15,02
416	То же	0,1	-0,0051	0,9227	15,76
418	"	0,0002	-0,0048	0,9268	15,75

Этот ряд может быть упрощен и приведен к виду:

$$W_0; W_1 = W_0 D^2; W_2 = W_1 D^2; W_3 = W_2 D^2; \dots W_n = W_{n-1} D^2. \quad (6)$$

Изменение энергии при последовательном переходе от амплитуды  $A_0$  к  $A_1$ , от  $A_1$  к  $A_2$  и т. д. окажется равным:

$$\left. \begin{aligned} W_0 - W_1 &= W_0 (1 - D^2) \\ W_1 - W_2 &= W_1 (1 - D^2) \\ W_2 - W_3 &= W_2 (1 - D^2) \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ W_{n-1} - W_n &= W_{n-1} (1 - D^2) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Относительное изменение энергии при этом может быть вычислено из ряда равных отношений:

$$\frac{W_0 - W_1}{W_0} = \frac{W_1 - W_2}{W_1} = \frac{W_2 - W_3}{W_2} = \dots = 1 - D^2. \quad (8)$$

По данным табл. 1 величина относительного изменения энергии может быть вычислена для каждой из фотограмм и по ней можно судить и о "весе" отдельных видов сопротивления, вызывающих остановку колебаний. Данные таких расчетов приведены в табл. 2.

Распределение потерь энергии по видам сопротивления за одно полное колебание показывает, что основным источником потерь является система призма—подушка. Очень характерен значительный рост потерь энергии в месте контакта призм и подушек при переходе от колебаний коромысла (одна система призма—подушка) к колебаниям коромысла с чашками (три системы призма—подушка). Потери, вызванные сопротивлением воздуха, составляют лишь 22—28% (т. е. меньше одной трети), а потери, вызванные сопротивлением в системах призма—

Таблица 2

№ фотографии	Давление воздуха в мм рт. ст.	Декремент (D)	1 - D <sup>2</sup>	Распределение потерь энергии в % на:		
				добное сопротивление	низкое сопротивление	в системах призма—подушка
Коромысло весов						
405	745,6	0,8369	0,2996			
406	0,1	0,8794	0,2267	24,4	20,9	54,7
408	0,0002	0,9144	0,1639			
Весы с ненагруженными чашками						
409	745,3	0,8656	0,2510			
410	0,08	0,8758	0,2330	7,2	14,6	78,2
411	0,0004	0,8965	0,1963			
Весы при нагрузке по 20 г на каждой чашке						
412	754,5	0,9096	0,1727			
413	0,06	0,9217	0,1505	12,1	9,7	78,2
414	0,0002	0,9300	0,1351			
Весы при нагрузке по 40 г на каждой чашке						
415	754,5	0,8954	0,1983			
416	0,1	0,9227	0,1486	25,1	3,8	71,1
418	0,0002	0,9268	0,1410			

подушка, составляют больше двух третей, являясь, таким образом, основными.

Это приводит к выводу о необходимости уделить большее внимание усовершенствованию системы призма—подушка по крайней мере с трех точек зрения:

- 1) соответствующего подбора материалов и правильного сочетания их в осуществляемых конструкциях;
- 2) разработки наиболее целесообразной конструкции;
- 3) усовершенствования технологии изготовления.

Решение этих задач в значительной степени освободит призмные весы от тех недостатков, которыми они сейчас обладают и, прежде всего, от их непостоянства.

Чем меньшими будут потери энергии в процессе колебаний весов, тем более близкими будут эти колебания к почти гармоническим, которые и следует считать устойчивыми колебаниями высокоточных весов. Возмущения этих колебаний возникают или вследствие нарушения аэродинамического режима, или вследствие изменения состояния в системах призма—подушка.

В современных весовых установках для точного взвешивания, в которых возможность нарушения аэродинамического режима сведена к минимуму, очень мало сделано для усовершенствования систем призма—подушка.

Обратимся к работам, проведенным в свое время Д. И. Менделеевым по исследованию колебаний весов в воздухе, разреженном воздухе и водороде [2].

При этих исследованиях Д. И. Менделеев поставил вопрос о том, как изменяются декремент и период колебаний весов при изменении:

- а) давления воздуха;
- б) силы внутреннего трения при колебаниях весов в газе;
- в) объема и формы (особенно горизонтальной проекции) взвешиваемых тел.

Результаты исследований Д. И. Менделеева на весах № 2 (Неметца) грузоподъемностью в 1 кг приводятся в табл. 3, 4, 5 и 6.

Таблица 3

Нагрузка весов в г	Плотность воздуха в мг/мл	Декремент	Время размаха в сек.	Давление воздуха в мм рт. ст.
607,4	1,203	1,0347	30,65	770
607,4	0,171	1,0320	30,55	110

Как видно из приведенных в табл. 3 результатов исследований, декремент колебаний уменьшается вместе с уменьшением давления воздуха (следует иметь в виду, что величина декремента в работе Д. И. Менделеева ( $D_m$ ) связана с величиной декремента в данной работе соотношением  $D_m = \frac{1}{\sqrt{D}}$ ).

Изменение декремента невелико, что вызвано, очевидно, небольшим сравнительно изменением давления. Д. И. Менделеев справедливо полагал, что при уменьшении давления до 110 и даже 5 мм рт. ст. вязкость воздуха полностью сохраняется. Не имея возможности получать разрежение в весах № 2 (Неметца) ниже 5 мм рт. ст., он, для исследования влияния вязкого трения на колебания весов, заполнял колокол весов водородом при давлении, равном атмосферному, откачав предварительно воздух. Результаты этих исследований представлены в табл. 4, взятой из отчета Д. И. Менделеева [2].

Таблица 4

№ наблюдений	P = 516 г		P = 0	
	1059—1060 и 1144—1145	1175—1177	1146—1178	
Атмосфера . . . . .	Воздух		Воздух	Водород
Вес литра (газа) . . . . .	1,229 и 1,211 0,044 и 0,050	0,083 0,050	1,211 —	0,083 —
Время размаха . . . . .	32,7 и 30,3	30,7	31,1	31,1
Декремент . . . . .	1,031 и 1,034	1,022	1,034	1,027

Декремент при замене воздуха водородом уменьшился, что и отмечается Д. И. Менделеевым. Это уменьшение вызвано, очевидно, не только уменьшением внутреннего трения, но также и значительным уменьшением плотности газа (приблизительно в 14 раз), что в свою очередь связано, как известно, со значительным уменьшением лобового сопротивления газа.

Интересно сопоставить результаты опытов Д. И. Менделеева над колебаниями весов в разреженном воздухе с опытами, которые описаны в настоящей работе (табл. 5). Здесь следует только оговориться, что последние опыты были проведены с весами малой грузоподъемности (20 г), колебания которых сравнительно быстро затухают, а поэтому и декремент колебаний ( $D_m$ ) для этих весов будет значительно больше декремента колебаний весов № 2 (Неметца), на которых проводились опыты Д. И. Менделеевым.

В этой таблице декремент колебания весов грузоподъемностью 20 г представлен в виде, удобном для сопоставления с результатами опытов Д. И. Менделеева. Приведенные в таблице данные о декременте колебаний весов при изменении давления воздуха показывают, что характер

Таблица 5

Результаты опытов Д. И. Менделеева		Результаты опытов, проведенных во ВНИИМ в 1933 г.	
Весы № 2 (Неметца) нагрузка 607,4 г		Вакуумные весы грузоподъемностью 20 г	
Давление воздуха в мм рт. ст.	Декремент	Давление воздуха в мм рт. ст.	Декремент
770	1,0347	Коромысло весов	
110	1,0320	745,5	1,1949
		0,1	1,1371
		0,0002	1,0936
		Весы с ненагруженными чашками	
		745,3	1,1554
		0,08	1,1418
		0,0004	1,1154
		Весы при нагрузке 20 г	
		754,5	1,0994
		0,06	1,0850
		0,0002	1,0753
		Весы при нагрузке 40 г	
		754,5	1,1168
		0,1	1,0837
		0,0002	1,0790

изменений  $D$  одинаков для весов разной грузоподъемности. При уменьшении давления воздуха уменьшается и декремент колебания весов. Эта закономерность в опытах с вакуумными весами выражена значительно лучше, чем в опытах с весами № 2 (Неметца), так как понижение давления воздуха в вакуумных весах достигало состояния глубокого вакуума, в то время как давление в весах № 2 (Неметца) понижалось лишь в семь раз (до 110 мм рт. ст.).

Для определения влияния миделевого сечения нагрузки, ее формы и объема на колебания весов № 2 Д. И. Менделеев провел ряд опытов, помещая на чашки весов пластинки из латуни площадью  $232,25 \text{ см}^2$ , цилиндры диаметром 8 см, высотой 12 см и этажерки тех же размеров, что и цилиндры, с тремя полками. Придав грузам форму этажерок, Д. И. Менделеев хотел проверить, как влияют их выступы и неровности на характер затухания колебаний весов. Результаты этих опытов по данным Д. И. Менделеева [2] приводятся в табл. 6.

Как видно из таблицы, наиболее резко на величине  $D$  сказывается изменение миделевого сечения. Замена гирь пластинками приводит к заметному увеличению периода и декремента колебаний, на что и обращает внимание Д. И. Менделеев, который пишет по этому поводу: "... Отсюда видно, что увеличение горизонтальной проекции взвешиваемого предмета послужило к увеличению декремента, и тем к большему, чем больше чувствительность (т. е. чем  $k$  меньше). Но особо примечательно возрастание времени размаха  $t$  при замене гирь пластинками" [2].

Менее закономерно выглядят опыты с цилиндрами, так как в этом случае декремент возрос, а время размаха колебаний уменьшилось. Изменение декремента объясняется ростом силы вязкого трения при увеличении боковой поверхности (для платиноиридиевой гири эта поверхность будет равна  $48 \text{ см}^2$ , а для цилиндра —  $301 \text{ см}^2$ ), т. е. поверхность увеличилась приблизительно в 6,5 раз. На продолжительность времени колебаний сказалось, очевидно, также изменение цены деления шкалы весов, равное 4%, что соответствует изменению полупериода колебаний весов на 2% или 0,89 сек. Прибавив эту величину к времени размаха при колебаниях весов с цилиндрами на чашках, мы будем иметь:  $43,9 + 0,89 \approx 44,8$  сек.

Таблица 6

№ опытов	Нагрузка весов	Плотность воздуха в мг/м <sup>3</sup>	Цена деления весов, в мг	Время одного размаха (полупериода в сек.)	Декремент
864	Гири	1,208	0,033	38,1	1,0220
865	Пластинка	1,194	0,033	39,7	1,0234
871—872	Гири	1,200	0,024	44,7	1,024
869, 870	Цилиндры		0,0247	43,9	1,021
1000, 1001	Гири на подставке	1,18	0,0238	44,5	1,017
1226	* * *	1,98	0,0518	29,8	1,03714
1227	Пустые этажерки	1,98	0,0518	29,7	1,03427
1229	Этажерки с гирей в 1 фунт на нижней полке	1,98	0,0747	30,2	1,03561
1230		1,98	0,0747	30,0	1,03103
1249	Этажерки с гирей в 1 фунт на верхней полке	1,196	0,0799	29,7	1,03339
1250		1,196	0,0799	29,4	1,03544
1239	Этажерки с гирей в 1 фунт на верхней полке левой этажерки и нижней полке правой этажерки	1,193	0,0761	30,0	1,03174
1240		1,193	0,0761	30,2	1,03182
1246		1,196	0,0775	29,6	1,03474
1247		1,196	0,0775	29,7	1,03146

Новое время полупериода (исправленное за счет изменения цены деления шкалы весов) придает результатам опытов с цилиндрами такой же характер, как и при опытах с пластинками. Сопоставление времени полупериода при переходе в опытах Д. И. Менделеева от гирь к пластинкам и от гирь к цилиндрам дает возможность установить, что увеличение времени полупериода в первом случае значительно больше (4 и 3,3%), чем во втором (0,7%). Отсюда следует сделать вывод, что наиболее существенным для процесса колебаний весов является лобовое сопротивление, роль же вязкого сопротивления более второстепенна.

Изменение формы взвешиваемого тела мало сказывается на полупериоде и декременте колебаний (по данным опытов Д. И. Менделеева), что вполне объясняется чрезвычайно малыми скоростями движения чашек весов. Эти скорости лежат в пределах 0,1 см/сек, а часто и в пределах 0,001 см/сек.

Исследование влияния миделевого сечения и вязкого трения на период и декремент колебаний весов при разной их чувствительности было проведено нами путем фотографической записи колебаний весов № 1 (фотограммы от 127 до 182). Площадь свободных чашек весов № 1 равна 51, 81 см<sup>2</sup>. Для увеличения миделевого сечения чашек на них накладывали кружки одинаковой массы площадью 254,3 см<sup>2</sup>. Для повышения внутреннего трения на чашки весов ставили цилиндры (той же массы, что и кружки) без верхнего и нижнего оснований. Вязкое трение создавалось на наружной и внутренней боковых поверхностях цилиндров. Добавочная величина поверхности трения была равна 1004 см<sup>2</sup> для каждой чашки, что увеличивает приблизительно в 6 раз поверхность трения по сравнению с той, которая имеется при ненагруженных чашках весов.

Чувствительность весов в процессе опытов изменялась с тем, чтобы проследить каково влияние сил сопротивления на период и декремент колебаний по мере уменьшения свободной энергии весов. Результаты исследования приведены в табл. 7.



Таблица 7

№ фотограмм	Чувствительность в рад/мгх $\times 10^8$	Начальный размах в рад/мгх $\times 10^8$	Ненагруженные чашки		Чашки с кружками		Чашки с цилиндрами	
			Период в сек.	Декремент	Период в сек.	Декремент	Период в сек.	Декремент
127	1,34	8,23	27,53	0,9870	—	—	—	—
129	1,31	8,33	—	—	27,72	0,9764	—	—
130	1,34	6,91	—	—	—	—	27,83	0,9775
131	1,48	7,06	28,58	0,9854	—	—	—	—
132	1,57	7,94	29,89	0,9845	—	—	—	—
133	1,55	7,39	—	—	30,13	0,9735	—	—
134	1,51	5,89	—	—	—	—	30,20	0,9781
135	1,57	24,82	30,00	0,9858	—	—	—	—
136	1,55	20,95	—	—	30,35	0,9745	—	—
137	1,70	6,30	31,10	0,9809	—	—	—	—
138	1,85	8,88	32,79	0,9791	—	—	—	—
140	1,90	6,23	—	—	32,95	0,9719	—	—
141	1,92	7,62	—	—	—	—	30,30	0,9725
143	2,13	6,60	34,63	0,9792	—	—	—	—
144	2,13	21,62	34,81	0,9793	—	—	—	—
145	2,42	6,85	37,17	0,9764	—	—	—	—
146	2,42	27,32	37,30	0,9778	—	—	—	—
147	2,45	6,37	—	—	37,46	0,9628	—	—
148	2,40	21,21	—	—	37,58	0,9654	—	—
149	2,55	9,17	—	—	—	—	37,66	0,9703
150	2,79	8,48	39,83	0,9737	—	—	—	—
151	2,80	25,62	40,32	0,9757	—	—	—	—
152	2,82	9,26	—	—	40,48	0,9616	—	—
153	2,82	21,34	—	—	40,64	0,9637	—	—
154	2,77	11,46	—	—	—	—	40,54	0,9675
155	3,33	8,23	43,56	0,9705	—	—	—	—
156	3,33	7,79	—	—	44,08	0,9568	—	—
157	3,27	8,89	—	—	44,06	0,9581	—	—
158	3,39	10,11	—	—	44,17	0,9601	—	—
159	3,32	9,87	—	—	—	—	44,32	0,9631
160	4,16	8,50	48,63	0,9668	—	—	—	—
161	4,16	11,16	—	—	49,19	0,9508	—	—
162	4,16	9,77	—	—	—	—	49,34	0,9574
163	2,34	8,32	36,30	0,96321	—	—	—	—
164	2,34	16,08	36,94	0,9624	—	—	—	—
166	2,35	9,34	—	—	36,72	0,9529	—	—
167	2,34	8,41	—	—	—	—	36,93	0,9574
168	2,34	24,01	—	—	—	—	37,16	0,9583
169	3,25	25,81	43,70	0,9606	—	—	—	—
170	3,26	26,43	—	—	43,90	0,9457	—	—
171	3,21	33,49	—	—	—	—	44,30	0,9553

№ фотограмм	Чувствительность в рад/мг × 10 <sup>8</sup>	Начальный размах в размахах × 10 <sup>8</sup>	Ненагруженные чашки		Чашки с кружками		Чашки с цилиндрами	
			Период в сек.	Декремент	Период в сек.	Декремент	Период в сек.	Декремент
172	4,21	24,06	51,54	0,9508	—	—	—	—
173	4,65	26,52	51,70	0,9517	—	—	—	—
174	4,72	24,92	—	—	52,32	0,9357	—	—
175	4,68	20,19	—	—	52,32	0,9358	—	—
176	4,76	37,49	—	—	—	—	53,14	0,9468
177	6,42	22,16	60,29	0,9383	—	—	—	—
178	6,61	32,39	61,45	0,9243	—	—	—	—
179	7,30	20,35	—	—	61,88	0,9202	—	—
180	10,64	36,80	78,40	0,9068	—	—	—	—
181	11,12	27,32	—	—	78,08	0,8924	—	—
182	16,59	31,85	120,93	0,7608	—	—	—	—
183	не установлена	33,68	125,77	0,7793	—	—	—	—
184	—	24,99	233,92	0,2927	—	—	—	—

При рассмотрении табл. 7 следует отметить, что период колебаний весов возрастает с увеличением как лобового, так и вязкого сопротивлений воздуха, но столь большое изменение периода не может быть объяснено лишь ростом диссипативных сил.

Период колебаний связан квадратичной зависимостью с чувствительностью весов:

$$E \sim T^2 \text{ или } \gamma E = T^2,$$

где величина  $\gamma$  включает влияние всех конструктивных параметров весов и их нагрузок.

В нашем случае  $\gamma = \text{const}$ , так как в процессе исследования ни конструктивные параметры весов, ни их нагрузки не изменялись.

Следует отметить, что чувствительность весов для фотограммы 129 оказалась ниже, чем для фотограммы 127 и 130.

Пользуясь формулой  $\gamma E = T^2$ , сделаем соответствующий пересчет, в результате которого будем иметь для фотограммы 129  $T = 28,03$  сек., вместо  $T = 27,72$  сек. Для одной и той же чувствительности ( $1,34 \cdot 10^{-8}$  рад/мг) получим следующие периоды:

- 1) ненагруженные чашки (фотограмма 127)  $T = 27,53$  сек.;
- 2) чашки с кружками ( " 129)  $T = 28,03$  сек.;
- 3) чашки с цилиндрами ( " 130)  $T = 27,83$  сек.;

Такое большое различие в периодах не может быть объяснено ни возрастанием сопротивления, ни погрешностью измерения периода (которая не более  $\pm 0,02$  сек.), ни некоторым различием в амплитудах колебаний.

Влияние сил сопротивления на величину периода невелико, и может быть учтено на основании уравнения:

$$T_c = \frac{T_n}{\sqrt{1 + 0,0253 \lambda^2}},$$

где  $T_c$  — период собственных колебаний;

$T_n$  — наблюдаемый период колебаний;

$\lambda$  — логарифмический декремент колебаний.

Расчет, сделанный на основании этого уравнения, показывает, что при реальных декрементах колебаний точных весов этой поправкой вполне можно пренебречь, так как она составляет лишь незначительную часть наблюдаемой разницы в периодах. Изменение периода колебаний, наблюдаемое в этих опытах, зависит, очевидно, от нестационарных сил, возникающих в местах контакта призм и подушек.

Для характеристики сил сопротивления, скоростей движения, величины энергии, рассеиваемой за одно полное колебание, и величины коэффициента сопротивления положим силу сопротивления пропорциональной скорости в первой степени, что несомненно соответствует действительности и подтверждается всем ходом данного исследования.

Итак, полагаем:

$$f = -rv, \quad (9)$$

где  $f$  — сила сопротивления;

$r$  — коэффициент сопротивления;

$v$  — скорость.

Уравнение движения в этом случае будет иметь вид:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - rv. \quad (10)$$

где  $k$  — упругий или квазиупругий коэффициент.

Дифференциальное уравнение изменения энергии за счет работы сил сопротивления примет при этом следующий вид:

$$dW = -rv^2 dt. \quad (11)$$

За период колебаний энергия изменится на величину:

$$W_T = -r \int_0^T v^2 dt. \quad (12)$$

Принимая движение за почти гармоническое, на что дает нам право малое затухание колебаний весов, будем иметь:

$$v = v_0 \cos \omega t, \quad (13)$$

где  $v_0$  — максимальное значение скорости.

Теперь  $W_T = -r \int_0^T v_0^2 \cos^2 \omega t dt$ .

После интегрирования получим:

$$W_T = -\frac{rv_0^2 T}{2}. \quad (14)$$

Подсчитаем величины  $r$ ,  $f$  и  $W_T$  для фотограмм 127, 129 и 130.

Для расчета величины  $r$  воспользуемся известными из теории колебаний соотношениями:

$$\lambda = \ln \frac{A_1}{A_2} \quad \text{и} \quad r = 2 \frac{\lambda}{T} \cdot m, \quad (15)$$

где  $\lambda$  — логарифмический декремент колебаний;

$A_1$  и  $A_2$  — амплитуды двух колебаний, отличающихся по фазе на  $2\pi$ ;

$m$  — масса колеблющегося тела.

В нашем случае в колебаниях участвовали коромысло и чашки весов. Для коромысла весов № 1 радиус инерции (по опытным определениям)  $\rho = 10,12$  см, а для чашек с подвесками он равен длине плеча  $a = 17,90$  см. Приведем массу к одному радиусу инерции, равному  $a$ . Масса обеих чашек с подвесками равна  $m_1 = 553,72$  г, а масса коромысла  $m_2 = 677,67$  г.

Общая приведенная масса может быть вычислена из выражения:

$$m = m_1 + \frac{m_2 e^2}{a^2}. \quad (16)$$

После подстановки величин  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $e$  и  $a$ , будем иметь:  $m = 770,49$  г.  
Для фотограммы 127  $D = 0,9870$ ,  $\lambda = -0,01308$  и  $T = 27,53$  сек., следовательно,

$$r = -2 \cdot \frac{0,01308 \cdot 770,49}{27,53} = -0,732 \text{ г/сек.}$$

Для вычисления силы / необходимо знать величину

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega \sin \omega t,$$

где  $A$  — амплитуда колебаний.

Величина  $A$  может быть определена путем измерения ординаты непосредственно по фотограмме 127. Для первого колебания  $A_1 = 0,0741$  см, значение  $\omega$  определяется из  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ . После подстановки будем иметь  $\omega = 0,228$  сек.<sup>-1</sup>. Скорость  $v_0 = v_{\text{макс.}} = A_1 \omega = 0,0741 \cdot 0,228 = 0,0169$  см/сек. Наибольшее значение силы сопротивления для первого колебания будет  $f = -0,732 \cdot 0,0169 = -0,0124$  дин.

Энергия, рассеянная за первое колебание, согласно ф-ле (13) равна:

$$W_T = \frac{-0,732 \cdot (0,0169)^2 \cdot 27,53}{2} = 0,00287 = 0,0029 \text{ эрга.}$$

Результаты расчетов показывают, что в процессе колебаний весов № 1 с ненагруженными чашками на них действуют очень малые силы сопротивления (порядка 0,01 дин).

Полученное значение силы складывается из сопротивлений в системе призма—подушка (их три) и лобового и вязкого сопротивлений воздуха.

Как распределяются эти силы между тремя видами сопротивлений, можно судить, сделав вычисления, выполненные ранее для фотограмм 127, 129 и 130. Результаты вычислений приведены в табл. 8.

Таблица 8

№ фотограмм	$D$	$\lambda$	$A_1$	$V_0$	$r$	$f$	$W_T$
127	0,9870	-0,0131	0,0741	0,0169	-0,732	-0,0124	0,0029
130	0,9775	-0,0222	0,0621	0,0140	-1,231	-0,0172	0,0033
129	0,9764	-0,0243	0,0757	0,0171	-1,350	0,0231	0,0056

Из таблицы видно, что лобовое сопротивление воздуха существеннее, чем вязкое. Однако для более строгого сравнения данных этой таблицы необходимо привести их к одной амплитуде колебаний, поскольку  $v_0$ ,  $f$  и  $W_T$  являются ее функциями.

Величины  $D$  и  $\lambda$  незначительно зависят от амплитуды и их пересчет необходимо сделать в том случае, если бы амплитуды колебаний в фотограммах 127, 129 и 130 резко отличались между собой, что не имеет места в действительности.

Приведем все колебания к амплитуде 0,0741 см, руководствуясь соображениями, что  $v_0$  и  $f$  прямопропорциональны амплитуде, а  $W_T$  — амплитуде в квадрате (табл. 9).

Таблица 9

№ фотограмм	$D$	$\lambda$	$A_1$	$v_0$	$r$	$f$	$W_T$
127	0,9870	-0,0131	0,0741	0,0169	-0,732	-0,0124	0,0029
130	0,9775	-0,0222	0,0741	0,0167	-1,231	-0,0205	0,0048
129	0,9764	-0,0243	0,0741	0,0167	-1,350	-0,0226	0,0052

Как в табл. 8, так и в табл. 9 порядок расположения фотограмм принят для нарастающих величин, характеризующих сопротивление движению ( $r$  и  $f$ ).

После приведения величин  $v$ ,  $f$  и  $W_T$  к одной амплитуде для всех трех фотограмм общий характер изменений этих величин остался прежним (как и в табл. 8), но сблизилась величины, характеризующие силы сопротивления при условии вязкого трения и лобового сопротивления.

В результате расчетов по ф-лам (12), (13) и (14) были получены сотни (около 220) значений  $A$ ,  $v_0$ ,  $\lambda$ ,  $r$ ,  $f$  и  $W_T$  для весов различной грузоподъемности (от 20 г до 50 кг). Данные всех этих вычислений хорошо согласуются между собой.

При повышении центра тяжести коромысла период его колебаний увеличивается, что ведет к уменьшению скорости движения коромысла и чашек весов.

Для фотограммы 114 наибольшая скорость движения коромысла 0,008 см/сек, а для фотограммы 119—0,0014 см/сек. С уменьшением скорости движения возрастает коэффициент сопротивления, что особенно хорошо заметно, начиная с фотограммы 114 (табл. 10).

Сила сопротивления в этом случае измеряется в тысячных долях дин и зависит от амплитуды колебаний.

Существенно было сравнить величину рассеиваемой за одно колебание энергии, подсчитанную по ф-ле (13), с величиной, полученной непосредственно из эксперимента. Подобного рода сравнение было сделано для сотен колебаний и дало очень хорошие совпадения. Например, для первых двадцати колебаний по фотограмме 107 (весы № 1) средняя энергия, рассеянная за одно колебание, по экспериментальным определениям равна 0,00076 эрга, а рассчитанная по ф-ле (13)—0,00077 эрга. Для фотограммы 108 соответственно—0,00083 и 0,00081 эрга. Для фотограммы 115 имеется полное совпадение (0,00031 эрга) в том и другом случае.

Такое совпадение теоретических расчетов с экспериментальными определениями подтверждает справедливость сделанного допущения о пропорциональности сил сопротивления, возникающих при колебаниях весов, скорости движения, что еще раз свидетельствует также об отсутствии сухого трения в системах призма—подушка.

Для иллюстрации закона пропорциональности сил сопротивления скорости или энергии, рассеиваемой за одно колебание, квадрату скорости или амплитуды, по результатам экспериментальных исследований составлена табл. 11.

В этой таблице взято отношение амплитуд или скоростей двух колебаний (номера которых проставлены в графе 2 таблицы). По этому же

Таблица 10

№ фотограмм	Чувствительность в рад/кг	Величина $r$ в г/сек
114	0,00343	0,691
115	0,00416	0,807
116	0,00575	0,814
117	0,00890	0,857
118	0,01506	1,314
119	определять не удалось	5,014

Таблица 11

№ фотографии	№ колебаний	Отношение амплитуд	Квадрат относительной амплитуды	Отношение скоростей	Квадрат относительной скорости	Отношение сил сопротивления	Отношение величин энергии, рассеиваемых за 1 период
I. Коромысло весов							
107	1-21	1,13	1,28	1,13	1,28	1,15	1,28
108	1-21	1,13	1,28	1,14	1,30	1,15	1,30
109	1-21	1,14	1,30	1,15	1,32	1,44	1,54
110	1-21	1,13	1,28	1,14	1,30	1,14	1,46
111	1-21	1,15	1,32	1,17	1,37	1,18	1,36
112	1-21	1,19	1,42	1,19	1,42	1,33	1,61
113	1-21	1,21	1,46	1,21	1,46	1,21	1,48
114	1-21	1,28	1,64	1,27	1,61	1,33	1,65
115	1-21	1,37	1,88	1,37	1,88	1,54	2,10
116	1-21	1,43	2,04	1,44	2,07	1,70	2,20
117	1-21	1,60	2,56	1,55	2,40	1,61	2,58
118	1-11	2,50	6,25	2,40	5,76	2,94	7,17
119	1-2	4,05	16,48	3,50	12,25	8,51	18,75
II. Коромысло с ненагруженными чашками							
155	1-11	1,88	3,53	1,86	3,46	2,27	4,20
160	1-11	2,03	4,12	2,04	4,16	2,20	4,55
163	1-11	2,19	4,80	2,20	4,84	2,18	4,80
169	1-11	2,30	5,29	2,31	5,34	2,58	5,15
173	1-11	2,74	7,51	2,74	7,51	3,10	8,57
180	1-10	2,55	6,50	2,55	6,50	2,55	6,66
182	1-6	4,95	24,50	4,64	21,53	4,13	20,47
184	1-2	4,97	24,70	4,17	17,39	4,93	24,51
III. Чашки с кружками							
156	1-11	2,59	6,70	2,68	7,18	3,35	8,78
161	1-11	2,79	7,78	2,72	7,40	2,82	7,78
166	1-11	2,77	7,67	2,77	7,67	3,15	9,70
170	1-11	2,36	5,57	2,35	5,52	2,38	5,62
174	1-10	2,77	7,67	2,83	8,01	2,85	7,93
181	1-10	3,62	13,10	3,62	13,10	3,63	13,20
IV. Чашки с цилиндрами							
159	1-11	2,15	4,62	2,15	4,62	2,21	4,78
162	1-11	1,62	2,62	1,62	2,62	1,71	2,80
167	1-11	2,48	6,15	2,48	6,15	2,61	6,51
171	1-11	2,53	6,40	2,52	6,35	2,62	6,65
175	1-11	1,67	2,79	1,66	2,76	1,68	2,78

признаку составлены отношения сил сопротивления и величин энергии, рассеиваемой весами за 1 период.

Анализируя результаты расчетов, представленных в табл. 11, можно сделать заключение, что силы сопротивления, действующие при колебаниях весов, пропорциональны амплитуде или скорости движения. Это значит, что в момент прекращения колебаний ( $A \rightarrow 0$  и  $v \rightarrow 0$ ) силы сопротивления будут равны нулю ( $f=0$ ). Рассеяние энергии за одно колебание пропорционально квадрату амплитуды или квадрату скорости.

Как в отношении сил сопротивления, так и в отношении рассеиваемой за одно колебание энергии, следует отметить, что имеются отступления от указанной выше закономерности: иногда лучше выполняется закон пропорциональности амплитуде (для сил) квадрату амплитуды (для энергии), а иногда такая же закономерность, но к скорости. Отступления зависят от флуктуаций диссипативных и консервативных сил, наблюдаемых

в процессе колебаний. Флуктуации диссипативных сил вызывают изменение величины декремента колебаний, а флуктуации консервативных сил влияют на период колебаний.

Иногда это приводит к довольно сильному нарушению стройности рядов (фотограммы 109, 119, 166, 182, 184). Особенно устойчивы колебания весов, когда на чашках находятся цилиндры. Изменение скоростей в этом случае совпадает с изменением амплитуд, что свидетельствует о хорошем постоянстве периода колебаний, т. е. незначительных флуктуациях консервативных сил.

Изменение же диссипативных сил в процессе колебаний несомненно имело место, о чем свидетельствует заметное отклонение отношений сил сопротивления от отношения амплитуд и скоростей.

В общем же, данные табл. 11 показывают, что колебания весов № 1 могут быть вполне обоснованно отнесены к почти гармоническим, так как для них достаточно хорошо соблюдаются соотношения, вытекающие из законов гармонических колебаний.

При смазке призмы и подушки глицерином (фотограмма 309) зависимость сил сопротивления и рассеяния энергии за 1 период от амплитуды и скорости движения сохраняется, хотя затухание в этом случае сильно возрастает и колебания быстро прекращаются. Это же можно наблюдать при замене подушек под опорной призмой весов (жестких более мягкими).

Окончательное представление о законе зависимости сил сопротивления и рассеяния энергии колебаний за счет сопротивлений в месте контакта призм и подушек можно составить на основании материалов исследования колебаний весов в глубоком вакууме (табл. 12).

Таблица 12

№ фотограмм	№ колебаний	Отношение амплитуд	Квадрат отношения амплитуд	Отношение скоростей	Квадрат отношения скоростей	Отношение сил сопротивления	Отношение энергии рассеяния на 1 период
405	1-6	1,86	3,46	1,86	3,46	1,56	2,91
406	1-6	1,59	2,53	1,59	2,53	1,29	2,07
408	1-6	1,41	2,00	1,41	2,00	1,29	1,82
409	1-6	1,76	3,10	1,76	3,10	1,50	2,62
410	1-6	1,65	2,72	1,65	2,72	1,38	2,27
411	1-6	1,54	2,37	1,54	2,37	1,36	2,10
412	1-6	1,50	2,25	1,50	2,25	1,35	2,01
413	1-6	1,46	2,13	1,46	2,13	1,41	2,06
414	1-6	1,40	1,96	1,40	1,96	1,34	1,88
415	1-6	1,75	3,06	1,75	3,06	1,83	3,22
416	1-6	1,49	2,22	1,49	2,22	1,43	2,13
418	1-6	1,43	2,04	1,43	2,04	1,39	2,00

Как видно из приведенных в таблице результатов, закон пропорциональности сил сопротивления амплитуде или скорости и пропорциональности рассеяния энергии за одно колебание квадрату амплитуды или скорости наиболее хорошо соблюдается при колебаниях весов в глубоком вакууме (фотограммы 408, 411, 414 и 418), когда сопротивления воздуха колебаниям практически отсутствует.

Это убеждает нас в правильности ранее сделанного заключения, что силы сопротивления в месте контакта призм и подушек пропорциональны

скорости или амплитуде колебаний, а рассеяние энергии за период колебаний — квадрату скорости или квадрату амплитуды колебаний.

Результаты исследований, приведенные в этой статье, дают возможность сделать следующие выводы.

1. Сопротивление колебаниям весов в значительной степени зависит от сопротивления движению в месте контакта призм и подушек. Для опытных весов грузоподъемностью в 20 г сопротивление в месте контакта призм и подушек составляет около двух третей всего сопротивления колебаниям и является, таким образом, главной составляющей всех сил сопротивления.

2. Характер кривой затухания колебаний весов в глубоком вакууме свидетельствует о зависимости сил сопротивления в месте контакта призм и подушек от скорости и амплитуды колебаний, что в свою очередь говорит об отсутствии в системе призма—подушка сухого трения.

3. Общее сопротивление колебаниям весов со стороны воздуха и в месте контакта призм и подушек прямо пропорционально амплитуде или скорости, а рассеяние энергии за один период — квадрату амплитуды или скорости.

4. Введение в месте контакта призм и подушек различных жидкостей вызывает значительное изменение диссипативных сил, вследствие чего колебания быстро затухают, но действующие при этом силы сопротивления и величина рассеиваемой за 1 период колебаний энергии подчиняются закону пропорциональности амплитуде и скорости колебаний. Этот вывод справедлив и при переходе от жестких (агатовых, стальных) к более мягким (эбонитовым, латунным) подушкам под опорной призмой весов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Доброхотов А. Н., Рычажные весы, Стандартгиз, 1939.
2. Менделеев Д. И., Опытное исследование колебаний весов и возобновление прототипа или основной образцовой русской меры массы 1883—1898 гг., ГНТИ, Ленхимсектор, Л., 1931.



## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗОНЫ ЗАСТОЯ ТОЧНЫХ ВЕСОВ

В настоящее время все чаще применяют весы с успокоителями колебаний. В связи с этим большое значение приобретает вопрос о зоне застоя весов, так как точность взвешивания на весах с успокоителями колебаний будет зависеть от ширины этой зоны.

При наличии постоянного трения в местах контакта призм и подушек, коромысло весов, выведенное из положения равновесия, после затухания колебаний не возвратится в прежнее положение равновесия, а остановится вблизи него по ту или другую сторону, в зависимости от того, с какой стороны коромысло к нему подойдет.

Остановка коромысла произойдет тогда, когда действующий на него момент постоянного трения будет равен восстанавливающему моменту.

Угол, в пределах которого возможна остановка коромысла весов после затухания колебаний, назовем зоной застоя.

Автор настоящей статьи произвел исследование зоны застоя точных весов лаборатории мер массы ВНИИМ, не имеющих успокоителей колебаний, грузоподъемностью в 1 кг (весы № 8 Рупрехта), 200 г (экспериментальные весы типа АДВ-200) и 2 г (метрологические весы).

Для исследования зоны застоя необходимо было применить отсчетное приспособление с объективным отсчетом, обладающее большой чувствительностью. В качестве такого отсчетного приспособления был использован фоторегистр<sup>1</sup>.

Исследование зоны застоя осуществлялось следующим образом. После затухания колебаний весов, освобожденных от арретира, производили запись статического положения их равновесия на ленте фоторегистра. Затем весы вновь приводили в состояние колебаний и снова записывали статическое равновесие после затухания колебаний. Так повторяли от 5 до 6 раз. Все статические положения равновесия записывали на одну фотоленту, на которой также производилась запись сигналов времени от кварцевого генератора частоты (для определения периода колебаний весов). Одновременно линия отметок времени служила осью абсцисс, что давало возможность производить расшифровку фотограмм.

Расстояния между линией отметок времени и линией статического положения равновесия весов на одной и той же фотоленте должны оставаться постоянными, если зона застоя отсутствует.

Эти расстояния измерялись с точностью 0,04 мм, что давало возможность установить ширину зоны застоя с точностью до 0,8—0,7°.

Опыты по определению зоны застоя весов № 8 Рупрехта производились при колебаниях ненагруженного коромысла. Призмы этих весов изготовлены из закаленной стали; конструкция держателя опорной

<sup>1</sup> Кожош Г. Д., Труды ВНИИМ, вып. 2 (57), 1947, стр. 25.

подушки позволяла производить ее замену, благодаря чему была возможность исследовать зону застоя при установке опорных подушек из закаленной стали, корунда и агата.

Наряду с записью статического положения равновесия на фотоленте производилась запись колебаний весов. Это позволило определить период колебаний коромысла с высокой точностью, а по нему рассчитать момент устойчивости весов при данном опыте.

Под моментом устойчивости весов мы понимаем величину:

$$M_1 c + 2M_2 c_1 + (M_1 + 4M_2) \varepsilon,$$

где  $M_1$  — масса коромысла;  
 $2M_2$  — общая масса грузов на правом и левом плечах коромысла;  
 $c$  — расстояние между центром тяжести коромысла и линией опоры;  
 $c_1$  — „просвет“ между призмами;  
 $(M_1 + 4M_2) \varepsilon$  — момент устойчивости упругих сил, действующих в местах контакта призм с подушками.

Расчет момента устойчивости весов производился по ф-ле:

$$M_{уст} = \frac{4\pi^2 M_1 g^2}{g T^2}, \quad (1)$$

где  $M_1$  — масса коромысла;  
 $g$  — радиус инерции коромысла;  
 $g$  — ускорение силы тяжести;  
 $T$  — период колебаний весов.

Условия, при которых производились опыты на весах № 8 Рупрехта, приведены в табл. 1.

Таблица 1

№ фотографии	Материал опорной подушки	Период в сек.	Момент устойчивости в г см	Момент постоянного трения в Г см
1	Агат	25,41	4,476	0,0000198
2	Корунд	26,20	4,209	0,0000186
3	Закаленная сталь	24,83	4,667	0,0000206
4	" "	25,04	4,667	0,0000203
5	Агат	24,28	4,905	0,0000216

Величина момента постоянного трения вычислялась по формуле (3), приведенной ниже.

На рис. 1 изображены фотографии 1, 2, 3, 4 и 5, записанные при исследовании зоны застоя весов № 8 Рупрехта. Пунктирной линией обозначены отметки времени, сплошной — статическое положение равновесия весов.

Опыты по исследованию зоны застоя экспериментальных весов типа АДВ-200 грузоподъемностью 200 г производились как при колебаниях ненагруженного коромысла, так и при колебаниях коромысла с чашками и нагрузкой. Конструкция держателей призм и подушек этих весов также позволяла их замену. Условия, при которых производились опыты на экспериментальных весах типа АДВ-200, приведены в табл. 2.

Фотограмма 1

Фотограмма 2

Фотограмма 3

Фотограмма 4

Фотограмма 5

Рис. 1. Фотограммы, полученные при исследовании зоны застоя весов № 8 Рупрехта.

Таблица 2

Составные весов	№ фотограммы	Получены из агата			
		Материал пружины	Период в сек.	Момент устойчивости в г·см	Момент постоянного трения в г·см
Коромысло	6	Агат	16,18	1,156	0,0000039
"	7	"	16,18	1,156	0,0000039
"	8	"	11,95	2,117	0,0000072
Коромысло с чашками	9	"	18,85	3,619	0,0000122
Коромысло	10	Закаленная сталь	8,47	4,217	0,0000143
Коромысло с чашками	11	"	27,02	1,885	0,0000053
"	12	"	21,60	2,878	0,0000097

Значения моментов устойчивости при колебаниях коромысла с чашками, приведенные в табл. 2, рассчитаны на основании периода колебаний весов по формуле:

$$M_{уст} = \frac{4l^2 (M_1 g^2 + 2M_2 g^2)}{gT^2}, \quad (2)$$

где  $2M_2$  — общая масса грузов на правом и левом плечах коромысла;  
 $l$  — длина плеча коромысла.

На рис. 2 приведены фотографии 8, 9, 11 и 12, записанные при исследовании зоны застоя экспериментальных весов типа АДВ-200. Пунктирной линией обозначены отметки времени, сплошной — статическое положение равновесия весов.

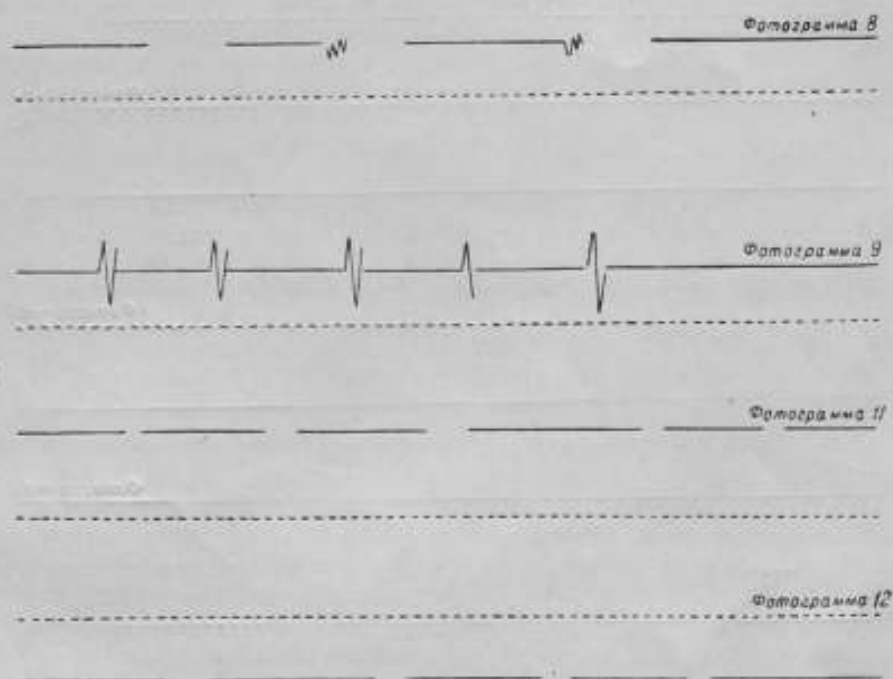


Рис. 2. Фотографии, полученные при исследовании зоны застоя весов типа АДВ-200.

Исследование зоны застоя весов грузоподъемностью 2 г производилось на весах со стальными призмами и корнеоловыми подушками. Условия, при которых осуществлялись опыты на этих весах, приведены в табл. 3.

Таблица 3

№ фотографии	Состояние весов	Период в сек.	Момент устойчивости в г см	Момент постоянного трения в Г см
13	Коромысло с чашками	5,98	0,154	
14		5,98	0,154	
15		5,98	0,154	
16	Ненагруженное коромысло	3,78	0,805	0,000000312
17		3,78	0,805	0,000000312
18		3,78	0,805	0,000000312

Во время опытов выяснилось, что при колебаниях коромысла, нагруженного чашками, весы не приходят в статическое состояние: после значительного затухания колебаний, которое происходит очень быстро (через 15—20 мин.), колебания весов вновь возбуждаются, затем затухают и снова возбуждаются. Очевидно, причиной этого являлись колебания здания, передаваемые через подставку и колонку весов коромыслу, а также нарушения аэродинамического режима.

Когда чашки с подвесками были сняты с коромысла, то его колебания через некоторое время прекратились и весы пришли в статическое

состояние. Поэтому зону застоя этих весов пришлось исследовать только при колебаниях коромысла без чашек

Произведенные опыты показали, что все исследованные весы, выведенные из статического положения равновесия, после затухания колебаний коромысла возвращаются в прежнее статическое положение равновесия в пределах ошибки расшифровки фотограмм, равной  $0,8-0,7''$ . Иначе говоря, зона застоя точных весов грузоподъемностью от 2 г до 1 кг при тех малых колебаниях коромысла, которые мы имеем на практике, если и существует, то ширина ее меньше  $0,8-0,7''$ .

Одно деление шкалы эталонных весов № 1 Рупрехта отвечает углу отклонения коромысла, равному  $44,84''$ . Погрешность отсчета, соответствующая 0,1 деления шкалы этих весов, равна  $4,48''$ .

Таким образом, зона застоя лежит далеко за пределами точности отсчета применяемых весов.

Момент постоянного трения, действующий на коромысло весов, может быть подсчитан, если исходить из следующих допущений:

а) острие призмы представляет собой часть цилиндрической поверхности;

б) при колебаниях коромысла призма перекачивается по подушке.

Расчет момента постоянного трения произведен по известной формуле:

$$M_{\text{тр}} = M_{\text{уст}} \cdot \varphi_0 \cdot g, \quad (3)$$

где  $\varphi_0$  — ширина зоны застоя.

При этом ширину зоны застоя принимали равной точности ее определения, т. е.  $0,7-0,8''$ .

В табл. 1, 2, 3 приведены рассчитанные таким образом значения момента постоянного трения, которые оказались очень малыми. Действительный момент постоянного трения может быть только меньше вычисленной величины. Это дает право с достаточной степенью достоверности утверждать, что постоянное трение в системе призма—подушка точных весов или отсутствует, или настолько мало, что практически не оказывает влияния на процесс колебаний весов. Силы сопротивления, возникающие в местах контакта призм с подушками при колебаниях коромысла, пропорциональны скорости и аналогичны вязкому трению.

## К ВОПРОСУ О ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИЗМЕННЫХ ВЕСОВ

Для расчета чувствительности призмённых весов пользуются формулой:

$$E = \frac{l}{M_1 c + 2M_2 c_1}, \quad (1)$$

где  $M_1$  — масса коромысла;

$l$  — длина плеча коромысла;

$2M_2$  — общая масса грузов на правом и левом плечах коромысла;

$c$  — расстояние между линией опоры центральной призмы и центром тяжести коромысла;

$c_1$  — „просвет“ между центральной и концевыми призмами.

Эта формула не учитывает влияния на чувствительность весов сил, действующих в местах контактов призм с подушками при колебаниях коромысла.

Между тем, еще в 90-х годах прошлого столетия, Д. И. Менделеев [1] обратил внимание на то, что „упругие свойства острия и подушки и их твердость играют явную роль в явлениях колебания, подобно тому, как это замечается при колебаниях, когда вместо ножа взята гибкая пружина, а вместо подушки — упругая перепонка“, и начал большую работу по исследованию явлений, возникающих в местах контактов призм с подушками при колебаниях весов.

И. В. Коробочкин [2] сделал попытку теоретически объяснить ряд явлений, наблюдавшихся Д. И. Менделеевым, и ввел в формулу восстанавливающего момента дополнительный член — момент упругих сил, действующих в местах контактов призм с подушками.

Формула чувствительности принимает в этом случае вид:

$$E = \frac{l}{M_1 c + 2M_2 c_1 + (M_1 + 4M_2) \varepsilon}, \quad (2)$$

где  $(M_1 + 4M_2) \varepsilon$  — момент устойчивости за счет упругих сил.

В период с 1948 по 1954 гг. во ВНИИМ был проведен ряд исследований влияния контактных сил на процесс колебания весов и маятников. Результатам исследований автора по установлению влияния этих сил на чувствительность весов и посвящена настоящая статья.

Выражение, стоящее в знаменателе ф-лы (2), назовем моментом устойчивости и перепишем формулу следующим образом:

$$E = \frac{l}{M_{уст}}, \quad (3)$$

Основным способом повышения чувствительности весов является уменьшение расстояния между центром тяжести их колеблющейся системы и

линией опоры, т. е. уменьшение момента устойчивости весов. Д. И. Менделеев, а позднее С. Д. Гидаспов заметили, что при этом точность взвешивания увеличивается только до определенного предела повышения чувствительности, после чего она не возрастает, а уменьшается, вследствие резкого повышения непостоянства показаний весов.

Возникает вопрос о выборе оптимальной чувствительности весов, при которой может быть получена наибольшая точность взвешивания.

В 1932 г. С. Д. Гидаспов проводил опыты по определению оптимальной чувствительности четырех аналитических весов грузоподъемностью 200 г и одних — грузоподъемностью 20 г. Для этого он производил 20-кратное сличение двух гирь при определенной чувствительности весов. Затем, уменьшением восстанавливающего момента весов, он повышал их чувствительность и вновь производил 20-кратное сличение гирь. После четырех-пяти серий опытов для одних и тех же весов, он рассчитывал наибольшую возможную погрешность определения массы при каждом значении чувствительности. Из этих опытов С. Д. Гидаспов сделал вывод, что оптимальное значение чувствительности близко: для весов грузоподъемностью 200 г —  $0,0179 \text{ рад/мг}$ , для весов грузоподъемностью 20 г —  $0,068 \text{ рад/мг}$ .

Из сказанного ясно, что такой метод определения оптимальной чувствительности весов очень трудоемок и применим

только для исследования готовых весов. Однако примерное значение оптимальной чувствительности можно определить значительно проще. При повышении чувствительности весов методом уменьшения момента устойчивости длина плеча коромысла остается постоянной, поэтому зависимость чувствительности весов от величины момента устойчивости графически можно представить равноугольной гиперболой.

Оси  $E$  и  $M_{уст}$  будут асимптотами этой гиперболы.

На рис. 1, 2 и 3 представлена зависимость чувствительности от величины момента устойчивости аналитических весов „Госметр“, „Рупрехт“ и „Техновес“ грузоподъемностью 200 г и микроаналитических весов ВИМС грузоподъемностью 20 г.

Из рисунков следует, что в области, лежащей значительно ниже вершины гиперболы А, большим изменениям  $M_{уст}$  соответствуют малые изменения чувствительности весов. В этой области погрешность взвешивания определяется погрешностями отсчета отклонений коромысла. Точность единичного отсчета 0,1 деления. Так как чувствительность весов низкая, а следовательно, цена деления большая, то 0,1 деления в долях массы представляет значительную величину. В этой области нестабильность момента устойчивости не играет роли.

Область, лежащая значительно выше вершины гиперболы, характеризуется тем, что здесь малым изменениям момента устойчивости соот-

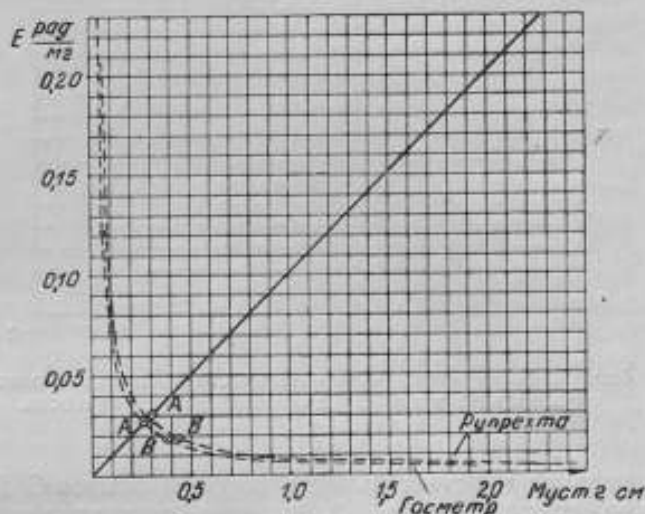


Рис. 1. Зависимость чувствительности весов „Госметр“ и „Рупрехт“ грузоподъемностью 200 г от момента устойчивости.

ветствуют значительные изменения чувствительности весов и погрешность взвешивания будет определяться нестабильностью момента устойчивости. Вариации момента устойчивости, вызванные арретированием весов и

другими причинами, приведут к значительному изменению чувствительности весов, что в свою очередь вызовет большое непостоянство их показаний и снижение точности взвешивания. Оптимальная чувствительность данных весов находится близ вершины гиперболы. Возможность повышения чувствительности весов в этой области зависит от стабильности момента устойчивости.

Наши теоретические выводы хорошо подтверждаются вышеописанными опытами С. Д. Гидаспова, по результатам которых и построены графики на рис. 1, 2 и 3. Оптимальная чувствительность весов из опытов С. Д. Гидаспова, обозначенная на графиках через *B*, во всех случаях лежит в области вершины гиперболы.

Рис. 2. Зависимость чувствительности весов „Техновес“ грузоподъемностью 200 г от момента устойчивости.

максимальная чувствительность весов из опытов С. Д. Гидаспова, обозначенная на графиках через *B*, во всех случаях лежит в области вершины гиперболы.

Момент устойчивости весов складывается из:

- а) момента устойчивости от сил тяжести;
- б) момента устойчивости от сил, действующих в местах контакта призм с подушками.

С точки зрения повышения чувствительности и постоянства весов важно, чтобы момент их устойчивости был меньше и стабильнее. Наименее изученной является составляющая момента устойчивости от сил, действующих в местах контакта призм с подушками. Исследование зависимости чувствительности и постоянства показаний весов от этой составляющей момента устойчивости проводилось в двух направлениях:

1. Изучение зависимости чувствительности весов от сил, действующих

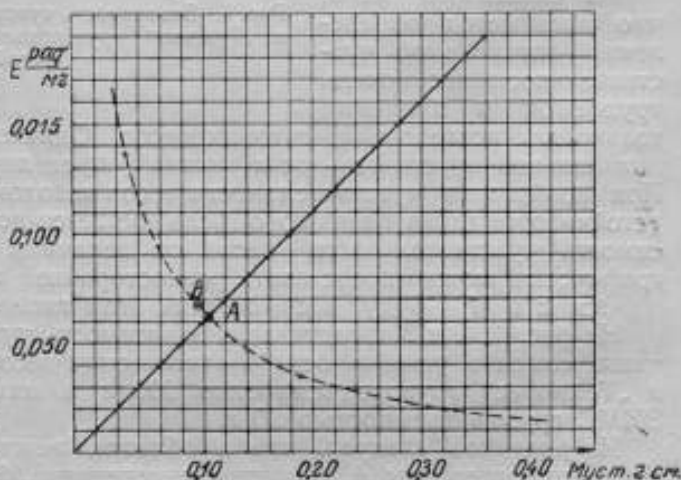
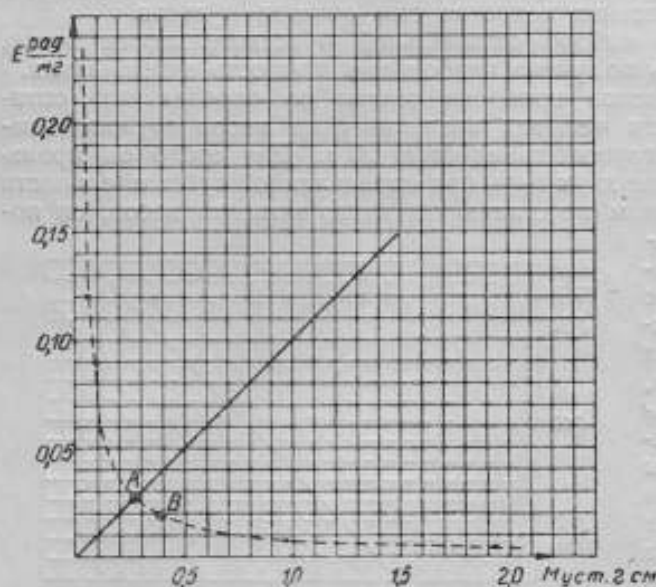


Рис. 3. Зависимость чувствительности весов ВИМС грузоподъемностью 20 г от момента устойчивости.



щих в местах контакта опорной призмы и подушки при применении подушек из различных материалов.

2. Изучение вариации чувствительности весов, вызванной нестабильностью момента устойчивости контактных сил.

### 1. Зависимость чувствительности весов от сил, действующих в местах контакта опорной призмы и подушки при применении подушек из различных материалов

В 1898 г. Д. И. Менделеев проводил опыты по определению „влияния трения средней призмы на колебания весов“ [1]. Весы Неметца, на которых производился опыт, грузоподъемностью 1 кг имели опорную призму из кремния; конструкция держателя опорной подушки позволяла легко производить замену ее опорной подушкой из другого материала, при этом расстояние между центром тяжести колеблющейся системы и линией опоры коромысла оставалось постоянным. Изменение периода колебаний, цены деления шкалы и декремента при замене опорных подушек Д. И. Менделеев объяснял влиянием твердости материала опорной подушки на колебания весов.

Из своих опытов Д. И. Менделеев сделал вывод, что при замене твердых подушек менее твердыми цена деления шкалы и декремент возрастают, а период колебаний уменьшается.

Наши опыты по исследованию влияния материала опорной подушки на чувствительность весов производились на одних из лучших весов лаборатории мер массы ВНИИМ грузоподъемностью 1 кг. Колебания весов регистрировались фотографическим методом [3], что позволило наряду с определением чувствительности весьма точно определять период и декремент их колебаний. При исследованиях опорная призма была изготовлена из закаленной стали, а опорные подушки — из корунда, агата, закаленной стали, нержавеющей стали и латуни. Часть результатов опытов приведена в табл. 1.

Таблица 1

Материал опорной подушки	Цена деления в мг	Чувствительность в рад/мг	Период колебаний в сек.	Логарифмический декремент колебаний	Коэффициент затухания колебаний	Момент устойчивости в г см
Корунд . . . . .	0,0172	0,00657	109,68	-0,0548	0,000998	2,953
Агат . . . . .	0,0254	0,00445	91,55	-0,0253	0,000553	4,238
Закаленная сталь .	0,0325	0,00348	82,52	-0,0219	0,000530	5,205
Нержавеющая сталь	0,0522	0,00216	55,91	-0,0298	0,001067	11,373
Латунь . . . . .	0,0671	0,00168	53,12	-0,0291	0,001097	12,594

Эта таблица соответствует одному и тому же положению центра тяжести коромысла весов по отношению к линии опоры. Изменение чувствительности, периода и декремента колебаний весов вызвано заменой опорной подушки из одного материала опорной подушкой из другого материала.

Значения момента устойчивости, приведенные в табл. 1, рассчитывались на основании периода колебаний весов по Ф-ле:

$$M_{уст} = \frac{4\pi^2 (M_1 \rho^2 + 2M_2 l^2)}{gT^2}, \quad (4)$$

где  $\rho$  — радиус инерции коромысла;  
 $T$  — период колебаний весов;  
 $g$  — ускорение силы тяжести.

Из опытов можно заключить, что чувствительность весов в большой степени зависит от свойств материала, из которого изготовлена опорная подушка, поэтому подбор соответствующих материалов для призм и подушек является действенным методом повышения чувствительности весов. Чем тверже материал опорной подушки, тем выше чувствительность весов. Так, для стальной призмы наибольшую чувствительность дает корундовая подушка. Этот материал до сих пор не применялся для изготовления опорных подушек. Даже для весов большой грузоподъемности подушки изготавливались в основном из закаленной стали и агата. Однако опыты показали, что такие подушки даже у весов грузоподъемностью всего в 1 кг обеспечивают значительно меньшую чувствительность и дают большее непостоянство показаний, чем подушки из корунда. Применение подушек из корунда для весов большей грузоподъемности еще значительно увеличивает их чувствительность.

Из табл. 1 видно, что логарифмический декремент колебаний при замене корундовой подушки агатовой, а затем подушкой из закаленной стали — уменьшается по абсолютной величине. Самое меньшее значение декремента колебаний имеет для подушки из закаленной стали.

При замене подушки из закаленной стали подушкой из нержавеющей стали или латуни, декремент колебаний вновь возрастает. Это говорит о том, что сопротивления, возникающие при колебаниях весов в местах контактов призм с подушками, имеют наименьшую величину при опорных подушках из закаленной стали. В то же время чувствительность весов с подушкой из закаленной стали в 1,9 раза меньше чувствительности весов с подушками из корунда. Следовательно, влияние консервативных контактных сил на чувствительность весов значительно больше влияния диссипативных сил, действующих в местах контакта призм с подушками. Эти силы изменяют момент устойчивости весов грузоподъемностью в 1 кг с 2,953 г см (корундовая подушка) до 12,594 г см (латунная подушка) и понижают их чувствительность в 4,3 раза (табл. 1).

## 2. Изучение вариации чувствительности весов, вызванной нестабильностью момента устойчивости контактных сил

Д. И. Менделеев [1] говорил о возможности изменения цены деления шкалы весов в зависимости от того, на какие ее части приходится равновесия весов, и объяснял это явление прямолинейностью и равномерностью шкалы, вследствие чего равным углом отклонения коромысла соответствует неравное количество делений на ней.

Расчетом установлено, что изменение цены деления шкалы весов с изменением положения равновесия (за счет прямолинейности и равномерности шкалы) — мало. На практике изменение цены деления шкалы значительно больше, и, кроме того, меняется не только цена деления, но и период колебаний весов.

Исследование зависимости цены деления шкалы и периода колебаний весов от положения равновесия осуществлялось на весах № 1 и 8 Рупрехта грузоподъемностью 1 кг со стальными призмами. Конструкция весов № 8 позволяет производить установку опорных подушек из различных материалов и устанавливать различные расстояния между центром тяжести колеблющейся системы весов и линией опоры. Частично результаты этих опытов приведены в табл. 2, 3 и 4. Во время опытов сохранялось одно и то же положение центра тяжести колеблющейся системы весов по отношению к линии опоры. Арретирование весов осуществлялось один раз в середине опыта. Средний штрих шкалы на весах обозначен цифрой 360.

Таблица 2

Положение равновесия по шкале в делениях	Цена деления в мг	Чувствительность в рад/мг	Период колебаний в сек.	Момент устойчивости в г см	Примечание	
570	0,01569	0,007514	113,12	2,503	Опорная подушка изготовлена из корунда	
455	0,01612	0,007314	117,98	2,552		
358	0,01621	0,007273	117,64	2,566		
арретирование весов						
364	0,01708	0,006903	115,44	2,665		
267	0,01684	0,007001	116,90	2,599		
172	0,01622	0,007269	118,84	2,515		
70	0,01542	0,007646	121,64	2,400		

Таблица 3

Положение равновесия по шкале в делениях	Цена деления в мг	Чувствительность в рад/мг	Период колебаний в сек.	Момент устойчивости в г см	Примечание
614	0,02891	0,004078	88,66	4,519	Опорная подушка изготовлена из закаленной стали
570	0,02918	0,004040	88,32	4,553	
448	0,03088	0,003818	86,72	4,723	
383	0,03107	0,003795	86,04	4,798	
арретирование весов					
353	0,02996	0,003935	87,12	4,680	
235	0,03100	0,003803	86,48	4,749	
132	0,03093	0,003812	86,61	4,735	
50	0,03057	0,003857	87,20	4,671	

Таблица 4

Положение равновесия по шкале в делениях	Цена деления в мг	Чувствительность в рад/мг	Период колебаний в сек.	Момент устойчивости в г см	Примечание	
495	0,06517	0,001809	55,76	11,424	Опорная подушка изготовлена из латуни	
352	0,07661	0,001539	54,78	11,967		
арретирование весов						
368	0,08867	0,001380	50,62	13,861		
61	0,08023	0,001470	52,84	12,721		

Опыты показали, что чувствительность и период колебаний весов увеличиваются при перемещении положения равновесия весов от центра шкалы к краям. Между чувствительностью и периодом колебаний весов сохраняется при этом квадратичная зависимость:

$$E = \frac{l \cdot g}{4\pi^2 (M_1 l^2 + 2M_2 l^2)} \cdot T^2. \quad (5)$$

Изменение чувствительности и периода колебаний весов тем больше, чем меньше расстояние между центром тяжести колеблющейся системы и линией опоры и чем меньше твердость материала, из которого изготовлена опорная подушка.

Обратимся к рассмотрению явлений, происходящих в местах контактов призм с подушками при наклоне коромысла:

а) призма перекачивается по подушке; происходит перемещение линии опоры по подушке, изменяется расстояние между центром тяжести коромысла и линией опоры;

б) изменяется только угол наклона призмы по отношению к подушке, обе они деформируются, изменяются условия их контакта и момент сил, действующих в местах контакта призм с подушками.

Расчет показывает, что если бы при изменении положения равновесия происходило простое перекачивание призм по подушкам, то чувствительность весов уменьшалась бы от центра шкалы к ее краям и это изменение было бы незначительным.

Однако, как выяснилось, чувствительность не уменьшается, а возрастает к краям шкалы, поэтому перекачивание призм по подушкам не является причиной изменения чувствительности весов. При этом возможность самого процесса перекачивания призм по подушкам при колебаниях точных весов подвергается большому сомнению.

Причиной изменения чувствительности и периода колебаний весов с перемещением положения равновесия является изменение моментов сил, действующих в местах контакта опорной призмы с подушкой.

Опыты показали также зависимость чувствительности весов не только от угла наклона, но и от амплитуды колебаний коромысла весов. При твердых подушках (агат, кварц, корунд и закаленная сталь) чувствительность весов типа АДВ-200 незначительно зависит от амплитуды колебаний коромысла, несколько повышаясь при её увеличении. При менее твердых подушках (латунь и эбонит) зависимость чувствительности от амплитуды увеличивается.

Исследования были продолжены на весах большей грузоподъемности. Частично результаты опытов с весами №8 Рупрехта (грузоподъемностью 1 кг) приведены в табл. 5.

Таблица 5

Материал опорной подушки	Размах в делениях	Размах в угловом измерении	Цена деления в мг	Чувствительность в рад/мг	Момент устойчивости в г·см
Корунд	345	2°19'44"	0,04471	0,002637	6,790
	131	53'3"	0,04564	0,002583	6,932
Закаленная сталь	316	2°7'59"	0,05861	0,002012	8,899
	140	56'42"	0,05989	0,001968	9,068
Латунь	118	47'47"	0,13433	0,000878	20,393
	79	32'00"	0,13657	0,000863	20,748
	64	25'55"	0,13713	0,000860	20,820
	59	23'54"	0,13946	0,000845	21,190

Одновременно производилось исследование зависимости периода колебаний от амплитуды. Частично результаты этих опытов на тех же весах приведены в табл. 6 и 7.

Из табл. 5, 6 и 7 следует, что чувствительность и период колебаний весов возрастают с увеличением амплитуды. Опыты показали также, что между чувствительностью и периодом колебаний весов сохраняется квадратичная зависимость согласно ф-ле (5). Чувствительность и период колебаний весов увеличиваются с амплитудой тем больше, чем больше грузоподъемность весов, чем меньше расстояние между центром тяжести колеблющейся системы и линией опоры и чем меньше твердость материала опорной подушки. Объясняется эта зависимость тем, что момент консервативных сил, действующих в местах контакта призм с подушками, является нелинейной функцией угла поворота коромысла.

Таблица 6

Материал опорной подушки	Размах в делениях	Размах в угловом измерении	Период колебаний в сек.	Момент устойчивости в г см
Корунд	313	2° 6' 46"	119,60	2,483
"	219	1° 28' 42"	118,80	2,517
"	134	54' 16"	117,40	2,577
"	104	42' 07"	117,10	2,590
Закаленная сталь	289	1° 57' 03"	87,20	4,671
"	202	1° 21' 49"	86,88	4,706
"	102	41' 19"	86,68	4,727
"	80	32' 24"	86,26	4,773

Таблица 7

Материал опорной подушки	Колебания по порядку	Размах в угловом измерении	Период колебаний в сек.	Момент устойчивости в г см
Латунь	1—2	81' 00"	52,50	12,886
"	4—5		51,25	13,523
"	7—8		50,60	13,872
"	10—11		50,25	14,066
"	13—14	16' 12"	50,00	14,207

Нами было рассмотрено две причины непостоянства чувствительности весов, вызванного нестабильностью восстанавливающего момента. Наряду с этим арретирование и изолирование также вызывают значительное непостоянство положения равновесия весов и их чувствительности.

Опыты по исследованию зависимости непостоянства весов, вызванного арретированием и изолированием, от величины общего момента их устойчивости производились на весах типа АДВ-200 и Рупрехта № 8 грузоподъемностью 1 кг. Эти опыты показали, что положение равновесия весов резко изменяется с арретированием и изолированием их при высоком положении центра тяжести колеблющейся системы. При понижении центра тяжести колеблющейся системы весов влияние изолирования уменьшается. Механический сдвиг коромысла во время изолирования и возникающее из-за этого „ложное показание“ весов нельзя считать причиной влияния изолирования на величину непостоянства весов, так как этот сдвиг одинаково влиял бы при любом положении центра тяжести коромысла по отношению к линии опоры. Однако, как показали опыты, при низком положении центра тяжести коромысла изолирование не изменяет положения равновесия весов. Нельзя искать причину и в изменении длины плеч во время изолирования, так как последнее усиливает непостоянство и при колебаниях одного коромысла.

Действительной причиной усиления непостоянства весов при изолировании является изменение условий контакта призм и подушек и вызванное этим изменение момента устойчивости весов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Менделеев Д. И., Опытное исследование колебания весов, Сочинения, том XXII, ИАН СССР, 1950.
2. Коробочкин И. В., Колебания весоизмерительных приборов, Машгиз, 1947.
3. Кокош Г. Д., Труды ВНИИМ, вып. 2(57), 1947, стр. 25.

## О СОСТОЯНИИ РАБОЧИХ ЭТАЛОНОВ ЕДИНИЦЫ МАССЫ

Передача значения единицы массы от государственного эталона № 12 к рабочим эталонам осуществляется через его вторую копию — платиноиридиевую гирю  $R_1$ . В довоенные годы в Советском Союзе имелось всего четыре

рабочих эталона единицы массы: два во ВНИИМ, один в ХГИМИП и один в МГИМИП, причем все они были изготовлены из оловянистой бронзы. Эти эталоны сличались с эталоном-копией — килограммом  $R_1$  — один раз в два года.

В послевоенные годы потребность в рабочих эталонах единицы массы сильно возросла и в настоящее время имеется девять рабочих эталонов, изготовленных из бронзы, нержавеющей стали и сплава иллий (табл. 1).

Передача значения единицы массы от государственного эталона № 12 к второй копии — килограмму  $R_1$  — производится с вероятной погрешностью результата, не превышающей  $\pm 0,004$  мг, а от килограмма  $R_1$  к рабочим

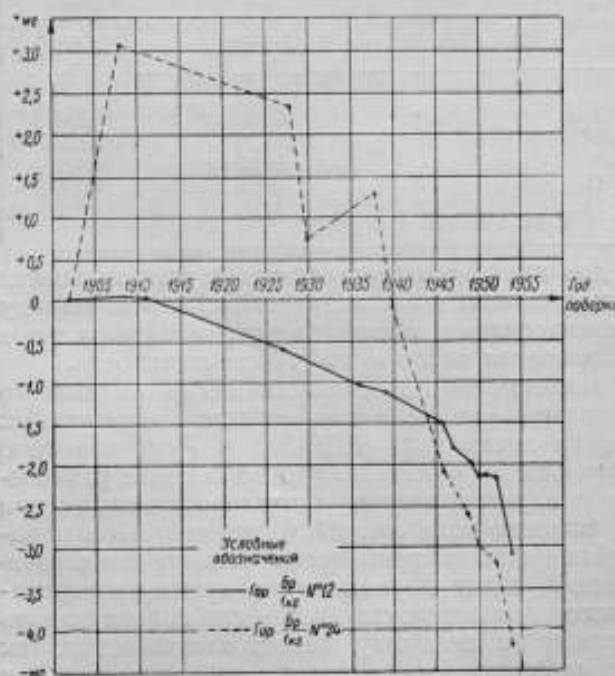


Рис. 1. Изменение массы бронзовых рабочих эталонов ВНИИМ за 1905—1955 гг.

эталонам — с вероятной погрешностью, не превышающей  $\pm 0,02$  мг. Понижение точности сличений рабочих эталонов по сравнению с точностью сличений платиноиридиевых гирь объясняется значительным различием в плотности гири и рабочих эталонов, поэтому в результат взвешивания вносится значительная погрешность, вызванная недостаточно точным определением поправки на учет аэростатической силы.

Точность определения массы рабочих эталонов вполне обеспечивает передачу значения единицы массы от государственного эталона образцовым гилям 1-го разряда. Более того, она будет достаточной даже в случае увеличения вероятной погрешности результата определения массы рабочего эталона до  $\pm 0,05$  мг.

Для изготовления эталонных гирь применяются различные металлы и сплавы металлов. Поскольку некоторые из гирь (табл. 1) находятся в обращении уже на протяжении многих десятков лет, в настоящее время имеется возможность охарактеризовать степень постоянства их массы и попытаться установить главные причины, вызывающие ее изменения.

Таблица 1

Местонахождение рабочего эталона	Условное обозначение	Форма гири
Всесоюзный научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева (ВНИИМ) . . . . .	Гор. $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$ № 12	Прямой цилиндр с головкой
	Гор. $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$ № 24	"
Свердловский филиал ВНИИМ . . . . .	С $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$	Прямой золоченый цилиндр
Новосибирский Государственный институт мер и измерительных приборов (НГИМИП) . . . . .	Н $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$ № 5	Прямой цилиндр с головкой
Московский Государственный институт мер и измерительных приборов (МГИМИП) . . . . .	М $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$ герб.	"
Харьковский Государственный институт мер и измерительных приборов (ХГИМИП) . . . . .	У $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$	Прямой золоченый цилиндр с головкой
	У $\frac{\text{Илл.}}{1 \text{ кг}}$	Прямой цилиндр
Ленинградское управление мер и измерительных приборов . . . . .	Л $\frac{\text{Илл.}}{1 \text{ кг}}$	"
Управление мер и измерительных приборов Латвийской ССР . . . . .	Р $\frac{\text{Ст.}}{1 \text{ кг}}$	Прямой цилиндр с головкой

ПРИМЕЧАНИЕ. Бр. — означает бронзовый, Илл. — илленый (особый сплав), Ст. — из нержавеющей стали.

Масса рабочих эталонов, большая часть которых изготовлена из оловянистой бронзы, на протяжении года (между двумя поверками) значительно меняется. Примером могут служить рабочие эталоны единицы массы Гор.  $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  № 12 и Гор.  $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  № 24, изготовленные в 1902 г. из оловянистой бронзы на заводе Лаврова в Гатчине; окончательная подгонка их была произведена в мастерской Горячева в Петербурге. Масса этих эталонов была все время весьма непостоянна, а начиная с 30-х годов стала непрерывно уменьшаться (рис. 1). Это может быть объяснено увеличением числа ежегодных применений их для поверочных работ, а следовательно, и большим их износом.

Рабочий эталон единицы массы  $C \frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  изготовлен в 1946 г. механиком К. Н. Николаевым из трехфунтовой гири Горячева и имеет форму прямого цилиндра, поверхность которого позолочена. За шесть лет эксплуатации (1947—53 гг.) масса его уменьшилась на 4,35 мг (рис. 2). Такое сильное изменение массы объясняется механической нестойкостью золотого покрытия, которое изнашивается вследствие трения о чашки весов при сличениях с ним образцовых гирь 1-го разряда. Вся поверхность этого эталона покрыта коррозионными пятнами, различимыми даже невооруженным глазом.

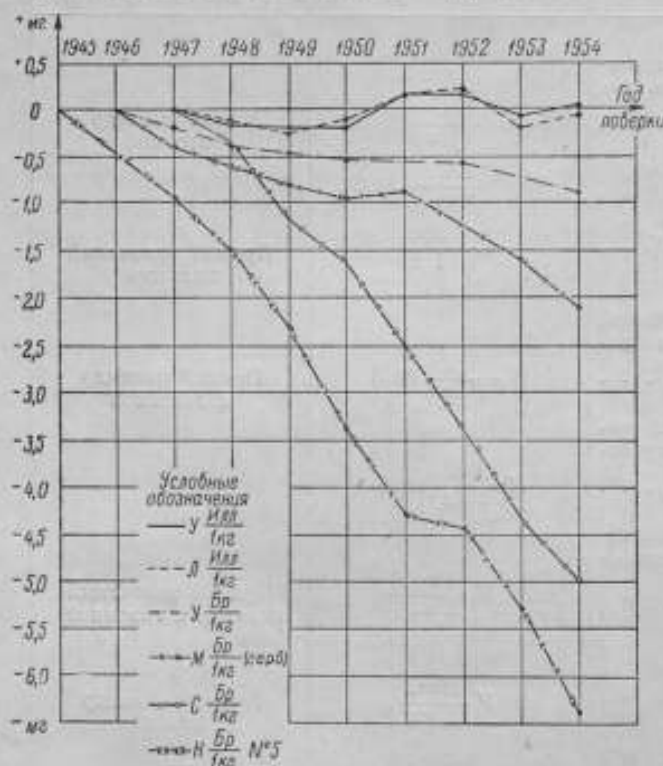


Рис. 2. Изменение массы рабочих эталонов за 1945—1954 гг.

Рабочий эталон единицы массы — килограмм  $M \frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  герб. — изготовлен в 1900 г. из оловянистой бронзы и представляет собой прямой полированный цилиндр без защитного покрытия. После 50 лет применения гиря очень изменила свой внешний вид: утратила блеск и стала шероховатой. Бронзовый золоченый рабочий эталон  $У \frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  вследствие нестойкости золотого покрытия также значительно изменил свою массу. Как видно из рис. 2, масса этого эталона все время уменьшается. Особенно значительно (на 1,55 мг) она уменьшалась за период 1940—46 гг., когда гиря была эвакуирована в г. Новосибирск и находилась в условиях, не соответствующих нормальным условиям хранения эталонов.

Два рабочих эталона единицы массы —  $У \frac{\text{Илл.}}{1 \text{ кг}}$  и  $Л \frac{\text{Илл.}}{1 \text{ кг}}$ , — изготовленные в 1946 г. из сплава иллий, имеют следующий процентный химический состав: Ni — 56,0, Cr — 24,0, Cu — 8,0, Mo — 4,0, W — 3,0, Ta — 2,0, Mn — 1,0, Si — 1,0.

Рабочий эталон единицы массы  $H \frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  № 5 изготовлен из оловянистой бронзы в форме прямого цилиндра с головкой. Поверхность его отполирована и защитного покрытия не имеет. За шесть лет эксплуатации (1948—54 гг.) масса этой гири уменьшилась на 5,12 мг.

В связи с тем, что масса этих двух эталонов изменилась на величину одного порядка, а количество применений гири  $H \frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  № 5 для сличений с ней образцовых гирь 1-го разряда примерно в девять раз больше числа применений гири  $C \frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  за тот же период, то возникает сомнение в целесообразности изготовления рабочих эталонов единицы массы с золотым покрытием.



В течение семи лет эксплуатации масса этих рабочих эталонов изменялась примерно одинаково: до 1949 г. она уменьшалась, затем происходило ее увеличение, с 1952 по 1953 г. масса обеих гирь снова уменьшилась, а в настоящее время — возросла. Первоначальное уменьшение массы может быть объяснено износом гирь или выходом из них окклюдированных газов. Увеличение же массы могло произойти за счет преобладания процессов абсорбции и коррозии над износом (хотя оба эталона применялись в этот период не меньше, чем в предыдущие), а также тем, что во время взвешивания их ставили не на стеклянную полированную пластинку, а непосредственно на чашки весов. Поскольку твердость иллия ( $H_{RB} = 150 - 200$ ) больше, чем латуни ( $H_{RB} = 60 - 90$ ),

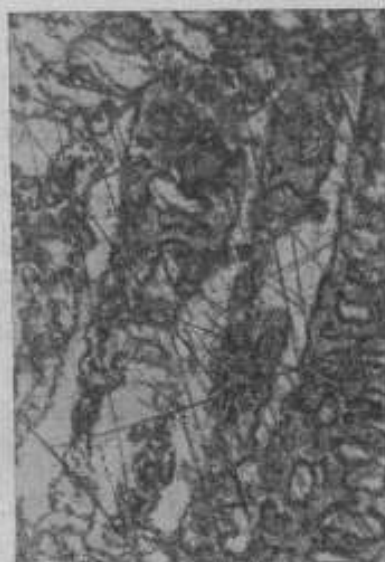


Рис. 3. Участок поверхности рабочего эталона единицы массы  $\frac{H}{1 \text{ кг}}$  № 5 при увеличении  $100\times$ .



Рис. 4. Участок поверхности рабочего эталона единицы массы  $\frac{M}{1 \text{ кг}}$  герб. при увеличении  $100\times$ .

из которой обычно изготавливаются чашки весов, то при постановке гири на чашку весов и неизбежных при этом перемещениях по ней, на дно гири могут налипать частицы латуни.

Изменение массы эталонов  $\frac{H}{1 \text{ кг}}$  и  $\frac{L}{1 \text{ кг}}$  не говорит еще о непригодности иллия для изготовления гирь, тем более, что эти изменения невелики. Колебания массы обеих гирь могли быть вызваны также тем, что изготовленные из сплава, полученного при недостаточном вакууме, они могли содержать большие количества растворенных газов и быть пористыми. Из графика (рис. 2) видно, что даже самое большое изменение массы иллиевых гирь между поверками ( $0,41 \text{ мг}$  в 1952—53 гг.) в 2—2,5 раза меньше изменения массы рабочих эталонов из бронзы.

Для выяснения причин изменения массы, поверхности всех рабочих эталонов исследовались при помощи металлографического микроскопа. Было установлено, что поверхность бронзовых эталонов имеет вид травленного шлифа с ярко выраженной микроструктурой и покрыта большим количеством мелких царапин (рис. 3 и 4).

Обращают на себя внимание целые семейства „блук“ — очагов коррозии, — ориентированных по двум взаимно перпендикулярным направ-

лениям. Они напоминают микроструктуру бронзового литья, затвердевшего в нормальных условиях и протравленного специальным реактивом. Вполне вероятно, что после 50 лет интенсивного применения бронзового рабочего эталона и хранения его в недостаточно стабильных условиях, на поверхности развивались коррозионные процессы, в результате которых она оказалась как бы травленной.

С точки зрения электрохимической теории коррозии при наличии электролита (пленки влаги на поверхности эталона) компоненты сплава образуют микрогальванические пары. В оловянистой бронзе катодом является медь, анодом — олово. В результате электрохимического процесса олово подвергается усиленной коррозии. При ежегодной промывке поверхности рабочих эталонов спиртом (перед сличениями со вторым эталоном-копией, продукты коррозии постепенно снимаются, дендриты же, богатые медью, разрушаются меньше и становятся как бы рельефными и хорошо наблюдаемыми даже и без протравливания поверхности реактивом.

Из изложенного следует, что в результате образования продуктов коррозии масса гири должна увеличиваться (за счет взаимодействия с влагой и воздухом), что нередко наблюдается у гирь, мало применявшихся для сличений. Образующая коррозионная пленка сравнительно непрочна связана с металлом гирь и стирается при протирке их замшей и постановках на чашки весов. При этом масса гирь должна уменьшаться по сравнению с первоначальной, что и наблюдается обычно у рабочих эталонов, изготовленных из бронзы. Так, небольшое увеличение массы эталона М  $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  герб. в 1950—51 гг. (рис. 2) может быть объяснено тем, что в этот период он мало применялся для сличений. Это подтверждает справедливость сделанного выше объяснения причины изменения массы гирь, вследствие взаимодействия их с влагой и воздухом в процессе коррозии. Незначительное изменение массы эталона Н  $\frac{\text{Бр.}}{1 \text{ кг}}$  № 5 в 1951—52 гг. также связано с небольшим числом его применений.

Как видно из графиков (рис. 1 и 2), масса всех рабочих эталонов, изготовленных из бронзы, сильно изменяется (часто до 1 мг в течение одного года), что совершенно недопустимо, так как в конце года это вызовет систематическую погрешность такой же величины при определении массы образцовых гирь 1-го разряда, в то время как наибольшая погрешность при определении массы гири в 1 кг не должна превышать 0,5 мг (Инструкция 73—47 для поверки образцовых гирь, 1948).

Значительное изменение массы рабочих эталонов вызывает в ряде случаев снижение точности передачи значения единицы массы от государственного эталона к рабочим мерам массы. Поэтому необходимо либо увеличить число сличений рабочих эталонов с государственными эталонами и образцовых мер с рабочими эталонами, либо изыскать более стойкие материалы для изготовления рабочих эталонов.

Первый путь неприемлем, так как это вызовет увеличение износа государственного эталона, который, вследствие его невоспроизводимости, следует применять возможно реже.

Второй путь требует длительного времени для новых исследований и внедрения.

В настоящее время уже имеется возможность сказать, что наиболее подходящим материалом для изготовления рабочих эталонов является аустенитная хромо-никелевая сталь. Управление мер и измерительных приборов Латвийской ССР обладает рабочим эталоном Р  $\frac{\text{Ст.}}{1 \text{ кг}}$  из такой стали (марки ЭЯ1Т), и за ним ведутся систематические наблюдения.

Результаты сличения этой гири со второй копией государственного эталона—килограммом  $R_1$  — приведены в табл. 2.

Таблица 2

Год поверки	Значение массы в г	Изменение массы по отношению к предшествующему значению в мг
1951	1000,00324	-0,23
1953	1000,00301	+0,27
1954	1000,00328	

Дальнейшие наблюдения за этой гирей, а также за наборами образцовых гирь 1,-го разряда из стали ЭЯ1Т, выпускаемыми Рижским заводом „Эталон“ позволяет сделать заключение о пригодности этой марки нержавеющей стали для изготовления рабочих эталонов.

## О КОРРОЗИИ ЗОЛОЧЕННЫХ ГИРЬ

Золотые покрытия на поверхности гирь предназначаются для защиты их от воздействия корродирующих реагентов и придания поверхности хорошего внешнего вида, сохраняющегося в течение длительного времени.

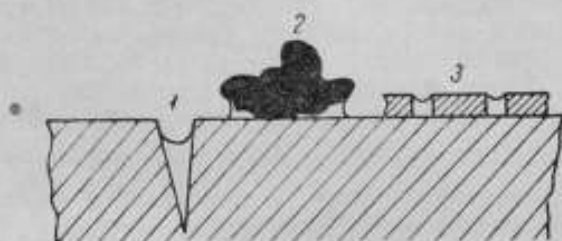


Рис. 1. Возможные центры капиллярной конденсации влаги при атмосферной коррозии (по Томашеву Н. Д.).

В действительности же золотые покрытия (вследствие значительного электроположительного потенциала золота и склонности его к пассивированию) не защищают основной металл гири электрохимически. С другой стороны, будучи чрезвычайно мягким, золотое покрытие может быть легко нарушено (тем более, что толщина его на выпускаемых в настоящее время гирих не превышает 1 мк), так что механические повреждения и пористость покрытия будут способствовать возникновению капиллярной конденсации влаги, а следовательно, и очагов коррозии.

Как указывает Н. Д. Томашев [1] капиллярная конденсация, обусловлена тем, что упругость паров, насыщающих пространство, зависит от кривизны мениска жидкости, над которым устанавливается равновесное давление паров. Оказывается, что давление насыщающих паров будет наибольшим над выпуклым мениском и наименьшим над вогнутым мениском. Это обстоятельство определяет возможность преимущественной конденсации водяного пара на вогнутых менисках (например, в капиллярах, щелях) в то время как под плоской поверхностью мениска пар будет еще не насыщенным. Причины этого можно объяснить тем, что молекулы в газообразной фазе при своем беспорядочном тепловом движении имеют гораздо большую вероятность удариться и остаться в поверхности жидкости, находясь над вогнутым мениском, нежели над плоским или тем более выпуклым, что и соответствует большей легкости конденсации над вогнутым мениском.

Некоторые разновидности подобных микрокапилляров изображены на рис. 1.

Царапина 1 на поверхности гири, полости под пылинкой 2, осевшей на поверхности, поры в окисной пленке или в покрытии 3, являясь капиллярами, способствуют конденсации влаги в этих местах, даже если относительная влажность будет менее 100%.

Под пленкой влаги или точнее под пленкой электролита (так как

в условиях атмосферы пленка влаги почти всегда будет содержать в большем или меньшем количестве растворенные соли или кислоты) начинают развиваться коррозионные процессы. Этот вид атмосферной коррозии аналогичен обычной электрохимической коррозии и связан с функционированием локальных микроэлементов.

На поверхности гири, хранящихся в футлярах или на стеклянных полированных подставках под притертыми к ним колпаками, можно почти всегда заметить пятна, указывающие на местную коррозию. Чаще всего эти пятна образуются на золоченых гирях.

Так, например, коррозионными пятнами покрылась вся поверхность бронзовой золоченой гири массой 1 кг (рис. 2), изготовленной в 1947 г. и хранящейся в термостатной комнате лаборатории мер массы ВНИИМ на



Рис. 2. Следы коррозии на поверхности бронзовой золоченой гири.

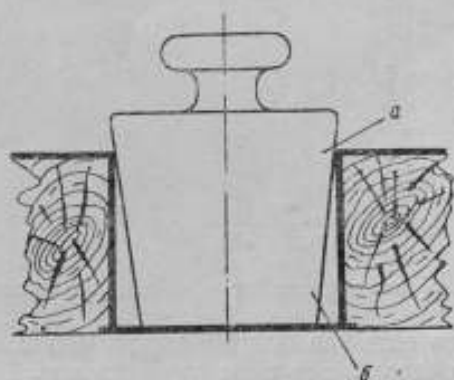


Рис. 3. Схема хранения гири из набора К-204 в футляре.

стеклянной подставке в футляре из черного дерева. Несмотря на то, что гиря не применялась для сличений с 1947 г., вся ее поверхность (особенно верхнее основание и боковая поверхность, выступающие из гнезда футляра) имеет следы коррозии. Повидимому, этому способствовало, во-первых, то, что защитное покрытие было очень тонким (1 мк) и могло быть нарушено при полировании поверхности гири или захватывании ее щипцами, а, во-вторых, возможно, недостаточно тщательная промывка гири после золочения.

Аналогичное явление обнаружено на поверхности бронзовых золоченых гирей набора К-204 (Рупрехта), имеющих форму усеченного конуса и хранящихся в футляре, оклеенном бархатом (рис. 3). На них особенно заметны следы коррозии, сосредоточенные в верхней части боковой поверхности (участок а). Нижняя же часть (участок б), не соприкасавшаяся со стенками гнезда футляра, сохранилась хорошо (осталась блестящей).

На рис. 4, а приведена микрофотография верхней части гири (участок а), на рис. 4, б — нижней (участок б).

Такое распределение коррозии вызвано тем, что верхняя часть гири плотно соприкасается с гнездом футляра и когда ее вынимают из футляра или кладут обратно боковая поверхность гири подвергается трению о бархат, обычно сильно запыленный, в результате чего образуются царапины, которые служат очагами возникновения коррозии. Кроме того, бархат конденсирует влагу, что также способствует возникновению коррозии.

На рис. 5 приведена микрофотография боковой поверхности бронзовой золоченой 100-граммовой гири из набора № 8147. Эта гиря около 50 лет хранилась в футляре из черного дерева без оклейки и очень

редко применялась для сличений. Светлые участки на микрофотографии представляют собой остатки золотого покрытия, а темные — дендриты бронзового литья, которые подверглись разрушению в результате действия на поверхности гири электрохимических процессов.

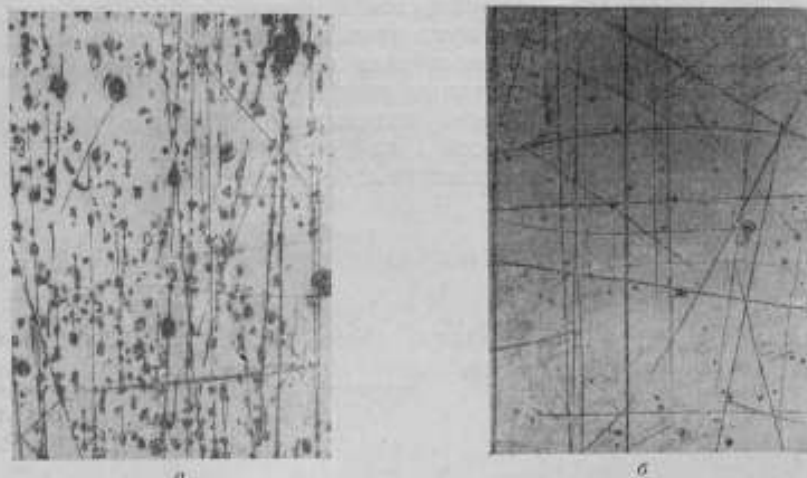


Рис. 4. Участки поверхности бронзовой золоченой гири из набора К-204 (увеличение 100х).

Это еще раз подтверждает, что золотое покрытие толщиной в 1 мк не предохраняет гири от коррозии.

Небольшие увеличения массы, вызванные коррозией, могут быть частично устранены при протирании гири сухой замшей. Однако при этом может быть уменьшена масса гири за счет стирания золотого покрытия.

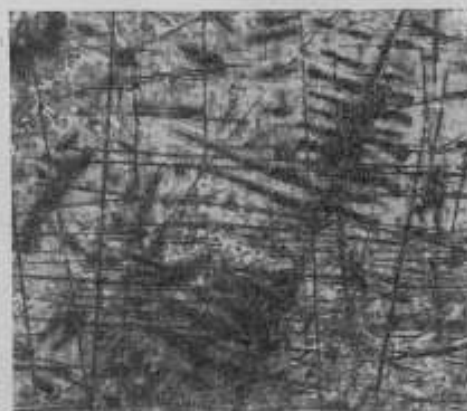


Рис. 5. Участок поверхности бронзовой золоченой гири из набора № 8147 (увеличение 37х).

Необходимость сохранения постоянства массы и внешнего вида гири явилась основанием для постановки ряда экспериментов по определению влияния на массу гири образующихся на них продуктов коррозии.

Наиболее правильное представление об этом вопросе можно получить при испытании гири в естественных условиях их эксплуатации.

По самому существу дела коррозионные испытания часто очень длительны, особенно если вопрос касается химически стойких материалов в относительно мало активных средах, которые наблюдаются обычно в лабораториях. Поэтому было желатель-

но применить такой метод, который в короткое время дал бы результаты испытания на коррозию, сравнимые с результатами, полученными в естественных условиях эксплуатации гири в течение длительного промежутка времени. Ускорение коррозионного испытания гири допустимо в том случае, если при этом не изменяется характер процесса коррозии данного материала в данной среде.

При эксплуатации гири в большинстве случаев имеет место коррозия в пленке влаги (атмосферная коррозия), поэтому для ускорения процесса

решено было повысить как относительную влажность, так и температуру окружающей среды.

Для испытания гирь на коррозионную устойчивость была изготовлена специальная деревянная камера 1 (рис. 6) со стеклянной дверцей. На дно камеры помещали сосуд 2 с водой, а для поддержания необходимой влажности (80—100%) дополнительно на электроплитке 3 устанавливали фарфоровую чашку 4 с водой. Гигрограф 5, предварительно поверенный по психрометру, записывал изменение влажности в течение суток. Гири

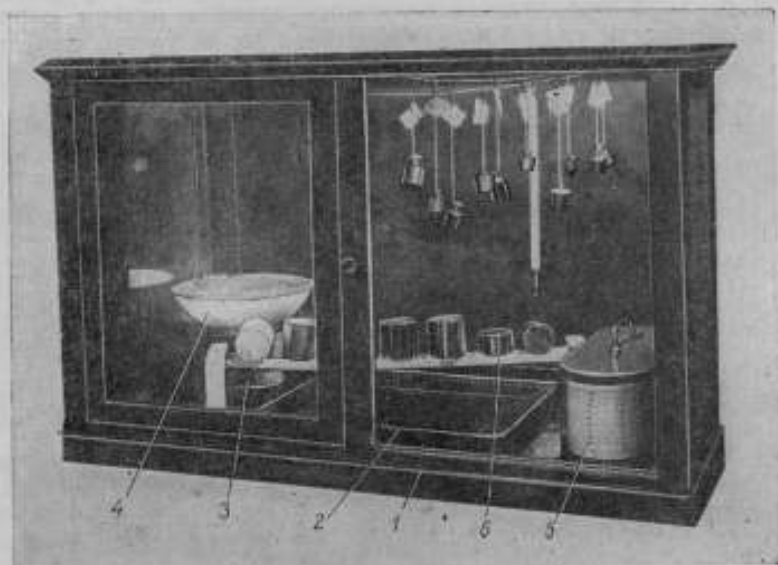


Рис. 6. Камера для испытания гирь на коррозионную устойчивость.

головками подвешивались при помощи нитки и крючка к натянутой сверху алюминиевой проволоке, а цилиндрические (без головок) размещались на двух тонких деревянных рейках 6.

Поскольку камера сообщалась с внешней атмосферой за счет неплотностей в местах соединения стекол с деревом, то кислород из воздуха (так же, как и при атмосферной коррозии) легко достигал поверхности металла через тонкую пленку влаги, которая все время возобновлялась благодаря высокой влажности в камере, и на поверхности гирь развивались коррозионные процессы. Тонкая пленка продуктов коррозии, образовавшаяся в непосредственном контакте с металлом, длительное время удерживалась на его поверхности, ускоряя процесс, однако, становясь более толстой, она препятствовала дальнейшему разрушению металла [2].

Перед помещением в коррозионную камеру все гири были тщательно промыты в спирте и просушены в эксикаторе с хлористым кальцием. Определение массы гирь до и после пребывания в камере производили на аналитических весах типа АДВ-200 с ценой деления 0,10 мг, причем использовали один и тот же бронзовый набор образцовых гирь, что позволило не вводить поправку на приведение взвешивания к пустоте, так как разность объемов бронзовых и латунных гирь очень мала.

При рассмотрении поверхности новых золоченых гирь с помощью металлографического микроскопа (увеличение  $100\times$ ) на них были обнаружены царапины (следы от обработки) и очаги коррозии: на боковой поверхности гири 100<sub>207</sub> были обнаружены единичные очаги коррозии,

на новой гире 50<sub>№7</sub> также были небольшие скопления точечной коррозии.

Через 6 суток после помещения гирь в коррозионную камеру с повышенной влажностью было обнаружено, что гиря 100<sub>№8</sub> покрылась сплошным белым налетом, который при увеличении 100<sup>x</sup> представляет собой очень мелкую и густо расположенную точечную коррозию вдоль царапин—следов от обработки поверхности. При дальнейшем пребывании во влажной атмосфере эти очаги становились более крупными и глубокими. То же можно сказать и о других золоченых гирях. На микрофотографиях (рис. 7 и 8) показаны различные этапы развития очагов коррозии на боковой поверхности гири 100<sub>№8</sub>. Сравнивая их нетрудно заметить, что



Рис. 7. Участок поверхности гири 100<sub>№8</sub> после 6 суток испытания (увеличение 100<sup>x</sup>).

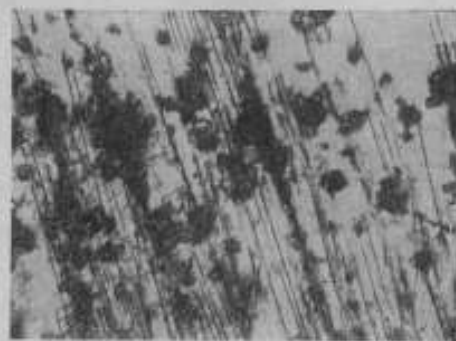


Рис. 8. Участок поверхности гири 100<sub>№8</sub> после 15 суток испытания (увеличение 100<sup>x</sup>).

количество очагов значительно возросло. После 75 суток пребывания гирь в камере размеры коррозионных пятен на них резко увеличились.

После испытания на коррозионную устойчивость гири помещали для просушки на двое суток в эксикатор с хлористым кальцием и на сутки в эксикатор с фосфорным ангидридом, после чего определяли их массу. Результаты изменения массы четырех золоченых гирь приведены в таблице.

Условные обозначения гирь	Масса гирь в г		Изменение массы	
	до испытания	после испытания в течение 75 суток	мг	%
100 № 8	100,0020	100,0031	+1,1	0,0011
50 № 8	50,0008	50,0021	+1,3	0,0026
100 № 9	100,0004	100,0008	+0,4	0,0004
50 № 9	50,0011	50,0024	+1,3	0,0025

Итак, можно сделать вывод, что тонкий слой золота (порядка 1 мк) не может служить антикоррозионным покрытием для гирь, так как он легко нарушается и вдоль царапин (вследствие капиллярной конденсации и образования микрогальванических пар) повышается активность процесса коррозии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Томашев Н. Д., Теория атмосферной коррозии металлов, „Успехи химии“ XIX, 6, 1950, стр. 718
2. Акимов Г. В., Теория и методы исследования коррозии металлов, 1945.



### ЗАВИСИМОСТЬ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И НЕПОСТОЯНСТВА КРУТИЛЬНЫХ ВЕСОВ ОТ ДЛИНЫ УПРУГОЙ НИТИ

Измерение малых масс имеет существенное значение не только для отдельных научно-исследовательских работ, но и, главным образом, в лабораторной практике. Для взвешивания малых масс могут быть использованы крутильные весы с упругим элементом в виде закручиваемой нити.

В литературе [1,2] встречается краткое описание устройства и принципа действия различных крутильных весов, в которых коромысло крепится посередине кварцевой нити.

В настоящей статье рассматривается вопрос о влиянии места крепления коромысла к нити на чувствительность и непостоянство весов.

Для проведения исследований была сконструирована и изготовлена экспериментальная установка (рис. 1), являющаяся лабораторным макетом крутильных весов. Упругая нить 6 натягивается между двумя головками — неподвижной 7 и подвижной 4, — закрепленными в стойках 8 и 3. Перемещая стойку 3 по направляющим 20, можно изменять расстояние между головками, что дает возможность исследовать нити различной длины. Арретир 19 может перемещаться по направляющим 20 и занимать положение, соответствующее положению коромысла. Отсчет углов закручивания нити производится по диску 1, жестко связанному с головкой 4. Цена деления диска  $1^\circ$ , цена деления вонюса  $2'$ .

В установке предусмотрена возможность исследования нитей при различном осевом натяжении, о величине которого можно судить по отклонению стрелки 12, связанной с пружиной 9, передающей натяжение на нить через зубчатую рейку 11 (если пружина 9 предварительно прокалибрована). Натяжение упругой нити может быть измерено и непосредственно гириями, помещенными на чашку 15, подвешенную через блок 14 к крючку 13 скользящего пальца 10, к которому присоединена пружина 9.

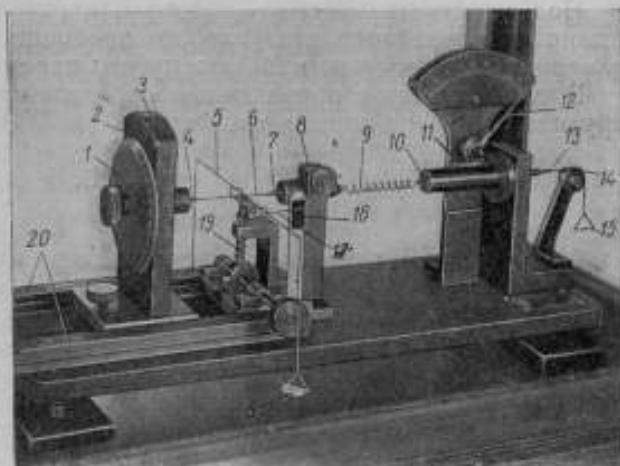


Рис. 1. Лабораторный макет крутильных весов.

Как в первом, так и во втором случаях необходимо учитывать статическое трение деталей, передающих натяжение на нить. К упругой нити жестко прикреплено коромысло 5, к концам которого на кварцевых нитях подвешены чашечки 18. Для правильной работы весов необходимо, чтобы оси головок, пружины и скользящего пальца совпадали с осью упругой нити.

Вся установка смонтирована на массивном основании и помещена в застекленную витрину.

Взвешивание на таких весах производится следующим образом. Тело, массу которого нужно определить, помещают на чашечку 18. Под действием веса этого тела коромысло поворачивается на некоторый угол. Вращением головки 4, к которой одним концом жестко прикреплена нить, коромысло приводится в прежнее положение. Угол поворота крутильной головки будет пропорционален массе взвешиваемого тела. Положение коромысла фиксируется с помощью указателя 17, укрепленного на коромысле весов, и зеркальной шкалы 16.

Прежде чем приступить к описанию экспериментальной части работы, найдем формулу чувствительности весов. Масса взвешиваемого тела определяется по углу поворота крутильной головки, с помощью которой коромысло приводится в исходное положение.

Чувствительность весов может быть охарактеризована углом поворота крутильной головки.

Под чувствительностью любого измерительного прибора понимают отношение линейного или углового перемещения указателя к изменению измеряемой величины, вызвавшему это перемещение [3].

В соответствии с приведенным определением чувствительности  $E$ , для крутильных весов можно написать:

$$E = \frac{d\varphi}{dp}$$

В пределах упругости нити справедлива интегральная формула, т. е.

$$E = \frac{\varphi}{p}, \quad (1)$$

где:  $\varphi$  — угол поворота крутильной головки;

$p$  — масса груза, помещенного на чашку весов.

Угол поворота крутильной головки может быть выражен ф-лой:

$$\varphi = \frac{32l_1pa}{\pi d^4G}, \quad (2)$$

где  $a$  — длина плеча коромысла;

$d$  — диаметр нити;

$l_1$  — длина закручиваемой части нити;

$G$  — модуль упругости при кручении.

Из ф-л (1) и (2) видно, что чувствительность весов с крутильной головкой пропорциональна длине закручиваемого конца нити  $l_1$  и не зависит от длины незакручиваемого конца  $l_2$ . Следовательно, для получения большей чувствительности желательно помещать коромысло возможно ближе к неподвижному концу нити.

Измерения на весах с крутильной головкой производятся по методу компенсации — возвращении коромысла в исходное (нулевое) положение. Точность приведения коромысла в нулевое положение зависит от длины незакручиваемого конца нити  $l_2$ .

Действительно, под действием грузика  $p$ , помещенного на чашку весов 18, коромысло отклонится и закрутит нить.

Уравнение моментов сил, действующих на систему, в этом случае будет:

$$M_1 + M_2 - p \cdot a = 0, \quad (3)$$

где  $M_1$  — момент, создаваемый участком нити  $l_1$ ;

$M_2$  — момент, создаваемый участком нити  $l_2$ .

Предположим, что при приведении коромысла в нулевое положение мы допускаем погрешность, равную  $\pm \Delta\varphi$ . При этом угол поворота нити в месте крепления коромысла будет  $\pm \Delta\varphi$ , а угол поворота головки —  $\varphi$ . Тогда будем иметь:

$$M_1 = \frac{GI_p}{l_1} \varphi; \quad M_2 = \pm \frac{GI_p}{l_2} \Delta\varphi.$$

Подставив значения  $M_1$  и  $M_2$  в ур-ние (3), получим:

$$p = \frac{GI_p}{l_1 a} \varphi \pm \frac{GI_p}{l_2 a} \Delta\varphi,$$

или

$$p = \frac{GI_p}{a l_1} \cdot \varphi \left( 1 \pm \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\varphi} \right). \quad (4)$$

Величина  $\frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\varphi}$  представляет погрешность измерения, зависящую от погрешности установки коромысла в нулевое положение. Она полностью войдет в непостоянство весов, которое зависит также и от нестабильности системы (например, от недостаточной жесткости крепления концов нити и других причин).

Из ф-лы (4) видно, что чем меньше длина незакручиваемого конца нити  $l_2$ , тем больше погрешность измерения, поэтому помещать коромысло слишком близко к неподвижному концу нити нельзя.

Какое же положение коромысла на нити будет наилучшим, т. е. при какой длине закручиваемого конца нити мы получим наиболее постоянные весы с достаточно малой ценой деления?

Для выяснения этого вопроса была выполнена серия опытов, во время которых длина плеча коромысла не изменялась. Оставались постоянными и все остальные параметры весов и условия эксперимента: система отсчета нулевого положения коромысла была всегда одна и та же — зеркальная шкала и стрелка. В опытах с металлическими нитями концы их к головкам припаивались оловом, а коромысло к нити — раствором шеллака и канифоли в спирте. В опытах с кварцевыми нитями припайка концов нитей к головкам и коромысла к самой нити осуществлялась этим же раствором. В качестве коромысла использовалась металлическая трубочка длиной 160,0 мм, наружным диаметром 0,6 мм и массой 130,0 мг. Масса коромысла с подвесками и чашками была 145,0 мг.

На практике обычно имеют дело не с чувствительностью весов, а с ценой деления шкалы  $\eta$ . Эти две величины соотношением:

$$\eta = k \cdot \frac{1}{E},$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности.

Во всех дальнейших исследованиях будем рассматривать цену деления шкалы весов.

В табл. 1 приведены данные об исследованных нитях.

Таблица 1

Материал нитей	Диаметр в мм	Общая длина в мм		
		$L_1$	$L_2$	$L_3$
Сталь . . . . .	$101 \pm 1$	116,0	90,0	68,0
Бронза . . . . .	$105 \pm 1$	101,0	85,0	63,0
Кварц . . . . .	$100 \pm 1$	103,0	90,0	48,0

Исследование заключалось в следующем: между головками весов натягивалась нить и к ней, вблизи одного из концов, припаивалось коромысло. При таком положении коромысла снималась кривая зависимости угла закручивания нити (угла поворота крутильной головки) от нагрузки — градуировочная кривая. Всего на кривой брались 12—14 точек, каждая из которых соответствовала определенному значению нагрузки. Для каждой нагрузки находили цену деления шкалы  $\eta_i$ .

Так как зависимость угла закручивания нити от нагрузки для крутильных весов (в пределах упругости нити) выражается прямой линией, то все значения  $\eta_i$  для одной и той же градуировочной кривой (при одном положении коромысла на нити) теоретически должны быть равными. В действительности же значения  $\eta_i$  несколько отличались друг от друга из-за непостоянства весов. Более точное значение цены деления шкалы весов для данной градуировочной кривой будет равно среднему взвешенному из ряда значений  $\eta_i$ .

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} p_i \eta_i}{\sum p_i}, \quad (5)$$

где  $\eta$  — среднее взвешенное;

$p_i$  — веса измеренных значений  $\eta_i$ .

Веса принимались равными нагрузке.

Затем коромысло перемещалось вдоль нити в другое положение, причем общая длина нити оставалась неизменной, и снова снималась кривая зависимости  $\varphi = f(p)$ , для которой также определялось значение  $\eta$ . Подобным образом исследовалось 5—6 положений коромысла вдоль нити, после чего изменялась общая длина нити и вся серия опытов повторялась.

При перемещении коромысла по нити в новое положение необходимо обращать внимание на вертикальность крепления нитей подвеса к коромыслу, так как в противном случае при взвешивании будет возникать дополнительная погрешность.

При исследовании зависимости  $\eta = f(L_1)$  для одной и той же нагрузки делались два отсчета при неизменных внешних условиях (коромысло дважды подводилось к положению равновесия). Разность между этими отсчетами характеризует величину погрешности установки коромысла в нулевое положение:

$$\Delta_i = |\varphi_1 - \varphi_2|,$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — отсчёты углов поворота крутильной головки.

С целью уменьшения влияния нестабильности системы на величину непостоянства весов, после каждого взвешивания проверялось положение

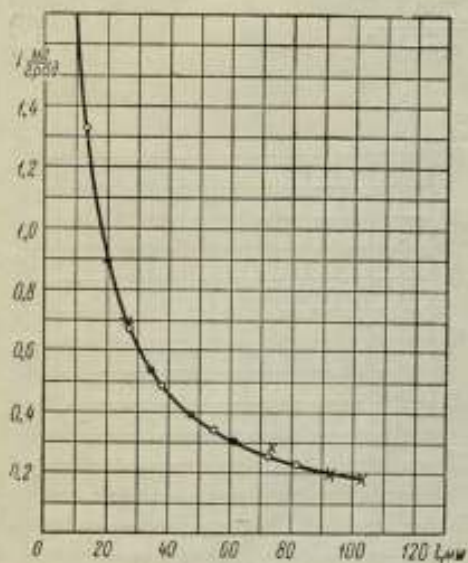


Рис. 2. График зависимости  $\eta = f(l_1)$  для стальной нити.

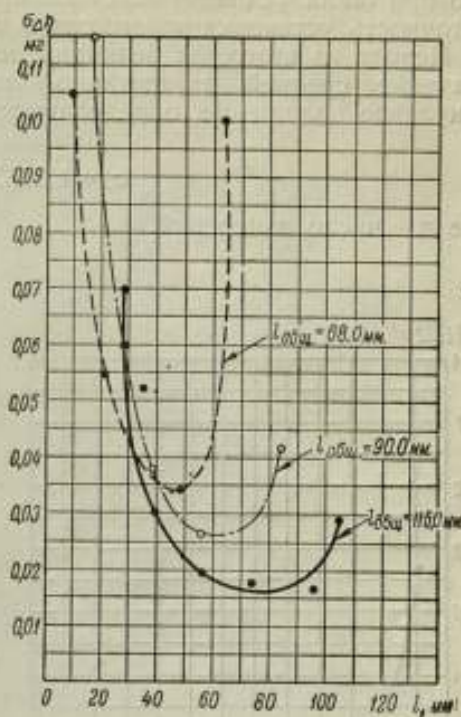
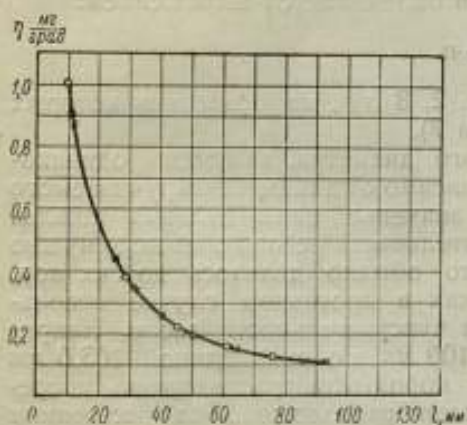


Рис. 3. График зависимости  $\sigma_{\Delta} \cdot \eta = f(l_1)$  для стальной нити.



Фиг. 4. График зависимости  $\eta = f(l_1)$  для бронзовой нити.

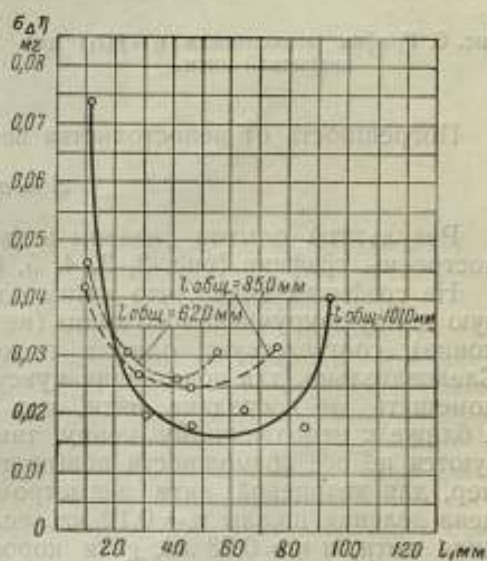


Рис. 5. График зависимости  $\sigma_{\Delta} \cdot \eta = f(l_1)$  для бронзовой нити.

ние нуля ненагруженных весов. Изменения положения нуля ненагруженных весов учитывались в дальнейших опытах. Исследования показали, что при таких условиях основной причиной непостоянства весов является неточность установки коромысла в нулевое положение.

Исходя из этого, за величину непостоянства весов можно принять значение средней квадратичной погрешности установки коромысла в нулевое положение, определяемое по ф-ле:

$$\sigma_A = 1,2533 \frac{\sum |\Delta_i|}{\sqrt{n(n-1)}}, \quad (6)$$

где  $n$  — число измерений.

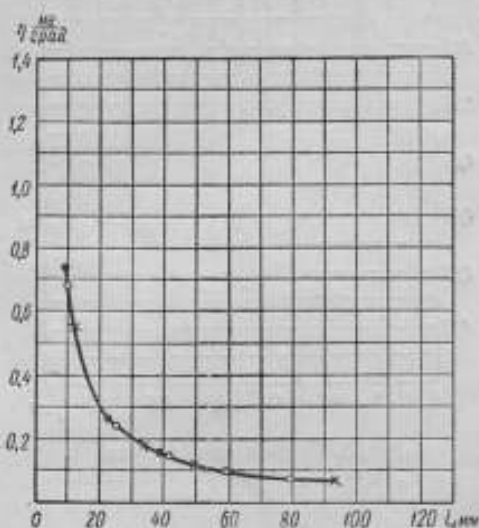


Рис. 6. График зависимости  $\eta = f(l_1)$  для кварцевой нити.

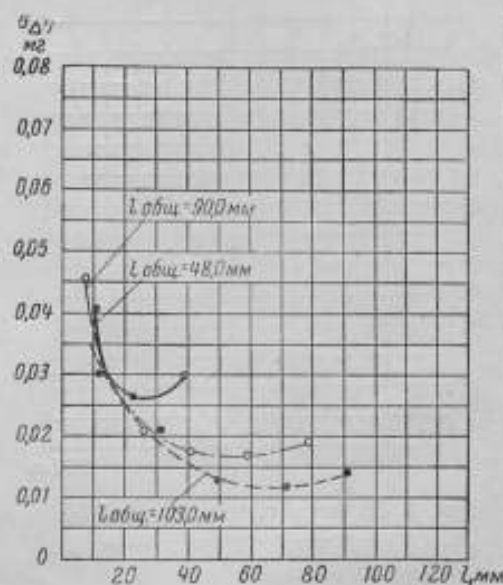


Рис. 7. График зависимости  $\sigma_A \cdot \eta = f(l_1)$  для кварцевой нити.

Погрешность от непостоянства весов определяется выражением:

$$\Delta = \sigma_A \cdot n.$$

Результаты опытов сведены в табл. 2, 3 и 4, на основании которых построены графики (рис. 2, 3, 4, 5, 6 и 7).

На графиках видно, что нитям одного диаметра, имеющим одинаковую длину закручиваемого конца (независимо от длины незакручиваемого конца), соответствует одно и то же значение цены деления шкалы. Следовательно, для повышения чувствительности весов коромысло нужно помещать не посредине нити, как это обычно делалось до сих пор, а ближе к неподвижному концу, так как в противном случае используются не все возможности повышения чувствительности весов. Например, для кварцевой нити диаметром 100 мк и общей длиной 103,0 мм цена деления шкалы  $\eta = 0,12$  мг, если коромысло расположено посредине нити, и  $\eta = 0,08$  мг, если коромысло расположено на расстоянии 75,0 мм от подвижного конца.

Непостоянство весов изменяется с изменением положения коромысла на нити: величина его возрастает при приближении коромысла к неподвижному концу, т. е. при уменьшении длины незакручиваемого конца нити.

Таблица 2

Материал нити — сталь, диаметр  $101 \pm 0,05$ 

Общая длина нити в мм	Длина закручиваемой части нити в мм	Средняя квадратичная погрешность $\sigma_d$ в град	$\eta$ в м/град	$\sigma_d \cdot \eta$ в мг	Напряжение в г
116,0	104,0	0,16	0,178	0,029	300
	95,0	0,08	0,204	0,017	300
	73,0	0,08	0,254	0,020	300
	55,0	0,06	0,332	0,020	300
	38,0	0,06	0,485	0,029	300
	27,0	0,10	0,686	0,069	300
90,0	82,0	0,19	0,224	0,042	300
	73,0	0,07	0,245	0,018	300
	55,0	0,08	0,325	0,027	300
	38,0	0,08	0,472	0,038	300
	27,0	0,09	0,659	0,060	300
	14,0	0,10	1,32	0,13	300
68,0	61,5	0,36	0,288	0,105	300
	47,5	0,09	0,387	0,034	300
	34,0	0,10	0,536	0,052	300
	20,5	0,06	0,889	0,054	300
	8,0	0,06	2,27	0,13	300

Таблица 3

Материал нити — бронза, диаметр  $105 \pm 0,05$ 

Общая длина нити в мм	Длина закручиваемой части нити в мм	Средняя квадратичная погрешность $\sigma_d$ в градусах	$\eta$ в м/град	$\sigma_d \cdot \eta$ в мг	Напряжение в г
101,0	93,0	0,40	0,100	0,040	300
	85,0	0,15	0,120	0,018	300
	64,0	0,13	0,158	0,020	300
	46,0	0,08	0,231	0,018	300
	30,0	0,06	0,346	0,020	300
	11,5	0,08	0,87	0,07	300
85,0	76,0	0,24	0,134	0,032	300
	62,0	0,17	0,167	0,028	300
	46,0	0,11	0,225	0,026	300
	28,5	0,07	0,381	0,027	300
	10,0	0,04	1,05	0,04	300
63,0	55,0	0,16	0,196	0,031	300
	41,5	0,10	0,265	0,026	300
	25,0	0,07	0,447	0,031	300
	11,0	0,05	0,91	0,05	300

Таблица 4

Материал нити — кварц, диаметр  $100 \pm 1$  мк

Общая длина нити в мм	Длина закручиваемой части нити в мм	Средняя квадратичная погрешность $\sigma_d$ в градусах	$\eta$ в мг/град.	$\sigma_d \cdot \eta$ в мг	Напряжение в г
103,0	91,5	0,193	0,070	0,014	100
	71,0	0,148	0,086	0,013	100
	50,0	0,107	0,120	0,013	100
	32,0	0,114	0,189	0,022	100
	10,5	0,05	0,57	0,030	100
90,0	79,0	0,240	0,079	0,019	100
	59,0	0,164	0,105	0,017	100
	41,0	0,120	0,151	0,018	100
	24,5	0,080	0,248	0,021	100
	9,0	0,06	0,68	0,042	100
48,0	38,0	0,190	0,160	0,030	100
	22,5	0,100	0,266	0,027	100
	8,0	0,06	0,74	0,046	100

Для подтверждения этого положения для стальной нити был проделан еще один опыт. На расстоянии 79,0 мм от подвижного конца к нити было прикреплено коромысло и при таком его положении была снята кривая зависимости  $\varphi = f(p)$ . После этого изменялась длина незакручиваемого конца нити (при неизменном положении коромысла) и снова снималась кривая зависимости  $\varphi = f(p)$  и так далее. Результаты опытов приведены в табл. 5.

Таблица 5

Диаметр в мк	Длина закручиваемой части нити в мм	Длина незакручиваемой части нити в мм	$\sigma_d$ в градусах	$\eta$ в мг/град.	$\sigma_d \cdot \eta$ в мг
$101 \pm 1$	79,0	29,0	0,10	0,226	0,023
		21,0	0,11	0,228	0,025
		11,0	0,23	0,223	0,051

Из таблицы видно, что цена деления шкалы весов не изменилась при изменении длины незакручиваемого конца нити (расхождения в значениях  $\eta$  лежат в пределах точности измерения), а непостоянство весов увеличилось при уменьшении длины  $l_2$ .

Как показали опыты, наилучшие результаты получаются тогда, когда коромысло крутильных весов расположено на расстоянии от двух третей до трех четвертей общей длины нити, считая от подвижного конца ее. На этом участке и погрешность от непостоянства весов будет наименьшей и чувствительность весов достаточно высока.

Этот вывод следует принимать во внимание при конструировании весов с крутильной головкой и упругим элементом в виде нити.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Альяники П. Я., Жаворонков И. С., Леонов Б. М., Лабораторные весы и взвешивание, Каталогиздат, Н. К. М., 1938.
2. Коренман И. М., Количественный микрохимический анализ, Госхимиздат, 1949.
3. Маликов М. Ф., Основы метрологии, Коммерприбор, 1949.



## О ВЫБОРЕ РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРА КАЧАНИЯ КОРОМЫСЛА ВЕСОВ<sup>1</sup>

При проведении взвешиваний большое значение имеет достаточно точное определение положения центра качания (положения равновесия) коромысла весов, так как разность масс двух тел может быть определена по разности положений центров качаний коромысла весов (при различных положениях взвешиваемых тел на чашках:  $BA$  и  $AB$ , где  $B$  — исходная мера,  $A$  — поверяемая мера) и цене деления шкалы весов.

Центр качания коромысла весов может быть определен по наблюдению моментов, когда  $\frac{dq}{dt} = 0$ , а  $\frac{d^2q}{dt^2}$  достигает наибольшего значения. Это соответствует крайним положениям отклоненного коромысла весов при его колебаниях во время взвешивания.

Обозначим центр качания коромысла весов через  $L_0$ , отсчеты по шкале весов в крайних положениях колеблющегося коромысла соответственно через  $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ , декремент колебаний через  $D$ , начальную амплитуду через  $A_1$  и последующие амплитуды через  $A_2, A_3$  и т. д.

Учитывая затухания колебаний, можно записать:

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= L_0 + A_1 \\ l_2 &= L_0 - A_1 \sqrt{D} \\ l_3 &= L_0 + A_1 D \\ l_4 &= L_0 - A_1 D \sqrt{D} \\ &\dots \\ l_n &= L_0 + (-1)^{n-1} A_1 \sqrt{D^{n-1}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Теперь определение центра качания весов сводится к решению системы уравнений (1). Наиболее простым будет определение  $L_0$  из двух первых уравнений:

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= L_0 + A_1 \\ l_2 &= L_0 - A_1 \sqrt{D} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

откуда

$$L_0 = \frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{1}{2} A_1 (1 - \sqrt{D}). \quad (3)$$

<sup>1</sup> В № 2 журнала „Измерительная техника“, вышедшем в свет в мае текущего года, помещена статья С. С. Щедровицкого на эту же тему. Редакция ВНИИМ все же сочла возможным опубликовать статью Г. Д. Кокоса, написанную значительно раньше и не содержащую ошибок, допущенных в статье С. С. Щедровицкого.

По значениям  $l_1$ ,  $l_2$  и  $l_3$  центр качания определяется из системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= L_0 + A_1 \\ l_2 &= L_0 - A_1 \sqrt{D} \\ l_3 &= L_0 + A_1 D \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

откуда

$$L_0 = \frac{l_1 + 2l_2 + l_3}{4} - \frac{1}{4} A_1 (1 - \sqrt{D})^2. \quad (5)$$

Часто значение  $L_0$  определяется по четырем отсчётам ( $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  и  $l_4$ ):

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= L_0 + A_1 \\ l_2 &= L_0 - A_1 \sqrt{D} \\ l_3 &= L_0 + A_1 D \\ l_4 &= L_0 - A_1 D \sqrt{D} \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

откуда

$$L_0 = \frac{l_1 + 3l_2 + 3l_3 + l_4}{8} - \frac{1}{8} A_1 (1 - \sqrt{D})^2.$$

Решение всей системы уравнений (1) приводит к следующему выражению:

$$L_0 = \frac{1}{2^{n-1}} \left\{ \left[ l_1 + \frac{n-1}{1} l_2 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!} l_3 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!} l_4 + \dots + \frac{(n-1)(n-2) \dots (n-k)}{k!} l_{k+1} + \dots + l_n \right] - A_1 (1 - \sqrt{D})^{n-1} \right\} \quad (8)$$

На практике вместо ф-л (3), (5) и (7) применяют более простые:

$$L_0 = \frac{l_1 + l_2}{2} \quad (9)$$

$$L_0 = \frac{l_1 + 2l_2 + l_3}{4} \dots \quad (10)$$

$$L_0 = \frac{l_1 + 3l_2 + 3l_3 + l_4}{8} \dots \quad (11)$$

Во всех этих формулах отброшен член, вносящий поправку для более точного учета влияния затухания колебаний на положение центра качания весов. Для ф-лы (3) этот член равен  $\frac{1}{2} A_1 (1 - \sqrt{D})$ , для ф-лы (5)  $\frac{1}{4} A_1 (1 - \sqrt{D})^2$  и для ф-лы (7)  $\frac{1}{8} A_1 (1 - \sqrt{D})^3$ .

Для рассмотрения величины систематической погрешности, которая при этом вносится, выразим  $A_1$  через  $l_1$  и  $l_2$ .

Очевидно,

$$l_1 - l_2 = A_1 + A_1' = A_1 + A_1 \sqrt{D} = A_1 (1 + \sqrt{D}),$$

а поэтому

$$A_1 = \frac{l_1 - l_2}{1 + \sqrt{D}}.$$

После подстановки значения  $A_1$  в отбрасываемые члены ф-л (3), (5), (7), получим следующие значения систематических погрешностей ф-л (9), (10) и (11):

$$\frac{1}{2} (l_1 - l_2) \frac{1 - \sqrt{D}}{1 + \sqrt{D}}, \quad \frac{1}{4} (l_1 - l_2) \frac{(1 - \sqrt{D})^2}{1 + \sqrt{D}}, \quad \frac{1}{8} (l_1 - l_2) \frac{(1 - \sqrt{D})^3}{1 + \sqrt{D}}.$$

Численные величины этих погрешностей в делениях шкалы весов могут быть подсчитаны, исходя из реальных значений величин  $l_1$ ,  $l_2$ , и  $D$ .

Для весов № 1 (Рупрехта) при четырех отсчетах погрешность вносимая в результате отбрасывания величины  $\frac{1}{8}(I_1 - I_2) \frac{(1 - \sqrt{D})^3}{1 + \sqrt{D}}$ , будет не более 0,00014 деления оптической шкалы, т. е. по крайней мере в 700 раз меньше, чем погрешность отсчета (при расчете принято  $I_1 - I_2 = 80$  и  $D = 0,85$ ).

Если погрешность отсчета считать равной 0,1 наименьшего деления шкалы весов (что близко к действительности при работе на самых лучших весах), то при пене деления шкалы весов, равной 0,03 мг (весы № 1 Рупрехта), погрешность, вносимая неточностью отсчета, будет близка к 0,003 мг, а погрешность, вызванная отбрасыванием члена  $\frac{1}{8}(I_1 - I_2) \frac{(1 - \sqrt{D})^3}{1 + \sqrt{D}}$ , составит лишь 0,0000042 мг, т. е. будет лежать далеко за пределами точности сличения Государственных эталонов единицы массы.

В действительности же эта погрешность делается еще меньшей, так как для определения разности масс двух гирь берется разность положений центров качаний, наблюдаемых до и после перестановки гирь на чашках весов. Обозначив эту разность через  $L$ , будем иметь:

$$L = L_{0BA} - L_{0AB} = \frac{I_1' + 3I_2' + 3I_3' + I_4'}{8} - \frac{I_1'' + 3I_2'' + 3I_3'' + I_4''}{8} + \frac{1}{8}(I_1' - I_2') \frac{(1 - \sqrt{D})^3}{1 + \sqrt{D}} - \frac{1}{8}(I_1'' - I_2'') \frac{(1 - \sqrt{D})^3}{1 + \sqrt{D}}. \quad (12)$$

В ф-ле (12) нас интересует величина

$$\Delta L = \frac{1}{8} [(I_1' - I_2') - (I_1'' - I_2'')] \frac{(1 - \sqrt{D})^3}{1 + \sqrt{D}}, \quad (13)$$

являющаяся разностью последних двух членов выражения (12).

Если размахи  $(I_1' - I_2')$  и  $(I_1'' - I_2'')$  одинаковы, то  $(I_1' - I_2') - (I_1'' - I_2'') = 0$ , а следовательно,  $\Delta L = 0$ . Более вероятно, что разность  $(I_1' - I_2') - (I_1'' - I_2'') \neq 0$ , но сравнительно невелика — 10 — 20 делений оптической шкалы весов. Это делает погрешность определения массы из-за несовершенства расчетной ф-лы (11) значительно меньшей, чем ранее подчитанная. При условии, что  $(I_1' - I_2') - (I_1'' - I_2'') = 10$  и  $D = 0,95$ , погрешность  $L$  равна 0,00002 деления, т. е. будет ничтожно мала.

Как видно из произведенных подсчетов, ф-ла (11) дает возможность рассчитать положение центра качания коромысла весов с очень большой точностью, далеко превосходящей потребности практики.

По этим же соображениям следует считать вполне удовлетворительной и ф-лу (10). Остаточная систематическая погрешность, вносимая ею в результат взвешивания рабочих эталонов единицы массы, не превысит 0,0003 мг, в то время как неточность сличения рабочих эталонов из-за непостоянства весов и неточности поправки на приведение взвешивания к пустоте будет не менее  $\pm 0,01$  мг.

Так будет обстоять дело, пока декремент колебаний весов достаточно близок к единице. В случае, если он значительно меньше единицы (например, равен 0,7), величина погрешности из-за неточности расчетных формул сильно возрастает: в 25 раз при расчете по ф-ле (10) и в 125 — по ф-ле (11). Несмотря на такой значительный рост погрешность не превысит 0,002 мг при использовании для расчета центра качания ф-лы (11) и 0,0075 мг при использовании ф-лы (10).

Величина допустимой погрешности из-за неточности ф-лы (10) и (11) дает возможность установить наименьшую величину декремента колебаний весов, при которой возможно использование ф-ул (10) и (11).

Считая, что при сличении Государственных и рабочих эталонов единицы массы допустимая погрешность из-за неточности расчетных формул для определения центра качания весов не должна превышать 0,01 деления оптической шкалы весов (что по крайней мере в 10 раз меньше погрешности отсчета), наименьшее допустимое значение  $D$  можно определить из ф-лы (13). Приняв  $(l_1' - l_2') - (l_1'' - l_2'') = 20$ , а  $\Delta L = 0,01$ , получим:  $D = 0,64$ .

При более жестких требованиях, например, чтобы  $\Delta L$  было не больше 0,001 деления оптической шкалы,  $D$  должно быть не менее 0,81.

Весы № 1 не только удовлетворяют этим более жестким требованиям, но и значительно превосходят их, так как декремент их колебаний равен 0,95—0,96. Это дает возможность расчета центра качания при самых точных взвешиваниях на весах № 1 производить по формуле  $L_0 = \frac{1}{4}(l_1 + 2l_2 + l_3)$ , поскольку величина  $\Delta L$  не превзойдет 0,003 деления шкалы. Из изложенного следует сделать вывод, что нет никакой необходимости прибегать к более сложным формулам расчета центра качания весов, чем ф-лы (10) и (11).

Более того, нет никакой необходимости в использовании ф-лы (11), если декремент колебаний весов не менее 0,83, так как расчеты по ф-ле (10) будут удовлетворять в этом случае достаточно высоким требованиям к определению значения  $L$  ( $\Delta L$  не более 0,01 оптического деления шкалы весов). На основании этого можно сделать заключение, что при поверках гирь (даже на самых высоких ступенях поверочной схемы) следует вычислять центр качания коромысла весов по весьма простой ф-ле:

$$L_0 = \frac{1}{4}(l_1 + 2l_2 + l_3).$$

Д. И. Менделеев [1, 2] уделил достаточно большое внимание вопросу определения центра качания коромысла весов (положения равновесия) и пришел к заключению о полной удовлетворительности ф-лы (11).

Несмотря на это, неоднократно поднимался вопрос о необходимости уточнения расчетных формул для определения центра качания коромысла весов, причем предлагались новые, сложные и громоздкие формулы так называемого декрементного или динамического метода.

Все эти искания были совершенно бесплодными, и в настоящее время стало ясно, что необходимо идти на дальнейшее упрощение расчетных формул, и в инструкциях для проверок образцовых гирь следует заменить формулу (11) формулой (10). Это приведет к ускорению процесса взвешивания и уменьшению расчетных работ, а следовательно, позволит использовать более рационально время людей, занятых точными взвешиваниями и, в частности, в системе Комитета стандартов, мер и измерительных приборов при Совете Министров СССР.

В настоящей работе пока не подверглась рассмотрению ф-ла (9), наиболее простая из всех расчетных формул, применяемых для этой цели. Ее можно рекомендовать лишь для ориентировочного расчета центра качания коромысла весов при их юстировке.

Погрешность значения  $L$  при пользовании ф-лой (9) будет определяться следующим выражением:

$$\Delta L = \frac{1}{2} |(l_1' - l_2') - (l_1'' - l_2'')| \frac{1 - \sqrt{D}}{1 + \sqrt{D}}.$$

Если  $(l_1' - l_2') - (l_1'' - l_2'') = 10$ , что вполне возможно, и  $\Delta L$  должно быть не более 0,01, то  $D$  должно быть 0,99, что не реально даже для самых лучших весов.

Если же  $D = 0,90$ , что часто имеет место, то

$$\Delta L = 0,13 \text{ при } (l_1' - l_2') - (l_1'' - l_2'') = 10$$

$$\Delta L = 0,26 \text{ при } (l_1' - l_2') - (l_1'' - l_2'') = 20.$$

Приведенные погрешности  $\Delta L$  значительны и ими нельзя пренебречь. Они могут сильно возрасти для весов, рассчитанных на малые нагрузки, для которых величина  $D$  может иметь значение 0,80. При таком декременте колебаний величина  $\Delta L$  возможно достигнет значения 0,3—0,6 децимения.

Помимо этого, применение ф-лы (9) не рекомендуется для точных взвешиваний и по той причине, что она не дает возможности контролировать затухания колебаний весов. Лучше всего контролировать правильность затухания весов по четырем отсчетам ( $l_1, l_2, l_3$  и  $l_4$ ). Сравнительно отсчеты  $l_1$  и  $l_3, l_2$  и  $l_4$ , можно судить насколько одинаково затухание весов при отклонениях коромысла в одну и другую сторону.

Разности  $l_1 - l_3$  и  $l_2 - l_4$  должны быть положительными и близкими по численному значению (предполагается, что нуль шкалы находится в ее правой части).

Если затухание колебаний весов по отсчетам на одной стороне шкалы меньше или больше, чем на другой, то это свидетельствует о наличии систематического смещения центра качания коромысла весов, что может значительно исказить результаты взвешивания. Поэтому необходимо время от времени производить четыре отсчета колебаний коромысла весов и сравнивать разности  $l_1 - l_3$  и  $l_2 - l_4$ .

Итак, при точных взвешиваниях для расчета центра качания коромысла весов следует пользоваться ф-лой (10), а также следить за достаточной равномерностью затухания колебаний при отклонениях коромысла в одну и другую сторону. Для этого рекомендуется время от времени делать четыре отсчета, но для расчета центра качания использовать только три первые из них.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Менделеев Д. И., О приемах точных или метрологических взвешиваний, „Временник Главной Палаты мер и весов“, ч. I, Петербург, 1894.
2. Менделеев Д. И., Опытное исследование колебаний весов и возобновление прототипа или основной образцовой русской меры массы в 1893—1898 гг., ГИТИ, Ленхимсектор, Л., 1931.

И. А. КОЖЕВНИКОВ, В. И. КОНДРАТЬЕВ,  
Е. И. НИКИТЕНКО, Л. Ш. ОКУНЬ и Н. К. САМОЙЛЕНКО.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБОВ В КОРОМЫСЛАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЕСОВ

Несмотря на то, что определение величины прогибов в коромыслах аналитических весов является одной из важнейших задач их проектирования, однако, литература по метрологии не отражает возможности применения современных методов строительной механики к определению прогибов коромысел весов.<sup>1</sup> При проектировании аналитических весов расчетная схема коромысла выбирается не как рамная система, а как балка с вырезами или как шарнирная стержневая система.

В настоящей работе впервые излагается расчет коромысла аналитических весов как статически-неопределимой плоской рамной системы. При этом используется метод сил, позволяющий учесть влияние на величину прогиба не только изгибающих моментов, но продольных и поперечных сил.

#### 1. Определение прогиба в коромысле аналитических весов типа ВМ-20

На рис. 1 изображено коромысло весов ВМ-20.

Расчетная схема представляется как симметричная трехконтурная рамная система, лежащая на двух опорах и нагруженная на оси симметрии силой  $2P$  (рис. 2). Данная система, являясь девять раз статически-неопределимой в силу упругой симметрии конструкции и симметрии нагрузки, приводится к системе с пятью неизвестными.

Основная система, нагруженная неизвестными  $X_1, X_2, \dots, X_5$  и заданной нагрузкой  $2P$ , изображена на рис. 3.

Канонические уравнения, отрицающие перемещения в основной системе в направлении неизвестных, должны быть записаны в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} + X_3\delta_{13} + X_4\delta_{14} + X_5\delta_{15} + \Delta_{1p} &= 0 \\ X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} + X_3\delta_{23} + X_4\delta_{24} + X_5\delta_{25} + \Delta_{2p} &= 0 \\ X_1\delta_{31} + X_2\delta_{32} + X_3\delta_{33} + X_4\delta_{34} + X_5\delta_{35} + \Delta_{3p} &= 0 \\ X_1\delta_{41} + X_2\delta_{42} + X_3\delta_{43} + X_4\delta_{44} + X_5\delta_{45} + \Delta_{4p} &= 0 \\ X_1\delta_{51} + X_2\delta_{52} + X_3\delta_{53} + X_4\delta_{54} + X_5\delta_{55} + \Delta_{5p} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Известно, что единственной печатной работой по данному вопросу является статья Н. М. Егорова „Определение прочности и чувствительности весовых коромысел типа сквозной фермы“, журнал практической метрологии и информации о работе Главмерьеса № 1(12) НТ ВСНХ СССР, 1927 г.

Каждое перемещение, входящее в систему ур-ний (1), будем определять по правилу Верещагина, т. е. путем перемножения эпюр, используя общую формулу перемещений:

$$\Delta_{кр} = \sum \frac{\omega_P^M \bar{y}_k^M}{EI} + \sum \frac{\omega_P^N \bar{y}_k^N}{EF} + \sum \alpha \frac{\omega_P^Q \bar{y}_k^Q}{GF} \quad (2)$$

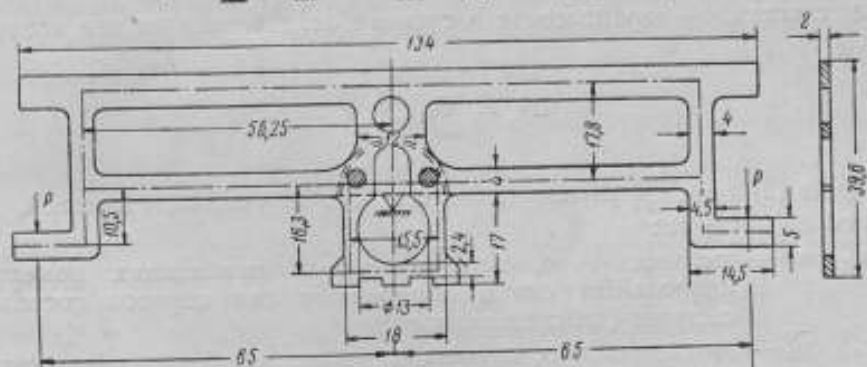


Рис. 1.

представляющую собой интерпретацию известной формулы перемещений Мора-Максвелла:

$$\Delta_{кр} = \sum \int \frac{M_P \bar{M}_{kax}}{EI} + \sum \int \frac{N_P \bar{N}_{kax}}{EF} + \sum \int \alpha \frac{Q_P \bar{Q}_{kax}}{GF} \quad (3)$$

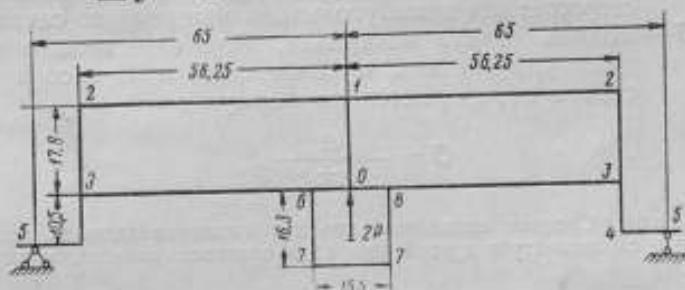


Рис. 2.

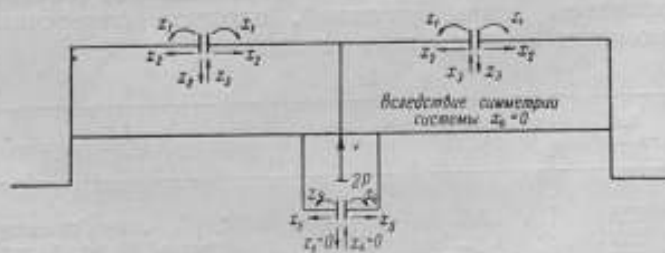


Рис. 3.

Первое слагаемое ф-лы (2) позволяет определить перемещение в системе от действия на нее изгибающих моментов:

$$\Delta_{кр}^M = \sum \frac{\omega_P^M \bar{y}_k^M}{EI} \quad (4)$$

Как известно, ф-ла (2) используется как для определения свободных членов системы канонических уравнений (в нашем случае для определения перемещений  $\Delta_{1P}, \Delta_{2P} \dots \Delta_{5P}$ ), так и для определения единичных перемещений (в нашем случае для определения перемещений  $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{13} \dots \delta_{54}$  и  $\delta_{55}$ ).

второе слагаемое—перемещение в системе от действия на нее продольных сил:

$$\Delta_{кр}^N = \sum \frac{\omega_P^N \bar{y}_k^N}{EF}; \quad (5)$$

третье слагаемое—перемещение в системе от действия на нее поперечных сил:

$$\Delta_{кр}^Q = \sum \alpha \frac{\omega_P^Q \bar{y}_k^Q}{GF}. \quad (6)$$

В ф-ле (2) знак  $\sum$  распространяется на все участки стержней, для каждого из которых:

$\omega_P^M, \omega_P^N, \omega_P^Q$  — соответственно, площади эпюр: изгибающих моментов, продольных сил и поперечных сил первого состояния системы (действительного);

$\bar{y}_k^M, \bar{y}_k^N, \bar{y}_k^Q$  — соответственно, ординаты эпюр: изгибающих моментов, продольных сил и поперечных сил второго состояния системы (единичного), расположенные под центром тяжести площади эпюры первого состояния системы;]

$E$  — модуль упругости материала;

$I$  — момент инерции поперечного сечения стержня;

$F$  — площадь поперечного сечения стержня;

$\alpha$  — коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения стержня; для прямоугольного поперечного сечения  $\alpha = 1,2$ ;

$G$  — модуль сдвига материала. При известном значении модуля упругости  $E$  и коэффициента Пуассона  $\mu$ , модуль сдвига определяется по формуле:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (7)$$

Примечание. Следует напомнить, что перемножение площади одной эпюры на соответствующую ей ординату в другой эпюре для краткости называется *перемножением эпюр*.

Прежде чем перейти к определению перемещений, составим таблицу, в которой приведем длины стержней, площади поперечных сечений стержней и моменты инерций этих сечений (табл. 1).

Таблица 1

№ стержня	$l_{аб}$ в мм	$\frac{F_{аб}}{F}$	$\frac{I_{аб}}{I}$	Примечания
01	17,8	1,56	—	1. В силу симметрии системы стержень 01 не будет подвержен изгибу.
12	56,25	1,12	2,927	
23	17,8	0,8	1,067	
34	10,5	0,9	1,519	
45	8,75	1,0	2,083	2. Моменты инерций поперечных сечений стержней определены по известной ф-ле: $I = \frac{M^3}{12}$
03	56,25	0,8	1,067	
67	16,3	0,5	0,2604	
77	15,5	0,48	0,2304	
3. $E = 9,5 \cdot 10^6$ т/мм				

ПРИМЕЧАНИЕ: Для удобства ведения расчета все площади поперечных сечений приведены к основной площади  $F = 10$  мм<sup>2</sup>, выбранной произвольно, а моменты инерции поперечных сечений — к основному моменту инерции  $I = 10$  мм<sup>4</sup>, выбранному также произвольно.



Загружая отдельно основную систему единичными неизвестными  $X_1 = 1$ ;  $X_2 = 1$ ; ...  $X_5 = 1$  и заданной нагрузкой  $2P$ , строим эпюры изгибающих моментов от этих воздействий (рис. 4—9) и вычисляем перемещения  $\delta_{ik}^M$  и  $\Delta_{iP}^M$ .

Каждое перемещение в основной системе в направлении  $i$ -го неизвестного, вызванное  $K$ -ым единичным неизвестным, т. е. перемещение  $\delta_{ik}^M$ , находим на основании ф-лы (4), умножая эпюру  $\bar{M}_k$  на эпюру  $\bar{M}_i$ :

$$\delta_{11}^M = 2 \frac{1}{EI_{12}} 56,25 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \frac{1}{EI_{23}} 17,8 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \frac{1}{EI_{03}} 56,25 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{EI} 177,236;$$

$$\delta_{12}^M = \delta_{21}^M = 2 \frac{1}{EI_{23}} 17,8 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} 17,8 + \frac{1}{EI_{03}} 56,25 \cdot 1 \cdot 17,8 = \frac{1}{EI} 2173,70;$$

$$\delta_{13}^M = \delta_{31}^M = -2 \frac{1}{EI_{23}} 17,8 \cdot 1 \cdot 28,125 = -\frac{1}{EI} 938,379;$$

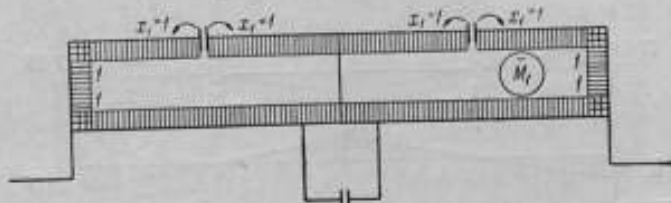


Рис. 4.

$$\delta_{14}^M = \delta_{41}^M = \frac{1}{EI_{03}} 15,5 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{EI} 14,5267;$$

$$\delta_{15}^M = \delta_{51}^M = -\frac{1}{EI_{03}} 15,5 \cdot 1 \cdot 16,3 = -\frac{1}{EI} 236,785;$$

$$\delta_{22}^M = 2 \frac{1}{EI_{23}} \cdot \frac{1}{2} 17,8^2 \cdot \frac{2}{3} 17,8 + \frac{1}{EI_{03}} 56,25 \cdot 17,8^2 = \frac{1}{EI} 36930,0;$$

$$\delta_{23}^M = \delta_{32}^M = -2 \frac{1}{EI_{23}} \cdot \frac{1}{2} 17,8^2 \cdot 28,125 = -\frac{1}{EI} 8351,56;$$

$$\delta_{24}^M = \delta_{42}^M = \frac{1}{EI_{03}} 15,5 \cdot 17,8 \cdot 1 = \frac{1}{EI} 258,575;$$

$$\delta_{25}^M = \delta_{52}^M = -\frac{1}{EI_{03}} 15,5 \cdot 17,8 \cdot 16,3 = -\frac{1}{EI} 4214,77;$$

$$\delta_{33}^M = 2 \frac{56,25}{3EI_{12}} 28,125^2 + 2 \frac{1}{EI_{23}} 17,8 \cdot 28,125^2 + 2 \frac{56,25}{EI_{03}} 28,125^2 = \frac{1}{EI} 64326,6;$$

$$\delta_{34}^M = \delta_{43}^M = 2 \frac{1}{EI_{03}} \cdot \frac{15,5}{2} \cdot \frac{28,125 + 20,375}{2} 1 = \frac{1}{EI} 352,273;$$

$$\delta_{35}^M = \delta_{53}^M = -2 \frac{1}{EI_{03}} \cdot \frac{15,5}{2} \cdot \frac{28,125 + 20,375}{2} 16,3 = -\frac{1}{EI} 5742,05;$$

$$\delta_{44}^M = \frac{1}{EI_{03}} 15,5 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{EI_{17}} 16,3 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \frac{1}{EI_{07}} 16,3 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{EI} 206,993;$$

$$\delta_{45}^M = \delta_{54}^M = -\frac{1}{EI_{03}} 15,5 \cdot 1 \cdot 16,3 - 2 \frac{1}{EI_{07}} 16,3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} 16,3 = -\frac{1}{EI} 1257,10;$$

$$\delta_{55}^M = \frac{1}{EI_{03}} 15,5 \cdot 16,3^2 + 2 \frac{1}{EI_{07}} \cdot \frac{1}{2} 16,3^2 \cdot \frac{2}{3} 16,3 = \frac{1}{EI} 14947,0.$$

Каждое перемещение в основной системе в направлении  $i$ -го неизвестного, вызванное заданной нагрузкой  $2P$ , т. е. перемещение  $\Delta_{iP}^M$ , находим на основании той же ф-лы (4), умножая эпюру  $M_P$  на эпюру  $\bar{M}_i$ :

$$\Delta_{1P}^M = 2 \frac{1}{EI_{03}} 56,25 \frac{65P + 8,75P}{2} 1 = \frac{P}{EI} 3887,94;$$

$$\Delta_{2P}^M = 2 \frac{1}{EI_{03}} 56,25 \frac{65P + 8,75P}{2} 17,8 = \frac{P}{EI} 69205,3;$$

$$\Delta_{3P}^M = 2 \frac{56,25}{6EI_{03}} 28,125 (65P - 8,75P) = \frac{P}{EI} 27800,4;$$

$$\Delta_{4P}^M = 2 \frac{1}{EI_{03}} \cdot \frac{15,5}{2} \cdot \frac{57,25P + 65P}{2} 1 = \frac{P}{EI} 887,947;$$

$$\Delta_{5P}^M = -2 \frac{1}{EI_{03}} \cdot \frac{15,5}{2} \cdot \frac{57,25P + 65P}{2} \cdot 16,3 = -\frac{P}{EI} 14473,5.$$

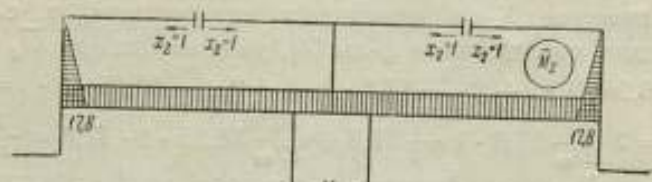


Рис. 5.

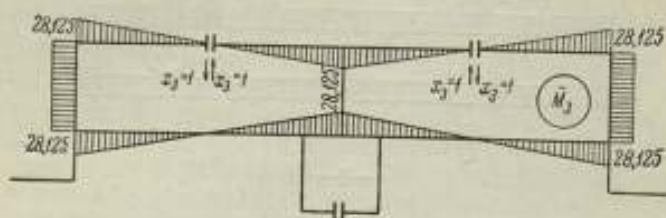


Рис. 6.

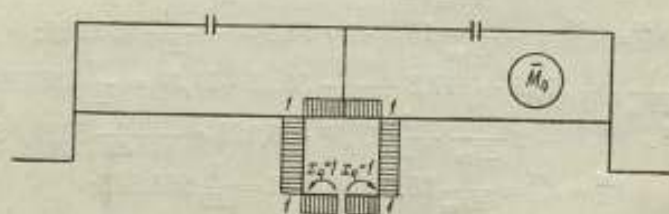


Рис. 7.

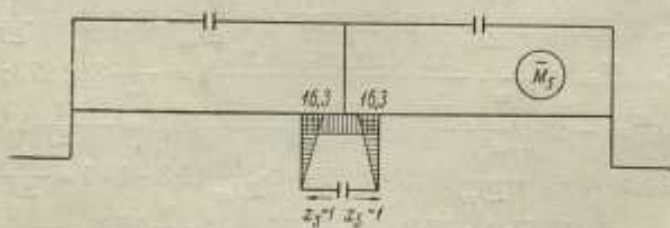


Рис. 8.

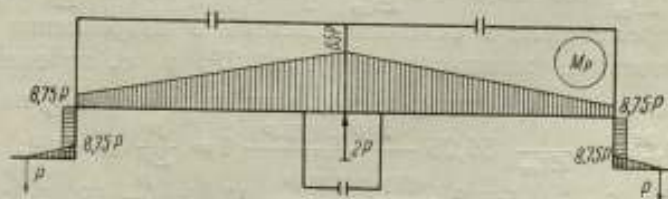


Рис. 9.

Вычислив перемещения в основной системе от действия на нее изгибающих моментов, переходим к вычислению перемещений в основной системе, вызванных действием на нее продольных сил. Для этого, загрузив отдельно основную систему единичными неизвестными  $x_1=1$ ;  $x_2=1$ ; ...  $x_6=1$  и заданной нагрузкой  $2P$ , строим эпюры продольных сил от этих воздействий (рис. 10—15).<sup>1</sup>

Каждое единичное перемещение  $\delta_{ik}^N$  находим умножая эпюру  $\bar{N}_k$  на эпюру  $\bar{N}_i$ , а каждое перемещение  $\Delta_{iP}^N$  — умножая эпюру  $\bar{N}_P$  на эпюру  $\bar{N}_i$  [см. ф-лу (5)]:

$$\delta_{11}^N = \delta_{12}^N = \delta_{21}^N = \delta_{13}^N = \delta_{31}^N = \delta_{14}^N = \delta_{41}^N = \delta_{15}^N = \delta_{51}^N = \delta_{23}^N = \delta_{32}^N = \delta_{24}^N = \delta_{42}^N = \delta_{34}^N = \\ = \delta_{43}^N = \delta_{35}^N = \delta_{53}^N = \delta_{44}^N = \delta_{45}^N = \delta_{54}^N = 0;$$

$$\delta_{22}^N = 2 \frac{1}{EF_{12}} 56,25 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \frac{1}{EF_{03}} 56,25 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{EF} 241,071;$$

$$\delta_{23}^N = \delta_{32}^N = \frac{1}{EF_{03}} 15,5 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{EF} 19,3750;$$

$$\delta_{33}^N = 2 \frac{1}{EF_{03}} 17,8 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{EF_{01}} 17,8 \cdot 2 \cdot 2 = \frac{1}{EF} 90,1417;$$

$$\delta_{35}^N = \frac{1}{EF_{03}} 15,51 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{EF_{17}} 15,5 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{EF} 51,6676.$$

$$\Delta_{1P}^N = \Delta_{2P}^N = \Delta_{3P}^N = \Delta_{4P}^N = \Delta_{5P}^N = 0$$

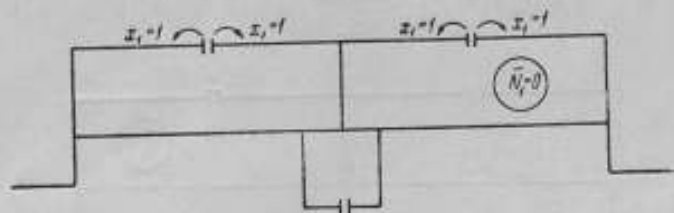


Рис. 10.

Для вычисления перемещений в основной системе от действия на нее поперечных сил, загружаем отдельно основную систему единичными неизвестными  $x_1=1$ ;  $x_2=1$ ; ...  $x_5=1$  и заданной нагрузкой  $2P$ .

Построив эпюры поперечных сил от этих воздействий (рис. 16—21)<sup>2</sup>, находим каждое единичное перемещение  $\delta_{ik}^Q$ , умножая эпюру  $\bar{Q}_k$  на эпюру  $\bar{Q}_i$ , а перемещение  $\Delta_{iP}^Q$  — умножая эпюру  $\bar{Q}_P$  на эпюру  $\bar{Q}_i$  [см. ф-лу (6)]<sup>3</sup>

$$\delta_{11}^Q = \delta_{12}^Q = \delta_{21}^Q = \delta_{13}^Q = \delta_{31}^Q = \delta_{14}^Q = \delta_{41}^Q = \delta_{15}^Q = \delta_{51}^Q = \delta_{23}^Q = \delta_{32}^Q = \delta_{24}^Q = \delta_{42}^Q = \delta_{34}^Q = \delta_{43}^Q = \\ = \delta_{25}^Q = \delta_{52}^Q = \delta_{34}^Q = \delta_{43}^Q = \delta_{35}^Q = \delta_{53}^Q = \delta_{44}^Q = \delta_{45}^Q = \delta_{54}^Q = 0;$$

$$\delta_{22}^Q = 2\alpha \frac{1}{GF_{03}} 17,8 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{EF} 146,316;$$

$$\delta_{23}^Q = 2\alpha \frac{1}{GF_{12}} 56,25 \cdot 1 \cdot 1 + 2\alpha \frac{1}{GF_{03}} 56,25 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{EF} 792,643;$$

$$\delta_{33}^Q = 2\alpha \frac{1}{GF_{03}} 16,3 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{EF} 214,378.$$

$$\Delta_{1P}^Q = \Delta_{2P}^Q = \Delta_{3P}^Q + \Delta_{4P}^Q = 0;$$

$$\Delta_{4P}^Q = 2\alpha \frac{1}{GF_{03}} 56,25 P \cdot 1 = \frac{P}{EF} 462,375.$$

<sup>1</sup> В эпюрах продольных сил растяжение отмечается знаком плюс, сжатие — знаком минус

<sup>2</sup> Знаки в эпюрах поперечных сил установлены по известному правилу сопротивления материалов

<sup>3</sup> Модуль сдвига вычислен по ф-ле (7):

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{E}{2,74}, \text{ в которой } \mu = 0,37.$$

Так как сечение стержней прямоугольное, то  $\alpha = 1,2$ .

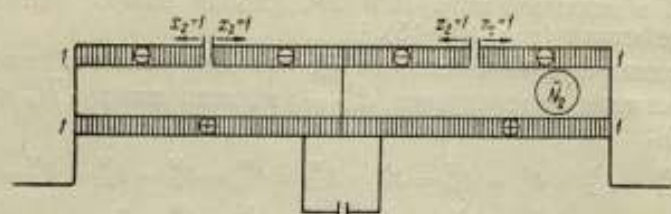


Рис. 11.

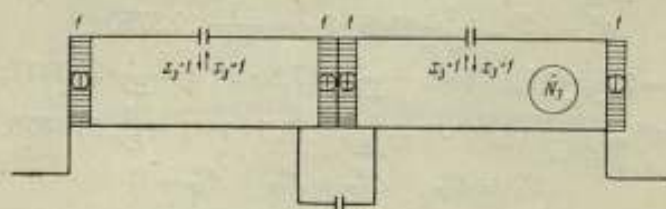


Рис. 12.

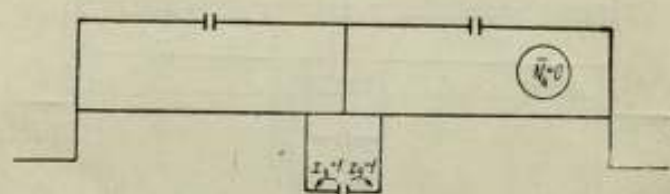


Рис. 13.

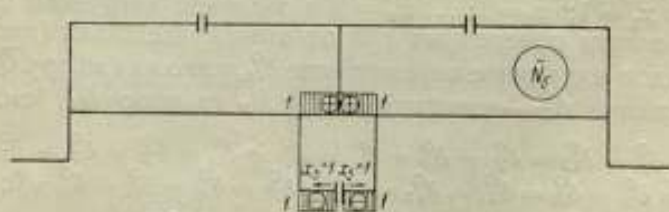


Рис. 14.

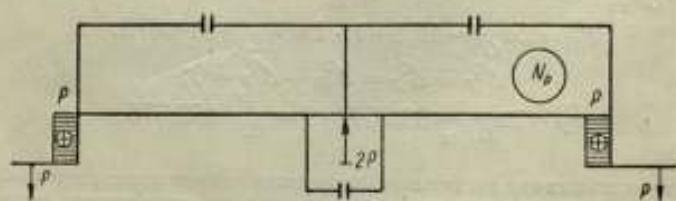


Рис. 15.

На основании общей формулы перемещений (2), получаем формулы для определения суммарных перемещений  $\delta_{ik}$  и  $\Delta_{iP}$ <sup>1</sup>:

$$\delta_{ik} = \delta_{ik}^M + \delta_{ik}^N + \delta_{ik}^Q; \quad (8)$$

$$\Delta_{ik} = \Delta_{iP}^M + \Delta_{iP}^N + \Delta_{iP}^Q. \quad (9)$$

Используя ф-лы (8) и (9), находим суммарные перемещения  $\delta_{ik}$  и  $\Delta_{iP}$  в основной системе<sup>2</sup>:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{EI} 177,236; \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} 2173,70; \delta_{13} = \delta_{31} = -\frac{1}{EI} 938,379; \\ \delta_{14} = \delta_{41} &= \frac{1}{EI} 14,5267; \delta_{15} = \delta_{51} = -\frac{1}{EI} 236,785; \delta_{22} = \frac{1}{EI} 37317,4; \\ \delta_{23} = \delta_{32} &= -\frac{1}{EI} 8351,56; \delta_{24} = \delta_{42} = \frac{1}{EI} 258,575; \delta_{25} = \delta_{52} = -\frac{1}{EI} 4195,40; \delta_{33} = \\ &= \frac{1}{EI} 65209,4; \delta_{34} = \delta_{43} = \frac{1}{EI} 352,273; \\ \delta_{35} = \delta_{53} &= -\frac{1}{EI} 5742,05; \delta_{44} = \frac{1}{EI} 206,993; \delta_{45} = \delta_{54} = -\frac{1}{EI} 1257,10; \delta_{55} = \\ &= \frac{1}{EI} 15213,0. \end{aligned}$$

$$\Delta_{1P} = \frac{P}{EI} 3887,94; \Delta_{2P} = \frac{P}{EI} 69205,3; \Delta_{3P} = \frac{P}{EI} 28262,8;$$

$$\Delta_{4P} = \frac{P}{EI} 887,947; \Delta_{5P} = -\frac{P}{EI} 14473,5.$$

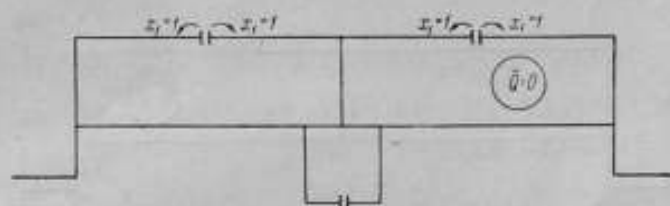


Рис. 16.

Подставляя найденные значения перемещений в систему ур-ий (1) приходим к ее развернутому виду:

$$\left. \begin{aligned} 177,236X_1 + 2173,7X_2 - 938,379X_3 + 14,5267X_4 - 236,785X_5 + \\ + 3887,94P = 0; \\ 2173,7X_1 + 37317,4X_2 - 8351,56X_3 + 258,575X_4 - 4195,4X_5 + \\ + 69205,3P = 0; \\ -938,379X_1 - 8351,56X_2 + 65209,4X_3 + 352,273X_4 - 5742,05X_5 = \\ + 28262,8P = 0; \\ 14,5267X_1 + 258,575X_2 + 352,273X_3 + 206,993X_4 - 1257,1X_5 + \\ + 887,947P = 0; \\ -236,785X_1 - 4195,4X_2 - 5742,05X_3 - 1257,1X_4 + 15213X_5 - \\ - 14473,5P = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

После решения находим

$$\begin{aligned} X_1 &= -3,00719P; \quad X_2 = -1,82908P; \quad X_3 = -0,699000P; \\ X_4 &= 0,455000P; \quad X_5 = 0,175788P. \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Мы не приводим здесь построчных проверок единичных перемещений  $\delta_{ik}$ , а также проверок свободных членов уравнений, т. е. перемещений  $\Delta_{iP}$ . Метод этих проверок достаточно подробно излагается в курсах статки сооружений.

<sup>2</sup> При суммировании перемещений учитывалось отношение  $\frac{I}{F} = 1$  (см. примечание к табл. 1).

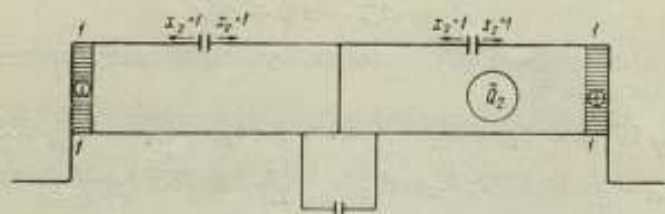


Рис. 17.

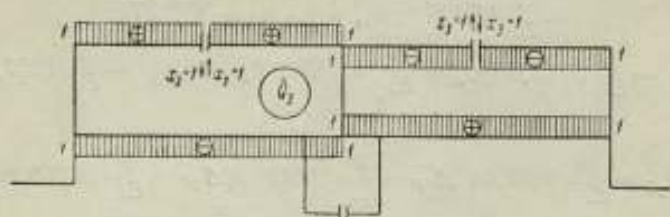


Рис. 18.

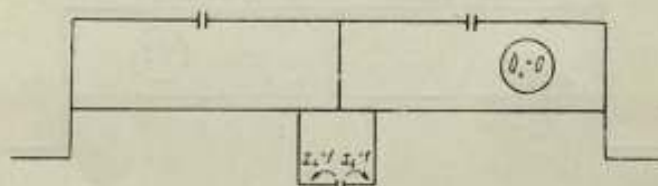


Рис. 19.

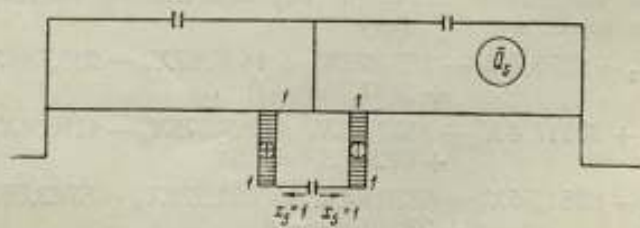


Рис. 20.

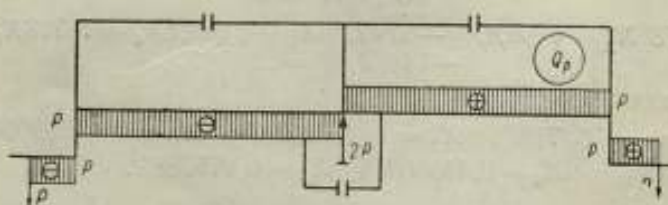


Рис. 21.

Умножая соответственно ординаты единичных эпюр  $\bar{M}_i$  на найденные значения неизвестных, получаем эпюры изгибающих моментов ( $M_i$ )<sup>1</sup> в основной системе от раздельного действия неизвестных.

Складывая ординаты эпюр  $M_i$  с ординатами эпюр  $M_p$ , получаем суммарную эпюру изгибающих моментов ( $M_{\text{сум}}$ ) для рассчитываемой системы (рис. 22).

Аналогичным образом получаем суммарные эпюры продольных сил ( $N_{\text{сум}}$ ) и поперечных сил ( $Q_{\text{сум}}$ ) для рассчитываемой системы (рис. 23, 24).

Для проверки правильности построенных эпюр  $M_{\text{сум}}$ ,  $N_{\text{сум}}$  и  $Q_{\text{сум}}$  используем условие неразрезности стержней в заданной системе, т. е. условие равенства нулю перемещений в любом сечении расчетной схемы (рис. 2).

На основании условия неразрезности можно сказать, что перемножая соответственно эпюры  $M_{\text{сум}}$ ,  $N_{\text{сум}}$  и  $Q_{\text{сум}}$  на единичные эпюры  $\bar{M}_i$ ,  $\bar{N}_i$  и  $\bar{Q}_i$  и складывая результаты перемножения, мы должны получить нуль, так как смысл такого перемножения на основании ф-лы (2) заключается в определении перемещения в основной системе в направлении  $i$ -го воздействия, вызванного заданной нагрузкой и найденными значениями неизвестных.

Перемножая соответственно эпюры  $M_{\text{сум}}$ ,  $N_{\text{сум}}$  и  $Q_{\text{сум}}$  (рис. 22, 23, 24) на эпюры  $\bar{M}_3$ ,  $\bar{N}_3$  и  $\bar{Q}_3$  (рис. 6, 12, 18), получаем:

$$\begin{aligned} \sum \frac{\omega_{\text{сум}}^M \bar{y}_3^M}{EI} &= -2 \frac{56,25}{6EI_{12}} 28,125 (16,6522P + 22,6666P) + \\ &+ 2 \frac{1}{EI_{23}} 17,8 \frac{15,9054P - 16,6522P}{2} 28,125 + \frac{48,5}{6EI_{03}} (2 \cdot 28,125 \cdot 7,1554P + \\ &+ 2 \cdot 20,375 \cdot 7,44311P - 28,125 \cdot 7,44311P - 20,375 \cdot 7,1554P) + \\ &+ 2 \frac{7,75}{6EI_{03}} (2 \cdot 20,375 \cdot 5,03277P + 28,125 \cdot 7,36547P + \\ &+ 20,375 \cdot 7,36547P + 28,125 \cdot 5,03277P) = \frac{P}{EI} (7518,85 - 7434,26); \\ \sum \frac{\omega_{\text{сум}}^N \bar{y}_3^N}{EF} &= -2 \frac{1}{EF_{23}} 17,8 \cdot 0,699P \cdot 1 - 2 \frac{1}{EF_{01}} 17,8 \cdot 0,699P \cdot 1 = \\ &= -\frac{P}{EF} 41,8300; \\ \sum \alpha \frac{\omega_{\text{сум}}^Q \bar{y}_3^Q}{GF} &= -2 \frac{1}{GF_{12}} \alpha \cdot 56,25 \cdot 0,699P \cdot 1 + 2 \frac{1}{GF_{03}} \alpha \cdot 56,25 \cdot 0,301P \cdot 1 = \\ &= -\frac{P}{EF} (139,175 - 203,750); \\ \Delta_{X \Sigma P, X} &= \sum \frac{\omega_{\text{сум}}^M \bar{y}_3^M}{EI} + \sum \frac{\omega_{\text{сум}}^N \bar{y}_3^N}{EF} + \sum \alpha \frac{\omega_{\text{сум}}^Q \bar{y}_3^Q}{GF} = \\ &= \frac{P}{EI} (7658,02 - 7679,84) \approx 0. \end{aligned}$$

Убедившись в том, что эпюры  $M_{\text{сум}}$ ,  $N_{\text{сум}}$  и  $Q_{\text{сум}}$  построены с достаточной точностью<sup>2</sup>, переходим к определению прогиба в расчетной схеме (рис. 2), для чего строим эпюры  $\bar{M}_k$  (рис. 25),  $\bar{N}_k$  (рис. 26) и  $\bar{Q}_k$  (рис. 27) от воздействия  $K=1$ , приложенного в основной системе в месте определения прогиба (в нашей расчетной схеме под грузом  $2P$ )<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Здесь эти эпюры не приводятся.

<sup>2</sup> Эпюры  $M_{\text{сум}}$ ,  $N_{\text{сум}}$  и  $Q_{\text{сум}}$  были перемножены и на все другие единичные эпюры (от  $X_1=1$ ;  $X_2=1$ ;  $X_3=1$  и  $X_4=1$ ). Погрешности в этих случаях оказались того же порядка, что и приведенная в тексте.

<sup>3</sup> Найденный прогиб в расчетной схеме под грузом  $2P$  будет соответствовать прогибам в заданной системе (рис. 1) под грузами  $P$ .

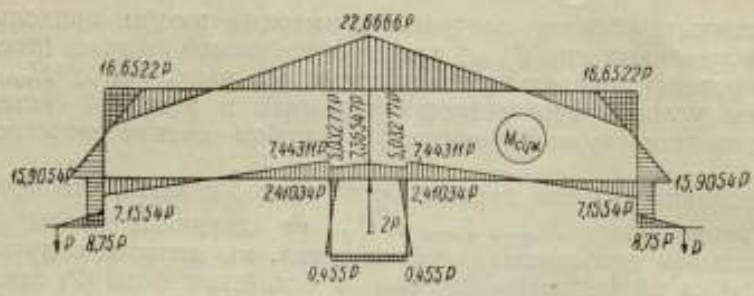


Рис. 22.

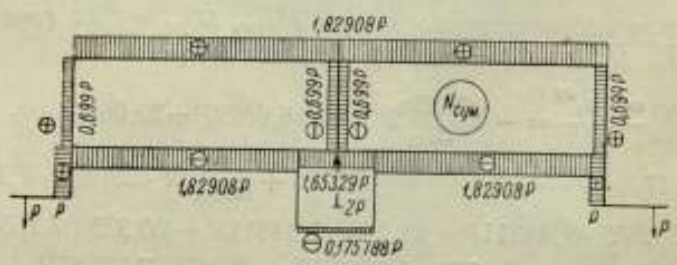


Рис. 23.

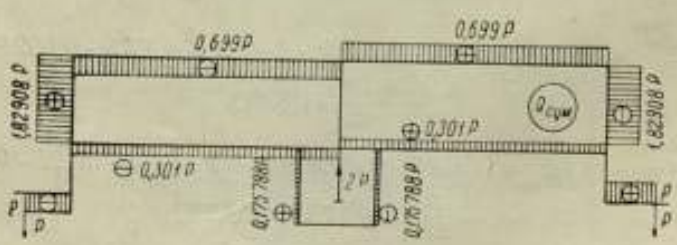


Рис. 24.

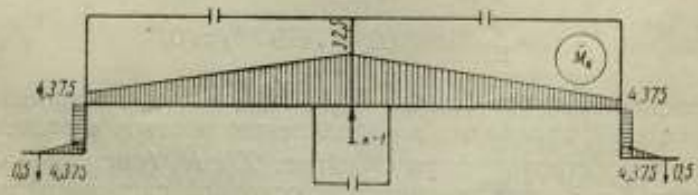


Рис. 25.



Используя ф-лу (2), т. е. перемножая соответственно эшоры ( $M_{\text{сум}}$ ,  $N_{\text{сум}}$  и  $Q_{\text{сум}}$ ) первого состояния системы на эшоры ( $\bar{M}_k$ ,  $\bar{N}_k$  и  $\bar{Q}_k$ ) второго состояния системы, получаем выражение для интересующего нас прогиба  $y_k = y_k^M + y_k^N + y_k^Q$ .

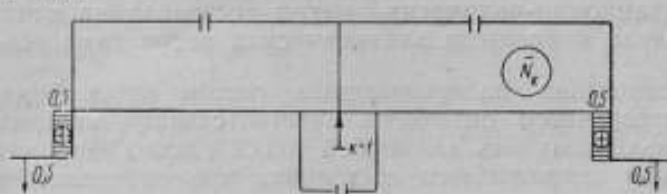


Рис. 26.

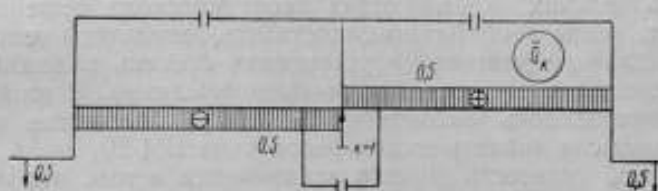


Рис. 27.



Рис. 28.

Находим каждую из составляющих  $y_k$ :

$$\begin{aligned}
 y_k^M &= 2 \frac{1}{EI_{45}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8,75P \cdot 8,75 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4,375 + 2 \frac{1}{EI_{34}} 10,5 \cdot 8,75P \cdot 4,375 + \\
 &+ 2 \frac{48,5}{6EI_{03}} (-2 \cdot 4,375 \cdot 7,1554P + 2 \cdot 28,625 \cdot 7,44311P + \\
 &+ 4,375 \cdot 7,44311P - 28,625 \cdot 7,1554P) + 2 \frac{7,75}{6EI_{03}} (2 \cdot 28,625 \cdot 5,03277P + \\
 &+ 2 \cdot 32,5 \cdot 7,36547P + 28,625 \cdot 7,36547P + 32,5 \cdot 5,03277P) = \frac{P}{EI} 6302,13; \\
 y_k^N &= 2 \frac{1}{EF_{34}} 10,5P \cdot 0,5 = \frac{P}{EF} 11,6667; \\
 y_k^Q &= 2 \frac{1}{GF_{45}} a \cdot 8,75P \cdot 0,5 + 2 \frac{1}{GF_{03}} a \cdot 56,25 \cdot 0,301P \cdot 0,5 = \frac{P}{EF} 98,3574. \\
 y_k &= \frac{P}{EI} 6412,15. \tag{11}
 \end{aligned}$$

Подставляя в ф-лу (11)  $P = 44 \text{ г}$ ,  $E = 9,5 \cdot 10^6 \text{ г/мм}^2$ ,  $I = 10 \text{ мм}^4$ , находим величину прогиба:

$$y_k = 0,00296984 \text{ мм} \approx 3 \text{ мк.}^1$$

Для того, чтобы быть окончательно уверенными в том, что прогиб  $y_k = 3 \text{ мк}$  определен правильно, мы выбрали другую основную систему (рис. 28) и загрузили ее в точке приложения груза  $2P$  единичной силой

<sup>1</sup> Без учета влияния продольных и поперечных сил прогиб  $y_k$  оказался равным  $2,5 \text{ мк}$ .

$k_1 = 1$ . Перемножение эпюр  $M_{\text{сум}}$ ,  $N_{\text{сум}}$  и  $Q_{\text{сум}}$  (рис. 22, 23, 24) на построенные эпюры  $M_{k_1}$ ,  $N_{k_1}$  и  $Q_{k_1}$ <sup>1</sup> дало нам ту же величину прогиба, т. е.  $y_{k_1} = y_k = 3$  мм.

## 2. Поляризационно-оптический метод исследования напряжений в модели коромысла аналитических весов типа ВМ-20

При просвечивании поляризованным светом плоской напряженной модели из прозрачного оптически чувствительного материала можно экспериментально получить для любой точки и всего напряженного поля полную картину напряженного состояния, т. е. определить величину и направление главных напряжений.

Поляризационно-оптический метод применяется при определении напряжений в задачах, не имеющих теоретического решения, а также в тех случаях, когда необходимо сопоставить результаты теоретического и экспериментального решений и установить степень надежности теоретического решения с его исходными предпосылками. С этой последней целью и производилось экспериментальное исследование напряжений в модели коромысла аналитических весов типа ВМ-20.

Как известно, сущность метода заключается в том, что луч плоскополяризованного света, проходя через напряженную модель, раскладывается на два, имеющие направления колебаний, совпадающие с главными напряжениями. При неравной величине главных напряжений скорость прохождения света через напряженную модель будет различной.

По выходе из модели, лучи будут иметь оптическую разность хода  $\Delta$ , пропорциональную разности главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ .

Эта зависимость выражается так:

$$\Delta = k \cdot t (\sigma_1 - \sigma_2), \quad (12)$$

где  $t$  — толщина модели;

$k$  — оптическая постоянная материала модели, определяемая тарировкой образца из того же материала.

Точки на модели, имеющие равную разность хода лучей, вызывают одинаковый оптический эффект — окрашиваются одним цветом. По наблюдаемой окраске можно качественно судить о характере распределения напряжений. При измеренной компенсатором разности хода  $\Delta$  можно получить количественную картину напряжений.

Для исследования напряжений в коромысле была изготовлена модель из целлулоида, у которой были увеличены линейные размеры в плоскости действия сил в 1,8 раза, а толщина равнялась 4,5 мм, что соответствовало увеличению в 2,25 раза по сравнению с толщиной натуре.

На модели было намечено четыре пары симметричных сечений, имеющих по две точки в каждом для экспериментального определения напряжений в этих точках (рис. 29). Модель загружалась по схеме, соответствующей работе коромысла, и просматривалась в поляризованном свете. Наблюдаемая при этом оптическая картина напряжений в соответствии с формулой (12) приведена на рис. 30, дающем отчетливое качественное представление о напряжениях. Так, например, очевидно, что напряжение в точке 1 (рис. 29) меньше, чем в точке 3 и на протяжении верхнего контура от точки 1 к точке 3 напряжения меняют знак.

Для количественного определения напряжений во всех отмеченных точках производились измерения разности хода  $\Delta$  при помощи компенсатора — кварцевого клина.

<sup>1</sup> Эти эпюры в тексте не приводятся.

Так как все исследуемые точки расположены на контуре, где одно из главных напряжений равно нулю, то ф-ла (12) принимает вид:

$$\Delta = k t \sigma, \quad (13)$$

Отсюда непосредственно определяются напряжения на контуре при измеренной величине  $\Delta$ , известной толщине  $t$  и определенной тарировочной оптической постоянной  $k$ .

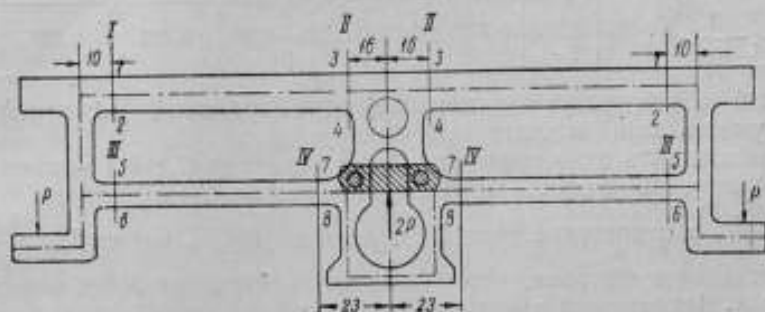


Рис. 29.

После проведения опыта и обработки всех полученных данных, были определены напряжения в исследуемых точках модели.

Так как напряжения  $\sigma$  прямо пропорциональны нагрузке  $P$ , то для удобства сравнения опытных и теоретических результатов подсчитыва-

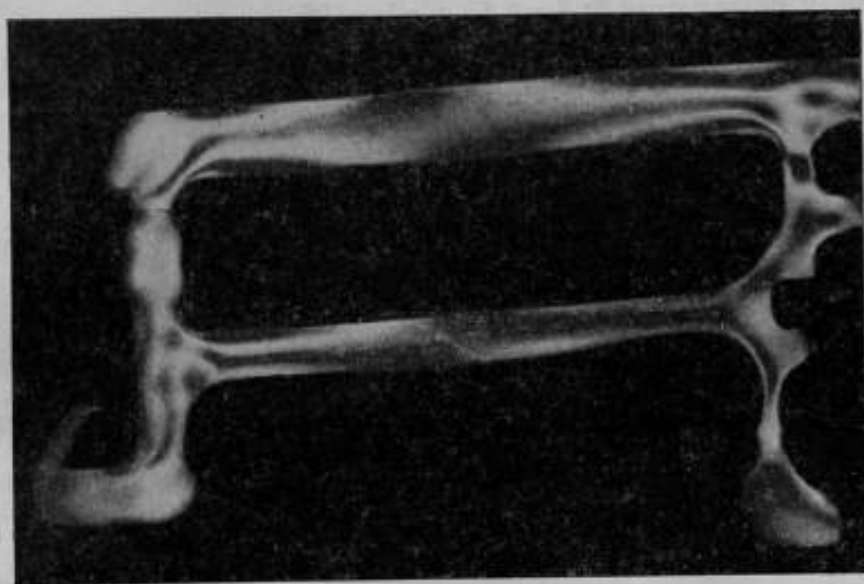


Рис. 30.

лись напряжения  $\frac{\sigma}{P}$  от единичной нагрузки. Напряжения  $\frac{\sigma_m}{P}$ , определенные в модели экспериментально при помощи поляризационно-оптического метода, сведены в табл. 2.

Так как напряжения в рассматриваемом случае не зависят от упругих постоянных материала, то для сопоставления напряжений  $\frac{\sigma_m}{P}$ , полученных экспериментально в модели, с напряжениями  $\frac{\sigma_n}{P}$ , вычисленными

Таблица 2

Сечения	I		II		III		IV	
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{\sigma_m}{P} \left( \frac{1}{\text{мм}^2} \right)$	0,272	0,370	0,441	0,370	0,286	0,201	0,237	0,346

в натурной конструкции (коромысле) при принятой расчетной схеме, следует учесть лишь масштабный фактор.

Если обозначить отношение линейных размеров ( $l_m; h_m$ ) модели в плоскости действия сил к соответствующим размерам ( $l_n; h_n$ ) натуре через  $\alpha = \frac{l_m}{l_n} = \frac{h_m}{h_n}$ , а отношение толщины модели и натуре через  $\beta = \frac{l_m}{l_n}$ , то на основании закона подобия, при одинаковой нагрузке  $P$  на коромысле и его модели, напряжения в натурной конструкции (коромысле) и напряжения  $\sigma_m$  в модели связаны между собой:

$$\text{Следовательно,} \quad \sigma_n = \alpha \cdot \beta \sigma_m \quad (14)$$

$$\frac{\sigma_n}{P} = \alpha \beta \frac{\sigma_m}{P} \quad (15)$$

В нашем случае  $\alpha = 1,8$ ;  $\beta = 2,25$  и  $\alpha\beta = 4,05$ .

Для сравнения подсчитаем теоретические напряжения в коромысле для тех же точек:

Для всех точек они подсчитываются по формуле

$$\sigma_n = \frac{N}{F} + \frac{M}{W} \quad (16)$$

Величина продольной силы берется непосредственно из эпюры, изображенной на рис. 23:

$$N_1 = N_2 \cong +1,83P; N_3 = N_4 \cong -1,83P.$$

Величины изгибающих моментов для всех сечений легко вычисляются по данным эпюры изгибающих моментов, изображенной на рис. 22, с учетом положения сечений, показанных на рис. 29, и масштаба модели.

Вычисления дают:  $M_1 = 12,8P$ ;  $M_2 = 16,5P$ ;  $M_3 = 5,49P$  и  $M_4 = 5,94P$ .

Площади поперечных сечений стержней и моменты сопротивления этих сечений:  $F_1 = F_2 = 2 \cdot 5,6 = 11,2 \text{ мм}^2$ ;  $F_3 = F_4 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ мм}^2$

$$W_1 = W_2 = \frac{2 \cdot 5,6^2}{6} = 10,45 \text{ мм}^3; W_3 = W_4 = \frac{2 \cdot 4^2}{6} = 5,33 \text{ мм}^3.$$

При известных  $N$ ,  $M$ ,  $F$  и  $W$  по ф-ле (16) вычисляются напряжения для всех точек.

Результаты вычисления теоретических напряжений, возникающих в натуре (коромысле) от единичной нагрузки, приводятся в табл. 3. В той же таблице даются сравниваемые с ними величины напряжений  $\alpha\beta \frac{\sigma_m}{P} = \frac{\sigma_n}{P}$  полученные экспериментально.

Сравнение напряжений, подсчитанных теоретически и определенных экспериментально поляризационно-оптическим методом, дает хорошее совпадение. На основании этого можно сделать вывод, что расчетная

Таблица 3

Сечения	I		II		III		IV	
Точки	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{\sigma_n}{P} \left( \frac{1}{\text{мм}^2} \right)$	-1,06	+1,39	+1,74	-1,42	-1,25	+0,80	+0,89	-1,34
$\alpha\beta \frac{\sigma_M}{P} \left( \frac{1}{\text{мм}^2} \right)$	-1,10	+1,49	+1,78	-1,49	-1,16	+0,81	+0,96	-1,40
% расхождения	3,8	7,2	2,3	4,9	7,9	1,2	7,8	4,5

схема, выбранная для теоретического решения, соответствует действительной работе конструкции, и метод сил, принятый для раскрытия статической неопределимости системы, вполне надежно определяет силовые воздействия.

Однако следует заметить, что все это справедливо для коромысла аналитических весов типа ВМ-20 и других рамных систем коромысел, где длина элементов рамы между жесткими узлами велика по сравнению с размерами конструктивного узла.

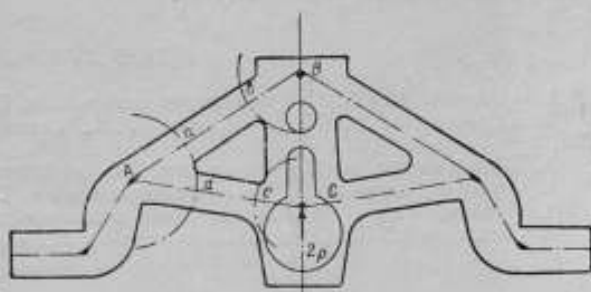


Рис. 31.

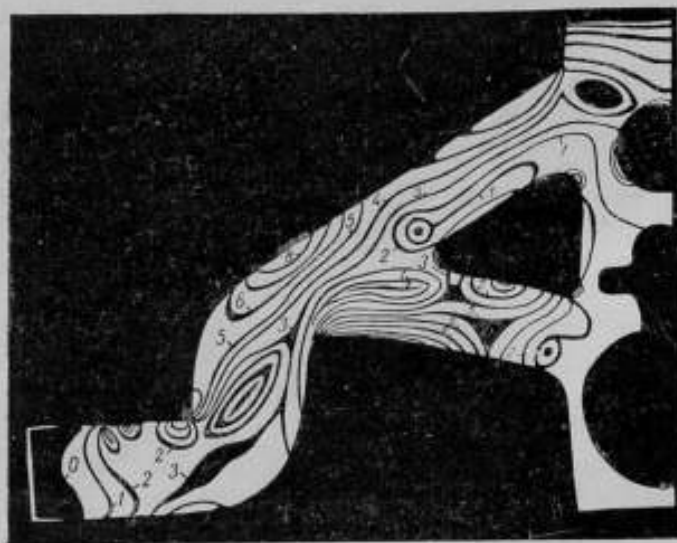


Рис. 32.

Если же длина элементов рамы между узлами мала, то действительная работа рамы не совпадает с принятой для теоретического решения схемой. Так, для коромысла аналитических весов типа Л71-0,2 (рис. 31) конструк-

тивные узлы занимают такие размеры, что расстояния между ними ( $ab$ ;  $ac$ ) далеко не соответствуют расчетным ( $AB$ ;  $AC$ ).

Напряжения, определенные для этого коромысла теоретически и экспериментально, не совпадают. Фотография картины полос, полученных поляризационно-оптическим методом на бакелитовой модели этого коромысла, приведена на рис. 32.

На основании проведенных теоретического и опытного исследований можно сделать следующее заключение:

1. Применение методов статки сооружений наиболее целесообразно к таким типам коромысел, расчетные схемы которых не представляют значительных искажений жесткости узлов и длин стержней действительной системы.

2. Вследствие того, что на величину прогиба в коромыслах аналитических весов могут оказывать существенное влияние продольные и поперечные силы, для получения надежных результатов задачу рекомендуется решать методом сил.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Н. М., Сопротивление материалов, Госиздат, 1951.
2. Дарков А. В. и Кузнецов В. И., Статика сооружений, Трансжелдориздат, 1951.
3. Жемочкин Б. Н., Расчет рам, Госстройиздат, 1933.
4. Прокофьев И. П., Теория сооружений, ч. II, Трансжелдориздат, 1947.
5. Рабинович И. М., Строительная механика стержневых систем, Стройиздат, 1946.
6. Снитко Н. К., Статика сооружений в задачах и примерах, ч. III, ВТА, 1947.

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть	По чьей вине
35	табл. 7 (заголовок первой графы)	Материал	Материал	Корр.
40	13-я сверху	эталонном-копией.	эталонном-копией)	*
40	20-я сверху	Образующая	Образующаяся	*
40	15-я снизу	случае	случаев	*
42	21-я снизу	[1] капиллярная	[1], «капиллярная	*
49	5-я снизу	Эти две величины соотношением:	Эти две величины связаны соотношением:	*
52	18-я снизу	$\Delta = \sigma_d \cdot n$	$\Delta = \sigma_d \cdot \eta$	авт.
59	7-8-я сверху	демения	деления	Тип.

ВНИИМ № 27, выдана № 356.

	Стр.
.....	3
огни при	5
.....	23
.....	28
иссы	36
.....	42
стильных	47
.....	55
качания	55
.....	60
тенко,	60
в коро-	60
.....	60

тивные узлы занимают такие размеры, что расстояния между ними ( $ab$ ;  $ac$ ) далеко не соответствуют расчетным ( $AB$ ;  $AC$ ).

Напряжения, определенные для этого коромысла теоретически и экспериментально, не совпадают. Фотография картины полос, полученных поляризационно-оптическим методом на бакелитовой модели этого коромысла, приведена на рис. 32.

На основании проведенных теоретического и опытного исследований можно сделать следующее заключение:

1. Применение методов статики сооружений наиболее целесообразно к таким типам коромысел, расчетные схемы которых не представляют значительных искажений жесткости узлов и длин стержней действительной системы.

2. Вследствие того, что на величину прогиба в коромыслах аналитических весов могут оказывать существенное влияние продольные и попереч

- мендует
1. Б е
  2. Д :
- 1951.
3. Ж
  4. П :
  5. Р а
  6. С :



## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие . . . . .	3
Г. Д. Кокош. Законы изменения сил сопротивления и рассеяния энергии при колебаниях точных весов . . . . .	5
Н. А. Смирнова. Исследование зоны застоя точных весов . . . . .	23
Н. А. Смирнова. К вопросу о чувствительности призмических весов . . . . .	28
Г. А. Крахмальникова. О состоянии рабочих эталонов единицы массы . . . . .	36
Г. А. Крахмальникова. О коррозии золоченых гирь . . . . .	42
М. И. Тютикова. Зависимость чувствительности и непостоянства крутильных весов от длины упругой нити . . . . .	47
Г. Д. Кокош. О выборе расчетных формул для определения центра качания коромысла весов . . . . .	55
И. А. Кожевников, В. Н. Кондратьев, Е. И. Никитенко, Л. Ш. Окунь и Н. К. Самойленко. Определение прогибов в коромыслах аналитических весов . . . . .	60

3 р. 05 к.

Содержание

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40

ВВЕДЕНИЕ  
1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
2. МЕТОДИКА  
3. РЕЗУЛЬТАТЫ  
4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ  
5. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ  
6. ПРИЛОЖЕНИЯ  
7. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
8. ПОСВЯЩЕНИЕ  
9. ПОСВЯЩЕНИЕ  
10. ПОСВЯЩЕНИЕ  
11. ПОСВЯЩЕНИЕ  
12. ПОСВЯЩЕНИЕ  
13. ПОСВЯЩЕНИЕ  
14. ПОСВЯЩЕНИЕ  
15. ПОСВЯЩЕНИЕ  
16. ПОСВЯЩЕНИЕ  
17. ПОСВЯЩЕНИЕ  
18. ПОСВЯЩЕНИЕ  
19. ПОСВЯЩЕНИЕ  
20. ПОСВЯЩЕНИЕ  
21. ПОСВЯЩЕНИЕ  
22. ПОСВЯЩЕНИЕ  
23. ПОСВЯЩЕНИЕ  
24. ПОСВЯЩЕНИЕ  
25. ПОСВЯЩЕНИЕ  
26. ПОСВЯЩЕНИЕ  
27. ПОСВЯЩЕНИЕ  
28. ПОСВЯЩЕНИЕ  
29. ПОСВЯЩЕНИЕ  
30. ПОСВЯЩЕНИЕ  
31. ПОСВЯЩЕНИЕ  
32. ПОСВЯЩЕНИЕ  
33. ПОСВЯЩЕНИЕ  
34. ПОСВЯЩЕНИЕ  
35. ПОСВЯЩЕНИЕ  
36. ПОСВЯЩЕНИЕ  
37. ПОСВЯЩЕНИЕ  
38. ПОСВЯЩЕНИЕ  
39. ПОСВЯЩЕНИЕ  
40. ПОСВЯЩЕНИЕ



**МАШГИЗ**  
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ МАШГИЗА  
Ленинград, ул. Дзержинского, 10